Abteilung für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor Fekete
Dr. Laura Heinrich-Litan

SS 2004

Einführung in die Mathematische Optimierung
Übung 13 vom 14.07.2004

Abgabe bis zum 21.07.2004, 9:45 durch Einwurf in den Übungskasten im vierten Stock des Forumsgebäudes

Aufgabe 1 (Oberflächenoptimierung):

Es soll eine oben offene, quaderförmige Kiste mit einem Volumen von 1 m^3 gebaut werden. Dabei soll möglichst wenig Material verwendet werden. Wie müssen Länge, Breite und Höhe gewählt werden, damit die Gesamtfläche der fünf Wände möglichst klein wird?

(12 Punkte)

Aufgabe 2 (Kuhn-Tucker-Bedingungen):

Betrachte das Problem

$$\begin{array}{rrcrcl} \min & 2x_1^2 & + & 2x_1x_2 & + & x_2^2 - 10x_1 - 10x_2 \\ \text{unter} & x_1^2 & + & x_2^2 & \leq & 5 \\ & 3x_1 & + & x_2 & \leq & 6. \end{array}$$

(a) Zeichne graphisch den zulässigen Bereich und kennzeichne jeweils die aktiven Restriktionen.

(b) Untersuche nun die Kuhn-Tucker-Bedingungen. (Dafür muss man die vier möglichen Kombinationen von aktiven Restriktionen durchprobieren, jeweils Multiplikatoren berechnen und überprüfen, ob die Vorzeichen der Multiplikatoren und der inaktiven Restriktionen stimmen.)

(c) Gib ein globales Minimum an, falls es eines gibt.

(4+12+4 Punkte)

Aufgabe 3 (Simplexverfahren und komplementären Schlupf):

Gegeben sei folgendes lineare Programm (P):

$$\begin{array}{rrcrcrcl} \min & 110x_1 & + & 51x_2 & + & 180x_3 & & \\ \text{unter} & x_1 & + & & & 3x_3 & \geq & 2 \\ & 2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & \geq & 3 \\ & & & & & x_i & \geq & 0, \quad i = 1, \ldots, 3. \end{array}$$

(a) Formuliere das duale Problem (D) zu (P). Löse (D) mit der Simplexmethode. Benutze dabei folgende Pivotregel: als Pivotspalte wird jeweils die mit dem kleinsten negativen Kostenkoeffizienten gewählt.

(b) Löse (P) mit dem Satz vom komplementären Schlupf.

(10+10 Punkte)

Aufgabe 4 :

Sei $A = A^T$. Zeige, dass jede zulässige Lösung von min $c^T x$ unter $Ax = c$ optimal ist.

(8 Punkte)