Abteilung für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor Fekete
Dr. Laura Heinrich-Litan

SS 2004

Einführung in die Mathematische Optimierung
Übung 12 vom 07.07.2004

Abgabe bis zum 15.07.2004, 9:45 durch Einwurf in den Übungskasten im vierten Stock des Forumsgebäudes

Aufgabe 1 (Konvexität quadratischer Funktionen):

Bestimme unter Verwendung des Satzes zur Charakterisierung konvexer Funktionen, für welche $a, b, c \in \mathbb{R}$ die Funktion

$$f(x, y) = ax^2 + by^2 + cxy$$

auf $\mathbb{R}^2$ konvex ist. Bestimme für diese Werte ein globales Minimum von f auf $\mathbb{R}^2$.
(Dazu kann man geeignete Sätze der Linearen Algebra verwenden, z.B. die Tatsache, dass eine Matrix genau dann positiv semidefinit ist, wenn alle Eigenwerte nichtnegativ sind.)

(20 Punkte)

Aufgabe 2 (Steilster Abstieg mit Armijo-Schrittweite):

Zeige, dass die Funktion $f(x, y) = x^2 + 4y^2 - xy$ konvex ist.
Wende dann das Verfahren des steilsten Abstiegs mit Armijo-Schrittweitenwahl mit dem Startpunkt $(1, 1)$ an und führe drei Iterationen durch.

(15 Punkte)

Aufgabe 3 (Newton mehrdimensional):

(a) Zeige: Ist die Hesse-Matrix F einer C^2-Funktion f positiv definit und konstant, so findet das Newton-Verfahren in einem einzigen Schritt das Optimum.

(b) Betrachte nun die Funktion $f(x, y) = x^4 + 4y^4 + x^2y^2$. Begründe: f ist konvex. Wende dann das Newton-Verfahren mit dem Startpunkt $(1, 1)$ an und führe drei Iterationen durch.

(10+15 Punkte)