Abteilung für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor Fekete
Dr. Laura Heinrich-Litan

SS 2004

Einführung in die Mathematische Optimierung
Übung 9 vom 16.06.2004

Abgabe bis zum 24.06.2004, 9:45 durch Einwurf in den Übungskasten im vierten Stock des Forumsgebäudes

Aufgabe 1 (Simplexverfahren):
Löse die folgenden Linearen Programme mit Hilfe der zwei Phasen des Simplexverfahrens. Benutze dabei folgende Pivotregeln: als Pivotspalte wird jeweils die mit dem kleinsten negativen Kostenkoeffizienten gewählt; kommen mehrere verschiedene Zeilen zum Pivotisieren in Frage, dann wird die mit dem kleinsten Index der die Basis verlassenden Variable gewählt.

(a)

$$\begin{array}{lrcrcrcl} \min & 4x_1 & + & x_2 & + & x_3 & & \\ \text{unter} & 2x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & = & 4 \\ & 3x_1 & + & 3x_2 & + & x_3 & = & 3 \\ & x_1, & & x_2, & & x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

(b)

$$\begin{array}{lrcrcrcl} \min & x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & & \\ \text{unter} & 2x_1 & + & x_2 & - & x_3 & = & 1 \\ & x_1 & - & x_2 & + & 4x_3 & = & 2 \\ & 3x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & \leq & 5 \\ & 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & \leq & 1 \\ & x_1, & & x_2, & & x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

(13+12 Punkte)

Aufgabe 2 (Kreiseln):
Schreibe das folgende Lineare Programm in Standardform durch Einführen von Schlupfvariablen x_5, x_6, x_7 für die drei Ungleichungen. Rechne sechs Pivotschritte durch. Benutze dabei die in der Aufgabe 1 beschriebenen Pivotregeln.

Diskutiere das Ergebnis. Was ist in Bezug auf die Endlichkeit der Simplexmethode zu schließen ?

$$\begin{array}{lrcrcrcrcl} \min & -\frac{3}{4}x_1 & + & 20x_2 & - & \frac{1}{2}x_3 & + & 6x_4 & & \\ \text{unter} & \frac{1}{4}x_1 & - & 8x_2 & - & x_3 & + & 9x_4 & \leq & 0 \\ & \frac{1}{2}x_1 & - & 12x_2 & - & \frac{1}{2}x_3 & + & 3x_4 & \leq & 0 \\ & & & & & x_3 & & & \leq & 1 \\ & x_1, & & x_2, & & x_3, & & x_4, & \geq & 0 \end{array}$$

(15 Punkte)

Aufgabe 3 (Basen):

Seien $c = (-2, -2, 1, -4)^T$, $b = (6, 3, 2)^T$ und $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & t \end{pmatrix}$.

Bestimme eine optimale Basis B von $\min\{c^T x \mid Ax \leq b,\ x \geq 0\}$ für $t = 0$. Benutze dabei die in der Aufgabe 1 beschriebenen Pivotregeln. Für welche $t \in \mathbb{R}$ ist B eine Basis, zulässige Basis, optimale Basis?

(20 Punkte)