

## Einführung in die Mathematische Optimierung Übung 9 vom 16.06.2004

Abgabe bis zum 24.06.2004, 9:45 durch Einwurf in den Übungskasten im vierten Stock  
des Forumsgebäudes

### Aufgabe 1 (Simplexverfahren):

Löse die folgenden Linearen Programme mit Hilfe der zwei Phasen des Simplexverfahrens. Benutze dabei folgende Pivotregeln: als Pivotspalte wird jeweils die mit dem kleinsten negativen Kostenkoeffizienten gewählt; kommen mehrere verschiedene Zeilen zum Pivotisieren in Frage, dann wird die mit dem kleinsten Index der die Basis verlassenden Variable gewählt.

(a)

$$\begin{array}{llllll} \min & 4x_1 & + & x_2 & + & x_3 \\ \text{unter} & 2x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 = 4 \\ & 3x_1 & + & 3x_2 & + & x_3 = 3 \\ & x_1, & & x_2, & & x_3 \geq 0 \end{array}$$

(b)

$$\begin{array}{llllll} \min & x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 \\ \text{unter} & 2x_1 & + & x_2 & - & x_3 = 1 \\ & x_1 & - & x_2 & + & 4x_3 = 2 \\ & 3x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 \leq 5 \\ & 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 \leq 1 \\ & x_1, & & x_2, & & x_3 \geq 0 \end{array}$$

(13+12 Punkte)

### Aufgabe 2 (Kreiseln):

Schreibe das folgende Lineare Programm in Standardform durch Einführen von Schlupfvariablen  $x_5, x_6, x_7$  für die drei Ungleichungen. Rechne sechs Pivotschritte durch. Benutze dabei die in der Aufgabe 1 beschriebenen Pivotregeln.

Diskutiere das Ergebnis. Was ist in Bezug auf die Endlichkeit der Simplexmethode zu schließen ?

$$\begin{array}{llllll} \min & -\frac{3}{4}x_1 & + & 20x_2 & - & \frac{1}{2}x_3 & + & 6x_4 \\ \text{unter} & \frac{1}{4}x_1 & - & 8x_2 & - & x_3 & + & 9x_4 \leq 0 \\ & \frac{1}{2}x_1 & - & 12x_2 & - & \frac{1}{2}x_3 & + & 3x_4 \leq 0 \\ & & & & & x_3 & & \leq 1 \\ & x_1, & & x_2, & & x_3, & & x_4, \geq 0 \end{array}$$

(15 Punkte)

**Aufgabe 3 (Basen):**

Seien  $c = (-2, -2, 1, -4)^T$ ,  $b = (6, 3, 2)^T$  und  $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & t \end{pmatrix}$ .

Bestimme eine optimale Basis  $B$  von  $\min\{c^T x \mid Ax \leq b, x \geq 0\}$  für  $t = 0$ . Benutze dabei die in der Aufgabe 1 beschriebenen Pivotregeln. Für welche  $t \in \mathbb{R}$  ist  $B$  eine Basis, zulässige Basis, optimale Basis?

**(20 Punkte)**