Abteilung für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor Fekete
Dr. Laura Heinrich-Litan

SS 2004

Einführung in die Mathematische Optimierung
Übung 7 vom 26.05.2004

Abgabe bis zum 10.06.2004, 9:45 durch Einwurf in den Übungskasten im vierten Stock des Forumsgebäudes

Aufgabe 1 (Das Ernährungsproblem):

Betrachte das Ernährungsproblem aus der Vorlesung. In einem vereinfachten Ernährungsmodell hat man täglich einen Mindestbedarf von 2000 kcal, 55 g Eiweiß und 800 mg Calcium.

Man hat folgende Nahrungsmittel mit den zugehörigen Informationen zur Verfügung.

Nahrungsmittel	Portionsgröße	Energie (kcal)	Eiweiß (g)	Calcium (mg)	Kosten (Cent)
Haferflocken	25 g	110	4	2	10
Hühnchen	100 g	205	32	12	100
Eier	2 St.	160	13	54	30
Vollmilch	250 ml	160	8	285	15
Kirschkuchen	170 g	420	4	22	100
Labskaus	260 g	260	14	80	49

Ziel ist es, einen Ernährungsplan minimaler Kosten aufzustellen, der den Energie-, Eiweiß- und Calciumbedarf erfüllt.

Finde eine möglichst günstige Lösung und eine möglichst gute untere Schranke für die erzielbaren Kosten. Für eine Lösung vom Wert L und eine korrekt begründete Schranke vom Wert S gibt es

$30(\frac{S}{L})$ Punkte.

Man kann z.B. durch 10 Portionen Labskaus einen zulässigen Ernährungsplan für 490 Cent erzielen. Allein durch Betrachtung des minimalen Preises für Calcium kann man eine untere Schranke von 42 Cent erzielen – wie? Und wie bringt man die beiden Werte näher zusammen?

Aufgabe 2 (Ein lineares Optimierungsproblem):

Ein Whisky-Importeur unterhält zwar einen unbegrenzten Markt für seine Ware, aber durch Importbeschränkungen werden seine monatlichen Einkaufsmengen folgendermaßen begrenzt:

Sir Roses	höchstens 2000 Flaschen zu 35 EUR,
Highland Wind	höchstens 2500 Flaschen zu 25 EUR,
Old Frenzy	höchstens 1200 Flaschen zu 20 EUR.

Daraus stellt er drei Mischungen A, B und C her, die er zu 34 EUR, 28.50 EUR, bzw. 22.50 EUR pro Flasche verkauft. Die Zusammensetzung der Mischungen ist:

A	wenigstens	60%	*Sir Roses*
	höchstens	20%	*Old Frenzy*
B	wenigstens	15%	*Sir Roses*
	höchstens	60%	*Old Frenzy*
C	höchstens	50%	*Old Frenzy*

Wie sollten die Mischungen aussehen und wieviel sollte von jeder Mischung hergestellt werden, um einen maximalen Gewinn zu erzielen? Formuliere dieses Problem als lineares Programm.

(Das Problem muss *nicht* gelöst werden!)

(15 Punkte)

Aufgabe 3 (Umformung linearer Programme):

Gegeben ist das lineare Programm

$$\begin{array}{rcccl} \max & c^T x & + & d^T y & \\ & Ax & & & \geq \; a \\ & & & By & = \; b \\ & x & & & \geq \; 0. \end{array}$$

Reduziere dieses Problem auf eines der folgenden einfacheren Form:

$$\begin{array}{rrcl} \min & g^T z & & \\ & Fz & \leq & f \\ & z & \geq & 0, \end{array}$$

Das heißt also, bringe das erste Problem in die Form des zweiten, indem g, F, f und z in Abhängigkeit von den Daten des ersten Problems beschrieben werden, so dass jede zulässige Lösung des einen Problems einer zulässigen Lösung des anderen Problems entspricht; insbesondere sollen die Optimalwerte einander entsprechen, falls es zulässige Lösungen gibt.

(15 Punkte)