Abteilung für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

SS 2004

Prof. Dr. Sándor Fekete
Dr. Laura Heinrich-Litan

Einführung in die Mathematische Optimierung
Übung 4 vom 05.05.2004

Abgabe bis zum 13.05.2004, 9:40 durch Einwurf in den Übungskasten im vierten Stock des Forumsgebäudes

Aufgabe 1 (Bäume und Blätter):

Zeige, dass jeder Baum $T = (V, E)$ mit $|V| \geq 2$ mindestens ein Blatt hat.

(15 Punkte)

Aufgabe 2 (Lokale Änderung von Bäumen):

Seien (V, T_1) und (V, T_2) zwei aufspannende Bäume auf der gleichen Knotenmenge. Zeige: Für jede Kante $e \in T_1$ gibt es eine Kante $f \in T_2$, so dass sowohl $(V, (T_1 \setminus \{e\}) \cup \{f\})$ als auch $(V, (T_2 \setminus \{f\}) \cup \{e\})$ Bäume sind.

(15 Punkte)

Aufgabe 3 (Kürzestes zusammenhängendes Netzwerk):

a) Betrachte den Graphen in Abbildung 1. Bestimme ein kürzestes zusammenhängendes Netzwerk, das alle Knoten verbindet. Verwende einmal den Algorithmus von Kruskal und einmal den Algorithmus von Prim, beginnend mit dem Knoten r.

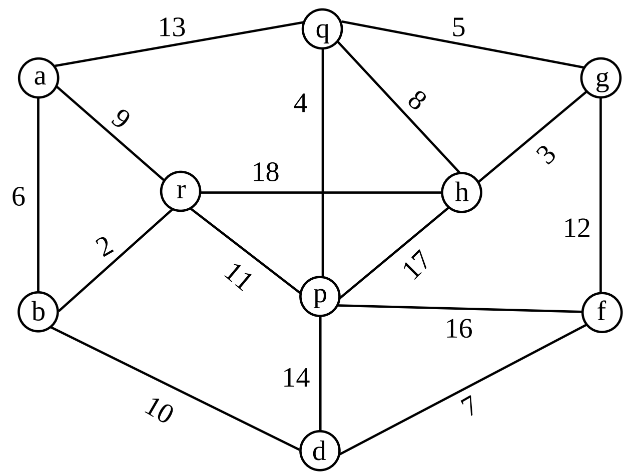

Abbildung 1: Ein gewichteter Graph

b) Angenommen, G ist ein Graph, bei dem auch negative Kantengewichte vorkommen. Entwerfe einen Algorithmus, mit dem man ein aufspannendes, zusammenhängendes Netzwerk minimalen Gesamtgewichts in G finden kann. Begründe auch, warum dieser ein korrektes Ergebnis liefert. Verwende diesen Algorithmus auf den Graphen in Abbildung 2.

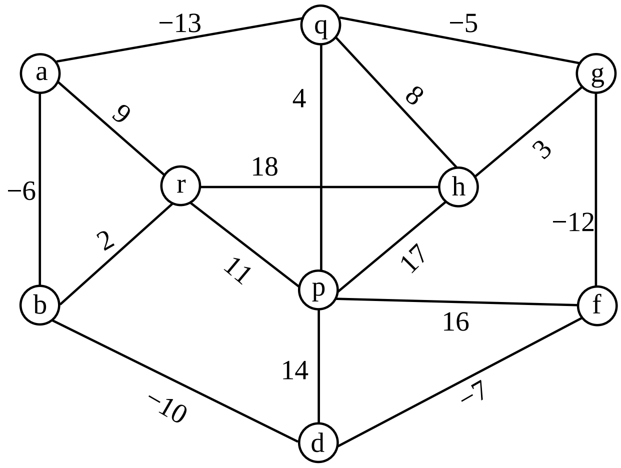

Abbildung 2: Noch ein gewichteter Graph

(15+15 Punkte)