Abteilung für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor Fekete
Andreas Szostak

SS 2002

Einführung in die Optimierung
Übung 8 vom 12.06.02

Abgabe der Aufgaben durch Einwurf in den Übungskasten im vierten Stock der Mathematik und per Email bis 13:00 am 19.06.02.

Aufgabe 1 (CPLEX):
Lösen Sie mit Hilfe von CPLEX die folgenden Probleme:
(a) Das Ernährungsproblem aus der Vorlesung. Interpretieren Sie die Basislösung.
(b) Das duale Problem zum Ernährungsproblem, d.h. die Frage einer besten Schranke.
(c) Das Problem

$$\begin{array}{lrcrcrcrcl} \min & -10x_1 & + & 57x_2 & + & 9x_3 & + & 24x_4 & & \\ \textit{mit} & 0.5x_1 & - & 5.5x_2 & - & 2.5x_3 & + & 9x_4 & \leq & 0, \\ & 0.5x_1 & - & 1.5x_2 & - & 0.5x_3 & + & x_4 & \leq & 0, \\ & x_1 & & & & & & & \leq & 1, \\ & x_1, & & x_2, & & x_3, & & x_4 & \geq & 0. \end{array}$$

Geben Sie jeweils Ihre Eingabedatei und eine Datei mit Ihren Befehlen und Ergebnissen ab. (Letztere können Sie z.B. mit Copy und Paste in eine Datei schreiben.) Außerdem schicken Sie bitte eine (!) Mail mit beiden Dateien und dem
Subject: CPLEX-Aufgabe
an a.szostak@tu-bs.de.
Weitere Informationen zu CPLEX finden Sie auf der Vorlesungs-Webseite.

(20 Punkte)

Aufgabe 2 (Kreiseln):
Betrachten Sie das Optimierungsproblem aus Aufgabe 1(c). Schreiben Sie es durch Einführen von Schlupfvariablen x_5, x_6, x_7 für die drei Zeilen in Standardform und formen Sie nun das Tableau unter Benutzung der folgenden Pivotregeln um:
(i) Als Pivotspalte wird jeweils die mit dem kleinsten negativen Kostenkoeffizienten gewählt.
(ii) Kommen zwei verschiedene Zeilen zum Pivotisieren in Frage, dann wird die mit dem kleinsten Variableneindex gewählt.
Rechnen Sie sechs Pivotschritte durch. Diskutieren Sie das Ergebnis. Was schließen Sie in Bezug auf die Endlichkeit der Simplexmethode?

(20 Punkte)

Aufgabe 3 (Kürzestes zusammenhängendes Netzwerk):
ACHTUNG! Diese Aufgabe ist schon ein Vorgriff auf die diskrete Optimierung und dient dem Training für die Preisaufgabe. Sie muss und soll **nicht** mit bereits bekannten Methoden der Vorlesung gelöst werden. Denken Sie einfach selber nach, dann werden Sie mehr von der Vorlesung haben!

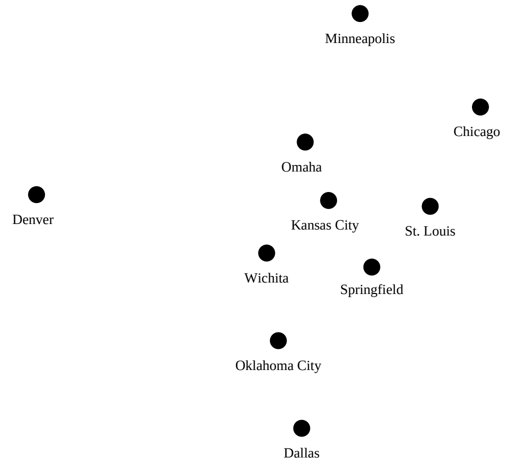

Abbildung 1: Zehn Städte im Mittleren Westen

Abbildung 1 zeigt zehn Städte im Mittleren Westen der USA:

Zwischen je zwei dieser Städte gibt es eine direkte Straßenverbindung. Die Länge einer Verbindungskante e bezeichnen wir mit w_e. Die Werte (auf Vielfache von 10 Meilen gerundet) sind die folgenden:

		2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Chicago	92	99	50	41	79	46	29	50	70
2	Dallas		78	49	94	21	64	63	42	37
3	Denver			60	84	61	54	86	76	51
4	Kansas City				45	35	20	26	17	20
5	Minneapolis					80	36	55	59	64
6	Oklahoma City						46	50	29	16
7	Omaha							45	37	30
8	St. Louis								21	45
9	Springfield									25
10	Wichita									

Diese Städte sollen nun mit einem möglichst kurzen Telefonnetz verbunden werden, in dem man von jeder Stadt in jede andere telefonieren kann. Jede Leitung verbindet zwei Städte und hat eine der Tabelle entsprechende Länge. Indirekte Verbindungen (von A über B nach C) reichen aber aus. (So wäre z.B. ein mögliche Lösung, alle Städte direkt mit Denver zu verbinden.)

(a) Bestimmen Sie eine möglichst gute Lösung.

(b) Beweisen (!) Sie eine möglichst gute untere Schranke für die Länge einer Lösung. (Die Argumentation sollte sich auf ein bis zwei Seiten führen lassen, vor allem aber ohne stures Ausprobieren auskommen!)

Wenn Sie eine Lösung der Länge L und eine Schranke der Länge S_i bekommen, dann ist Ihre Punktzahl

(20 $\frac{S}{L}$ Punkte)

(Ohne einen gültigen Beweis der unteren Schranke wird $S = 0$, ohne eine gültige Lösung wird $L = \infty$ gesetzt!)