

Einführung in die Optimierung Übung 7 vom 06.06.02

Abgabe der Aufgaben durch Einwurf in den Übungskasten im vierten Stock der Mathematik bis 13:00 am 12.06.02.

Aufgabe 1 (Simplexverfahren):

(a) Lösen Sie das Problem

$$\begin{array}{llll} \max & -x_1 & + & x_2 \\ \text{mit} & x_1 & - & x_2 \leq 2, \\ & x_1 & + & x_2 \leq 6, \\ & x_1, & & x_2 \geq 0 \end{array}$$

mit dem Simplexverfahren. Schreiben Sie die sogenannten *reduzierten Kosten* $c_j - z_j$ (vgl. Vorlesung) als letzte Zeile in das Tableau. Geben Sie nach jedem Schritt den Wert der Zielfunktion in der gefundenen Basislösung an.

(b) Zeichnen Sie eine graphische Darstellung des Problems im x_1, x_2 -Raum und zeichnen Sie den Pfad der Simplex-Schritte ein.

(c) Wiederholen Sie Teile (a) und (b) für das Problem

$$\begin{array}{llll} \max & x_1 & + & x_2 \\ \text{mit} & -2x_1 & + & x_2 \leq 1, \\ & x_1 & - & x_2 \leq 1, \\ & x_1, & & x_2 \geq 0. \end{array}$$

(d) Lösen Sie ebenfalls mit dem Simplexverfahren

$$\begin{array}{llllll} \max & 2x_1 & + & 4x_2 & + & x_3 & + & x_4 \\ \text{mit} & x_1 & + & 3x_2 & & & + & x_4 \leq 4, \\ & 2x_1 & + & x_2 & & & & \leq 3, \\ & & & x_2 & + & 4x_3 & + & x_4 \leq 3, \\ & & & & & & & x_i \geq 0. \end{array}$$

(5+5+10+20 Punkte)

Aufgabe 2 (Lösungsmengen linearer Optimierungsprobleme):

(a) Für welche Werte $s, t \in \mathbb{R}$ haben die folgenden Probleme keine Lösung, für welche eine optimale Lösung, und für welche sind sie unbeschränkt?

$$\begin{array}{llll} \max & x_1 & + & x_2 \\ \text{mit} & sx_1 & + & tx_2 \leq 1, \\ & x_1, & & x_2 \geq 0, \end{array} \quad \text{bzw.} \quad \begin{array}{llll} \max & x_1 & + & x_2 \\ \text{mit} & sx_1 & + & tx_2 \geq 1, \\ & x_1, & & x_2 \geq 0. \end{array}$$

(b) Konstruieren Sie ein lineares Optimierungsproblem mit zwei Restriktionen und einer degenerierten Basislösung. Erläutern Sie Ihre Konstruktion anhand einer Zeichnung.

(10+10 Punkte)