Abteilung für Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor Fekete
Andreas Szostak

SS 2002

Einführung in die Optimierung
Übung 5 vom 29.05.02

Abgabe der Aufgaben durch Einwurf in den Übungskasten im vierten Stock der Mathematik bis 13:00 am 09.06.02.

Aufgabe 1 (Basislösungen):
Betrachten Sie das Problem

$$\begin{array}{rrcrcl} \max & x_1 & + & 2x_2 & & \\ \textit{mit} & x_1 & & & \leq & 10, \\ & & & x_2 & \leq & 10, \\ & x_1 & + & x_2 & \leq & 16, \\ & 2x_1 & + & x_2 & \leq & 34, \\ & x_1, & & x_2 & \geq & 0. \end{array}$$

(a) Stellen Sie die zulässige Menge graphisch dar und lösen Sie es.
(b) Schreiben Sie das Problem in Standardform. Wieviele Dimensionen bekommt dadurch der Lösungsraum?
(c) Bestimmen Sie aus (b) sämtliche Basislösungen. Welche davon sind zulässig?
(d) Zeichnen Sie die Projektionen der Basislösungen in das zweidimensionale Bild der zulässigen Menge ein. Erläutern Sie die Zahl der Punkte!

(30 Punkte)

Aufgabe 2 (Standardform):
Schreiben Sie das folgende Problem in Standardform:

$$\begin{array}{rcccccrcl} \min & |x| & + & |y| & + & |z| & & & \\ \textit{mit} & x & + & y & & & \leq & 1, \\ & 2x & & & + & z & = & 3. \end{array}$$

(10 Punkte)

Aufgabe 3 (Ein Transportproblem):
Eine großer Labskausprduzent hat zwei Rohstofflieferanten und zwei Fabriken und beliefert drei Mensen. Die Transportkosten zwischen den Rohstofflieferanten und den Fabriken sowie den Fabriken und den Mensen sehen folgendermaßen aus:

	Fabrik 1	Fabrik 2
Lieferant 1	10 Euro/Tonne	15 Euro/Tonne
Lieferant 2	20 Euro/Tonne	15 Euro/Tonne

	Mensa 1	Mensa 2	Mensa 3
Fabrik 1	40 Euro/Tonne	20 Euro/Tonne	10 Euro/Tonne
Fabrik 2	30 Euro/Tonne	40 Euro/Tonne	20 Euro/Tonne

Lieferant 1 hat eine Kapazität von 10 Tonnen, Lieferant 2 von 15 Tonnen. Die drei Mensen benötigen 8 Tonnen, 14 Tonnen, 3 Tonnen. Die Kapazität der Fabriken ist zunächst einmal so groß, dass sie keine Rolle spielt.

(a) Formulieren Sie das Problem, ein Transportschema von den Lieferanten zu den Fabriken zu den Mensen zu finden, das die Transportkosten minimiert.

(b) Reduzieren Sie das Problem zu einem Problem, bei dem es nur noch zwei Ausgangspunkte und drei Bestimmungsorten gibt. (Hinweis: Finden Sie kostenminimale Pfade von den Lieferanten zu den Mensen.)

(c) Nehmen wir jetzt an, Fabrik A hat eine Kapazität von 8 Tonnen, Fabrik B von 7 Tonnen. Zeigen Sie, wie man das Problem auf zwei separate Transportprobleme reduzieren kann.

(20 Punkte)