Technische Universität Braunschweig
Institut für Betriebssysteme und Rechnerverbund
Vorlesung „Algorithmen und Datenstrukturen I“
Prof. Dr. S. Fischer
Wintersemester 2002/2003

Übungsblatt Nr. 3

Abgabetermin: 10.12.2002 (in der Vorlesung)

Aufgabe 3.1:

Entwickeln Sie einen Code C, der alle positiven, ganzzahligen, sechsstelligen Dezimalzahlen auf Wörter über dem Alphabet $\{a, b, c, d, e, f\}$ eindeutig abbildet.

a) Geben Sie das Quellalphabet X, das Zielalphabet Y und die Menge Y^* an. Eine verbale Beschreibung dieser Mengen ist dabei jeweils zulässig. (2 Punkte)

b) Geben Sie das Codierschema $C : X \to Y^*$ verbal an. (2 Punkte)

c) Codieren Sie die Zahl 567398 nach diesem Codierschema. (1 Punkt)

Aufgabe 3.2:

Entwerfen Sie einen MARKOV-Algorithmus $M = (\Sigma, P)$ der ein beliebiges Feld von Buchstaben im Wertebereich von a bis d sortiert.

Beispiel:

Eingabe: abbbadcca
Ausgabe: aaabbbccd

a) Geben Sie Σ und P an. (3 Punkte)

b) Geben Sie eine Folge von Ableitungsschritten für das o.a. Beispiel an. (1 Punkt)

Aufgabe 3.3:

Moderne Mikroprozessoren besitzen Schaltkreise, die zwei Zahlen in einem Taktschritt miteinander multiplizieren können. Solche Schaltungsstrukturen sind jedoch im Vergleich zu Addierern und Subtrahierern äußerst komplex und nehmen viel Chipfläche ein. In einigen Anwendungsfällen (z.B. im Embedded Bereich) macht es daher Sinn, auf solche schnellen Multiplikationsschaltungen zu verzichten und statt dessen die Multiplikation mit einfacheren Rechenoperationen auf Software-Ebene zu emulieren.

Die sog. „Ägyptische Bauernmultiplikation“ beruht im Wesentlichen auf Halbieren und Verdoppeln von Zahlen, was auf Hardware-Ebene sehr einfach zu realisieren ist. Sie funktioniert wie folgt:

- Seien a und b zwei natürliche Zahlen (mit $a \geq 1$, $b \geq 1$).
- Sei $c := 0$. Nach der Terminierung enthält c das Produkt aus a und b.
- Wiederhole solange $b > 0$ ist:
  - Falls b eine gerade Zahl ist: Verdoppele a, halbiere b.
  - Falls b eine ungerade Zahl ist: Dekrementiere b um 1 (also $b := b - 1$) und inkrementiere c um den Wert von a (also $c := c + a$).

a) Geben Sie einen Imperativen Algorithmus an, der die „Ägyptische Bauernmultiplikation“ realisiert. Verwenden Sie die Syntax aus der Vorlesung. Sie können sich dabei am Beispiel auf Folie 3-27 orientieren. Sie dürfen $a \geq 1$ und $b \geq 1$ voraussetzen und brauchen somit keine Prüfung der Eingabewerte vorzunehmen. (3 Punkte)

b) Zeichnen Sie ein Flußdiagramm für diesen Algorithmus. (2 Punkte)

c) Multiplizieren Sie die beiden Zahlen 134 und 467 mit Hilfe der „Ägyptische Bauernmultiplikation“ und dokumentieren Sie den Ablauf des Algorithmus. Geben Sie hierzu sämtliche Zustände an, die sich während der Berechnung ergeben. Wählen Sie als Darstellungsform eine Zustandsübergangstabelle (vgl. Folie 3-10). (2 Punkte)

Aufgabe 3.4:

Beweisen Sie durch Vollständige Induktion, daß für alle natürlichen Zahlen $n \geq 2$ gilt:

$\sum_{i=1}^{n-1} i = \frac{n(n-1)}{2}$ (4 Punkte)