

Übungsblatt 1

Besprechung der Aufgaben am 26.11.25.

Präsenzaufgabe:

Betrachte den Graphen aus Abbildung 1a.

- Wende die Bounded-Tree-Search-Methode auf den Graphen an, um zu entscheiden, ob der Graph ein Vertex Cover der Größe 4 besitzt.
- Bestimme den Kernel für Vertex Cover mit $k = 4$.

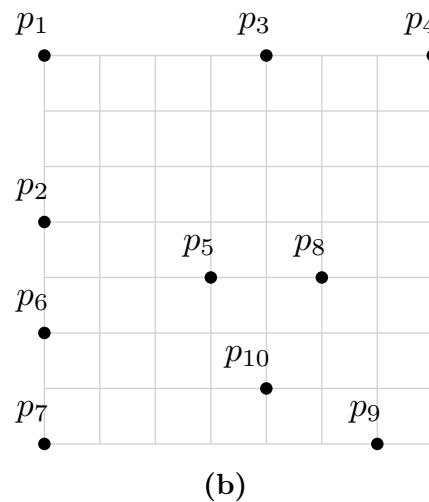
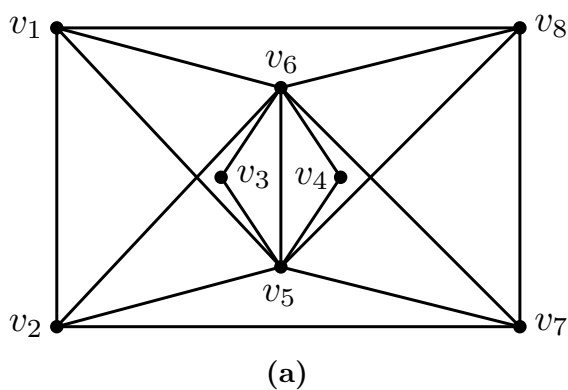


Abbildung 1

Präsenzaufgabe:

Betrachte folgendes parametrisiertes Problem POINT-LINE-COVER.

Gegeben: n Punkte, Zahl $k \in \mathbb{N}$.

Parameter: k

Frage: Existieren k Linien, sodass jeder Punkt auf einer Linie liegt?

- Betrachte die Instanz in Abbildung 1b.
Zeige oder widerlege: Die Instanz ist mit $k = 3$ lösbar. (Hinweis: Denke dazu gleich über einen möglichen Kernel nach!)
- Zeige: Es existiert ein Kernel der Größe $O(k^2)$.
- Zeige: Das parametrisierte Problem ist in FPT.

Präsenzaufgabe:

Betrachte folgendes parametrisiertes Problem **Max-Degree- Δ -Dominating-Set**.

Gegeben: Ein Graph $G = (V, E)$ mit Maximalgrad Δ , bel. aber fest, und eine Zahl $k \in \mathbb{N}$.

Parameter: k

Frage: Existiert $V' \subseteq V$ mit $|V'| \leq k$, sodass für jeden Knoten $u \in V$ gilt: $u \in V'$ oder $\exists v \in V' : \{u, v\} \in E$.

- a) Zeige oder widerlege: Ist der Knotengrad $\delta(v) > k$ für einen Knoten $v \in V$, dann ist die Instanz $(G \setminus \{v\}, k - 1)$ genau dann lösbar, wenn (G, k) lösbar ist.
- b) Entwirf einen Algorithmus, der das Problem in Zeit $O((\Delta + 1)^k \cdot (n + m))$ löst.
- c) Wie lassen sich parametrisierte Probleme und die Komplexitätsklassen mit mehreren Parametern verallgemeinern?