



Mathematische Methoden der Algorithmitk – Vorlesung #00

Arne Schmidt

Vorstellung

Interessen

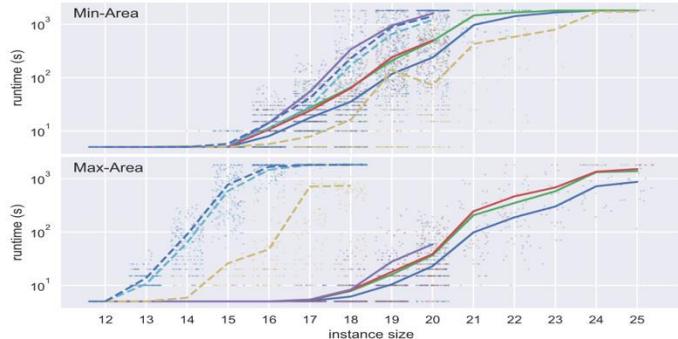
- Geometrische Optimierung,
- Programmierbare Materie,
- Komplexitätstheorie

#GernePerDu

Computing Area-Optimal Simple Polygonizations

SÁNDOR P. FEKETE, ANDREAS HAAS, PHILLIP KELDENICH, MICHAEL PERK, and ARNE SCHMIDT, Department of Computer Science, TU Braunschweig

We consider the problem of computing area-optimal simple polygonizations of a polygonal region. We present a new algorithm that is able to compute area-optimal simple polygonizations in polynomial time. The algorithm is based on a particle-based assembly of a set of points, which is a natural way of finding the minimum-area polygonization. Moreover, the algorithm is able to compute the minimum-area polygonization in polynomial time. The algorithm is called MELT (Minimum-Energy Localized Triangulation).

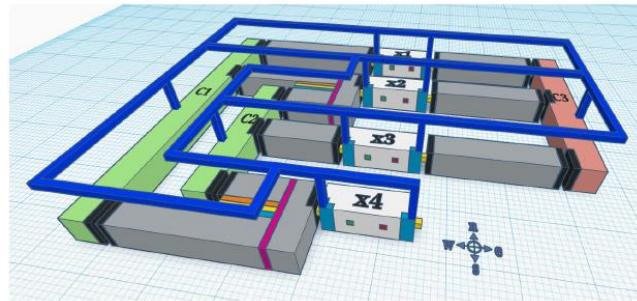


Braunschweig

Particle-Based Assembly Using Precise Global Control*

Sándor P. Fekete¹ [0000-0001-9988-953X], Christian Rieck¹ [0000-0003-0846-5163],
Julian Scheffer² [0000-0002-3471-2706], and Arne Schmidt¹ [0000-0001-8950-3963]

¹ Department of Computer Science, TU Braunschweig, Germany.
{jkeller, rieck, aschmidt}@ibr.cs.tu-bs.de
² Department of Computer Science, University of Münster, Germany.
christian.scheffer@uni-muenster.de

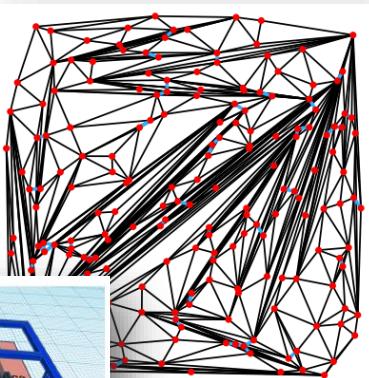


Computing MaxMin Edge Length Triangulations

Sándor P. Fekete* Winfried Hellmann* Michael Hemmer* Arne Schmidt*
Julian Troegel*

Abstract

We present a new algorithm for computing a set of points that is a natural way of finding the minimum-area polygonization. Moreover, the algorithm is able to compute the minimum-area polygonization in polynomial time. The algorithm is called MELT (Minimum-Energy Localized Triangulation).



Organisation

Vorlesung

- Grundlagen

+

Gr. Übung

- Vertiefungen
- Exkurse
- Beispiele

+

Kl. Übung

- Besprechung Hausaufgaben



Arne Schmidt

Fragen



Inhaltlich oder
allgemeiner Ablauf

Vorlesung / große Übung



Zu Übungsblättern

Kleine Übungen



Individuelle Fragen

Immer per Mail an aschmidt@ibr.cs.tu-bs.de



Sprechstunde

Montags, 09:45 Uhr im Raum IZ 333
(Am besten vorher per Mail ankündigen)

Semesterplan (vorläufig)

Datum (VL / Ü)	VL	VL / Ü Inhalt	Hausaufgabe (Ausgabe, Mi.)	Gr. Ü / Kl. Ü.
21.10.	-			
28.10	0	Orga + Einleitung		
04.11.	1	Simplex		G
11.11.	2	Fundamentalsatz	HA1	
18.11.	3	Dualität I		G
25.11	4	Dualität II	HA2	K
02.12.	5	Matrix Notation		G
09.12.	6	Implementationen	HA3	K
16.12.	7	Allgemeine LPs		G
23.12.			-	
30.12.			-	
06.01.	8	Integer Programming	HA4	K
13.01.	9	Graphenprobleme		G
20.01.	10	Matching Polytop	HA5	K
27.01.	11	Geometrische Probleme		G
03.02.	12	Zusammenfassung		K

Unterlagen

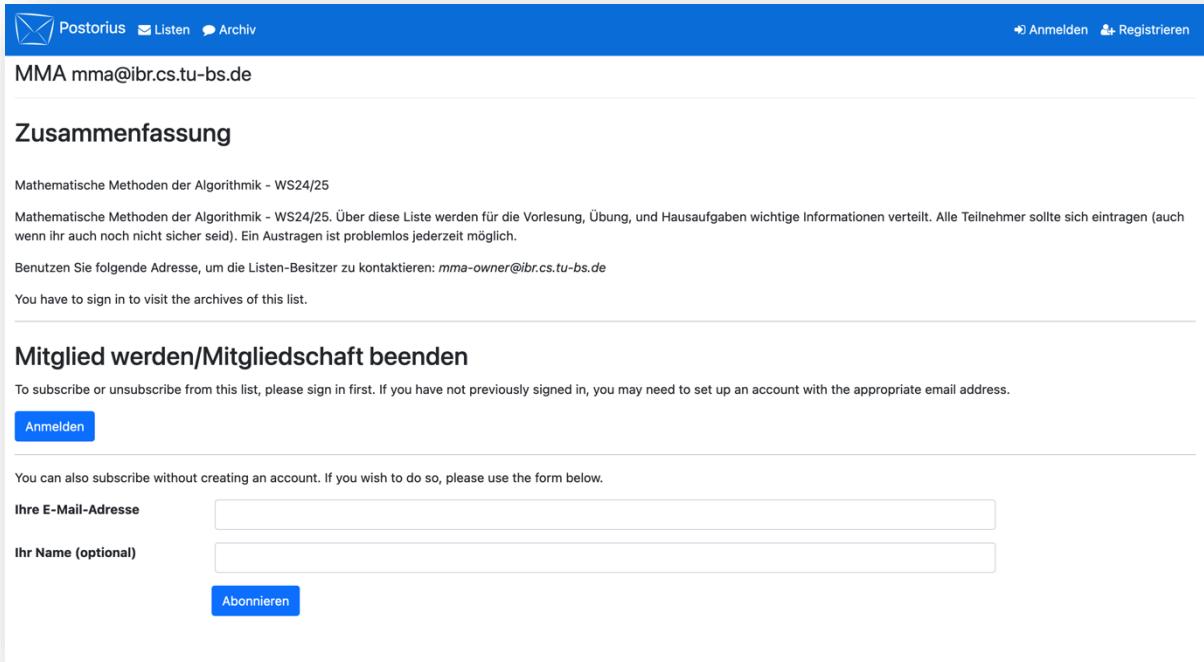
- Öffentlich zugänglich
- Wird enthalten:
 - Slides (VL / UE)
 - Hausaufgaben

<https://www.ibr.cs.tu-bs.de/courses/ws2526/mma/index.html>

The screenshot shows a course page on the TU Braunschweig website. At the top, the university's logo and name are visible, along with a navigation bar with links for Studium & Lehre, Forschung, International, Die TU Braunschweig, and Struktur. A search bar and language links (Schnellzugriff, DE, EN) are also present. The main title of the course is 'Mathematische Methoden der Algorithmik'. On the right, a sidebar for the user 'aschmidt' shows options for Logout and Edit, and a list of research groups and news. The course details include the semester (Wintersemester 2025/2026), study programs (Wirtschaftsinformatik Master, Informations-Systemtechnik Master, Informatik Master), the IBR group (ALG (Prof. Fekete)), the type of course (Vorlesung & Übung), and the lecturer (Dr. Arne Schmidt). Below this, there is information about the lecture (LP 5, SWS 2+1+1, room IZ 305), the lecture schedule (Dienstag, 9:45 - 11:15), and the beginning of the lecture (VL: 28.10.2025). A box at the bottom right indicates the winter semester 2025/2026.

Mailingliste

<https://lists.ibr.cs.tu-bs.de/postorius/lists/mma.ibr.cs.tu-bs.de/>



The screenshot shows a mailing list interface for the MMA list. At the top, there is a navigation bar with a mail icon, the text 'Postorius', and links for 'Listen' and 'Archiv'. On the right, there are buttons for 'Anmelden' (Login) and 'Registrieren' (Register). The main content area has a header 'MMA mma@ibr.cs.tu-bs.de'. Below it, a section titled 'Zusammenfassung' (Summary) contains a brief description of the list's purpose: 'Mathematische Methoden der Algorithmitik - WS24/25'. It states that the list is used for distributing information about lectures, exercises, and assignments. It also mentions that registration is possible and that users can contact the list owner via 'mma-owner@ibr.cs.tu-bs.de'. A note indicates that users need to sign in to view the archive. A section titled 'Mitglied werden/Mitgliedschaft beenden' (Join/Leave membership) provides instructions for subscription and includes a 'Anmelden' button. Below this, there is a form for users to subscribe without an account, requiring an email address and an optional name, with a 'Abonnieren' (Subscribe) button.

Hausaufgaben

Hausaufgaben



Insgesamt 5 Präsenzblätter.



Studienleistung ist bestanden.



Aufgaben werden nur besprochen und diskutiert.

Prüfungsform?

Prüfungsform voraussichtlich Klausur

Mögliche Zeiträume:

- 09. – 13.02.
- 09. – 20.03.

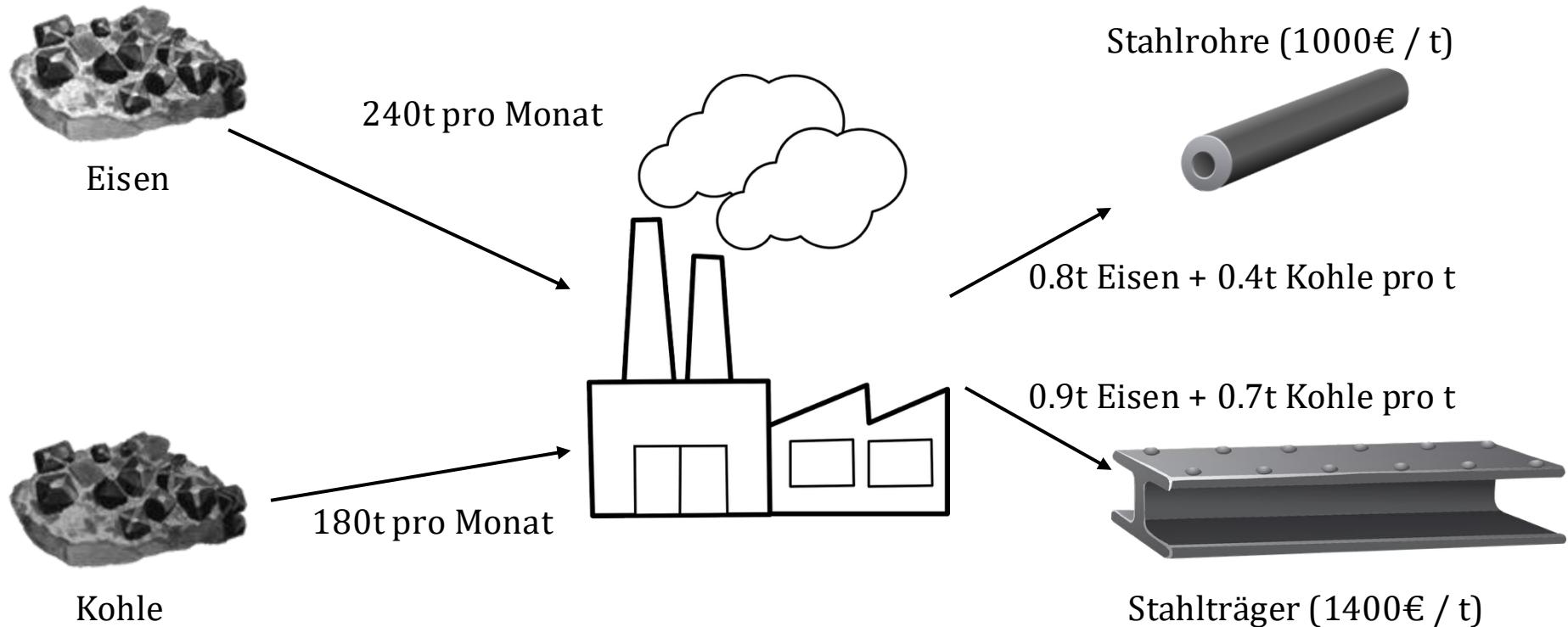
Uhrzeit:

- Eher Vormittags?
- Eher Nachmittags?

Fragen?

Kapitel 1 – Lineare Programme

Fabrik - Bestmöglicher Profit?



Etwas mathematischer

Maximiere: $1000 * \text{Rohre} + 1400 * \text{Träger}$ **Profit**

$0.8 * \text{Rohre} + 0.9 * \text{Träger} \leq 240$ **Eisenlimit**

$0.4 * \text{Rohre} + 0.7 * \text{Träger} \leq 180$ **Kohlelimit**

Reicht das zur Beschreibung?

$\text{Rohre} \geq 0$

$\text{Träger} \geq 0$

Eine Lösung:

$\text{Rohre} = 0$

$\text{Träger} = 257,14285...$

$\text{Umsatz} = 360000$

Andere Lösung:

$\text{Rohre} = 30$

$\text{Träger} = 240$

$\text{Umsatz} = 366000$

Geht das besser?

Etwas anders

Allgemein

Maximiere $(1000, 1400) \cdot \begin{pmatrix} \text{Rohre} \\ \text{Träger} \end{pmatrix}$ Profit

Maximiere $\mathbf{c}^T \mathbf{x}$

$$\begin{pmatrix} 0.8 & 0.9 \\ 0.4 & 0.7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{Rohre} \\ \text{Träger} \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 240 \\ 180 \end{pmatrix}$$

Eisenlimit

$$\begin{pmatrix} \text{Rohre} \\ \text{Träger} \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Kohlelimit

Unter Bedingungen

$$\mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b}$$

$$\mathbf{x} \geq 0$$

Definition

Maximiere $\mathbf{c}^T \mathbf{x}$

Unter Bedingungen

$$\mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b}$$

$$\mathbf{x} \geq 0$$

Ein lineares Programm (LP) besteht aus einer linearen Zielfunktion (**objective function**) $\zeta = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n = \mathbf{c}^T \mathbf{x}$, welche maximiert oder minimiert werden soll.

Dabei ist:

- \mathbf{c} der **Kostenvektor**
- \mathbf{x} ein **Variablenvektor** (Entscheidungsvariablen)

Zusätzlich besitzt ein LP m Nebenbedingungen (Constraints) in der Form

$$\mathbf{A}\mathbf{x} \begin{cases} \leq \\ = \\ \geq \end{cases} \mathbf{b}$$

Dabei ist

- \mathbf{A} eine $m \times n$ -**Koeffizientenmatrix**
- \mathbf{b} ein n -dimensionaler **Vektor von Konstanten**

Standardform

Maximiere $c^T x$

Unter Bedingungen

$$Ax \leq b$$

$$x \geq 0$$

Ein lineares Programm (LP) in **Standardform** besteht aus einer linearen Zielfunktion (objective funktion) $\zeta = c^T x$, welche **maximiert** werden soll. Dabei ist:

- c ein n-dimensionaler **Kostenvektor**
- x ein n-dimensionaler **Variablenvektor** (Entscheidungsvariablen)

Zusätzlich besitzt ein LP m Nebenbedingungen (Constraints) in der Form

$$Ax \leq b$$

$$x \geq 0$$

Dabei ist

- A eine $m \times n$ -**Koeffizientenmatrix**
- b ein n-dimensionaler **Vektor von Konstanten**

Lemma: Jedes LP lässt sich in Standardform bringen.

Feasibility und Optimalität

Eine Belegung von Variablen für ein LP heißt Lösung (**solution**).

- Eine Lösung ist gültig (**feasible**), wenn alle Constraints erfüllt werden.
- Eine Lösung heißt **optimal**, wenn der Lösungswert dem Maximum entspricht.

Besitzt ein LP keine gültige Lösung, so ist das LP ungültig (**infeasible**).

Besitzt ein LP Lösungen mit beliebig hohen Werten, dann ist das LP unbeschränkt (**unbounded**).

Lemma:

Ist ein LP feasible und bounded, dann hat das LP ein Optimum.

Beweis:

Sei X die Lösungsmenge. Da das LP beschränkt ist, existiert ein Supremum s .

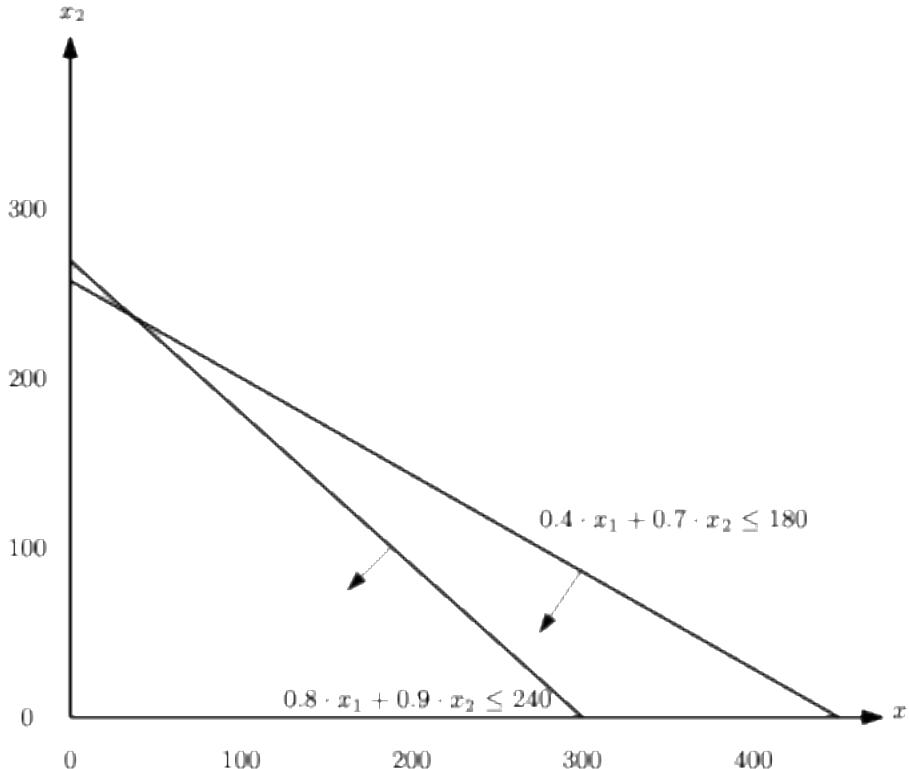
Da c linear ist, wird die abgeschlossene Menge X auf eine abgeschlossene Menge $c[X]$ abgebildet. s ist entweder in $c[X]$ oder ein Häufungspunkt. Da $c[X]$ abgeschlossen ist, muss s in $c[X]$ sein.

Graphische Darstellung

Maximiere: $(1000, 1400) \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 0.8 & 0.9 \\ 0.4 & 0.7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 240 \\ 180 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

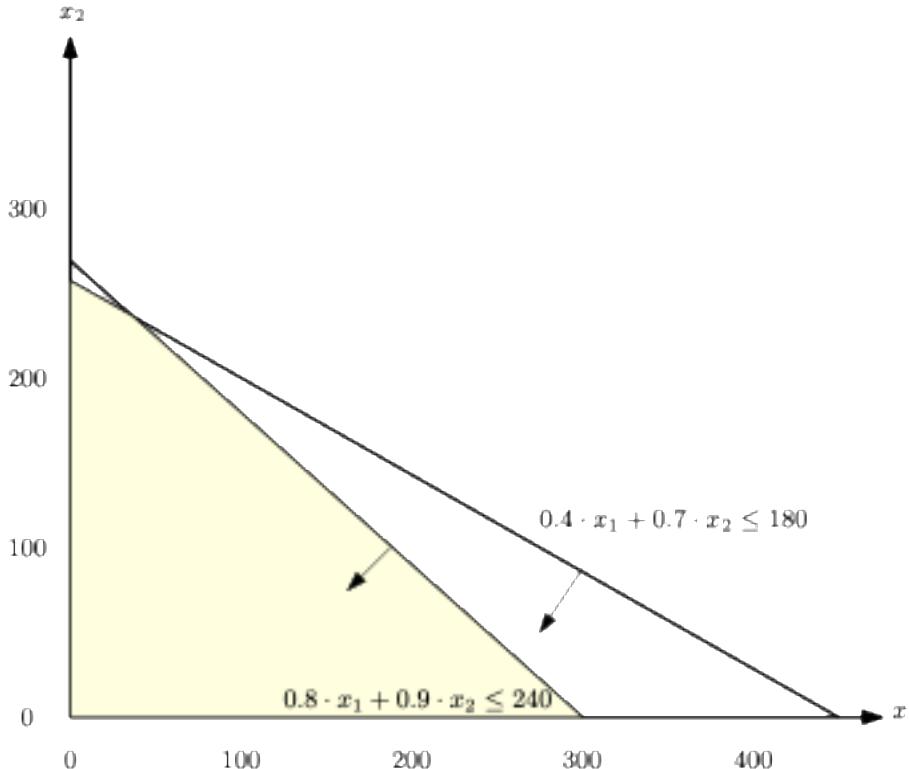


Graphische Darstellung

Maximiere: $(1000, 1400) \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 0.8 & 0.9 \\ 0.4 & 0.7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 240 \\ 180 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

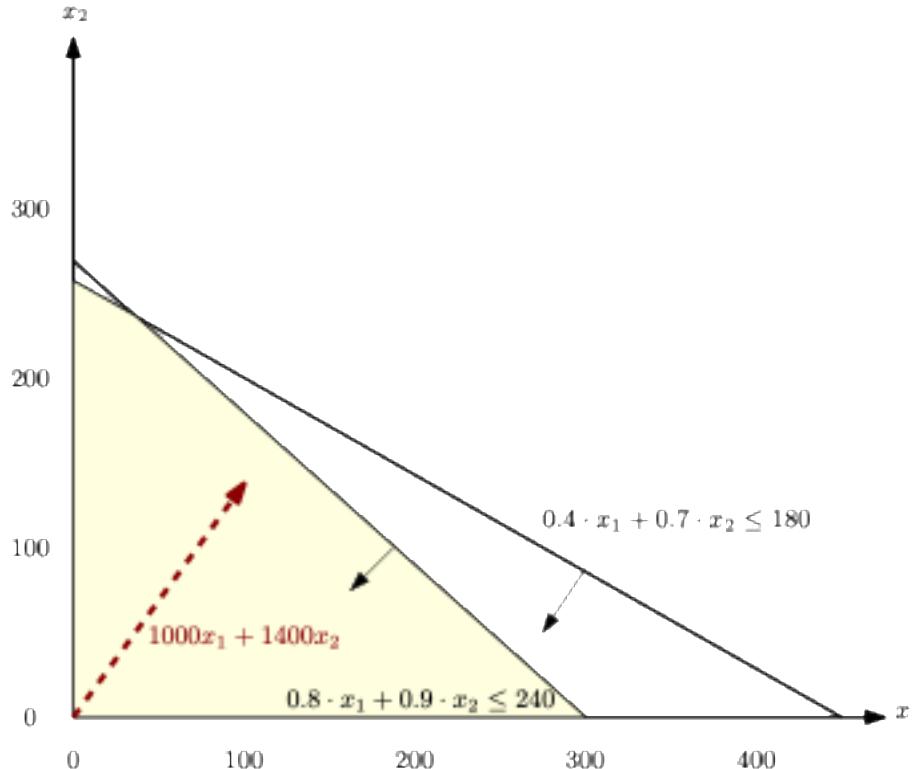


Graphische Darstellung

Maximiere: $(1000, 1400) \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 0.8 & 0.9 \\ 0.4 & 0.7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 240 \\ 180 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

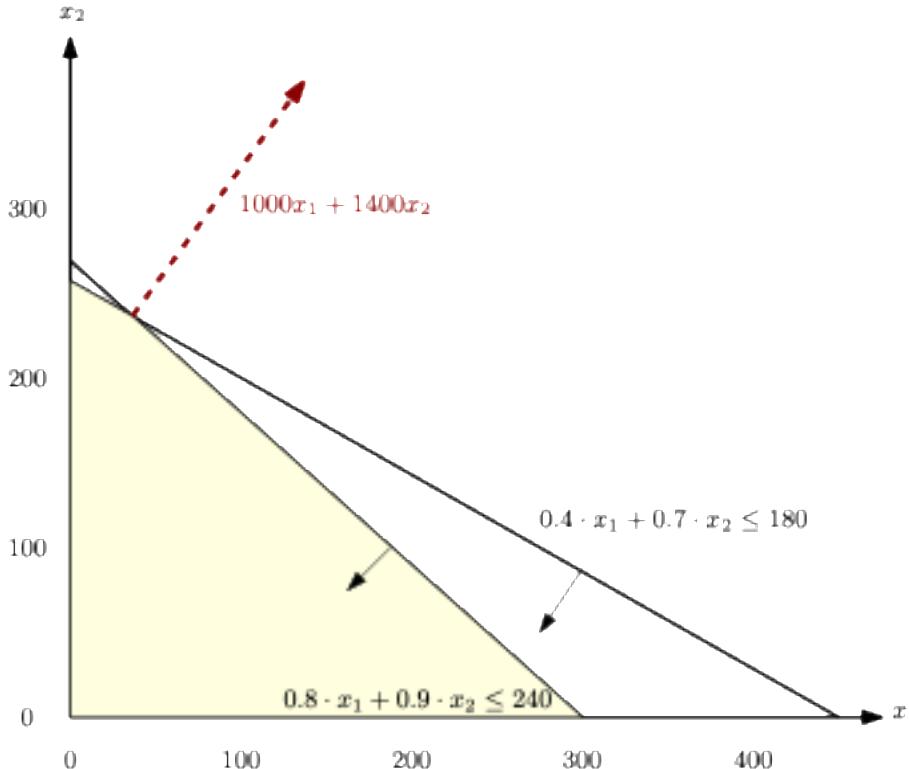


Graphische Darstellung

Maximiere: $(1000, 1400) \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

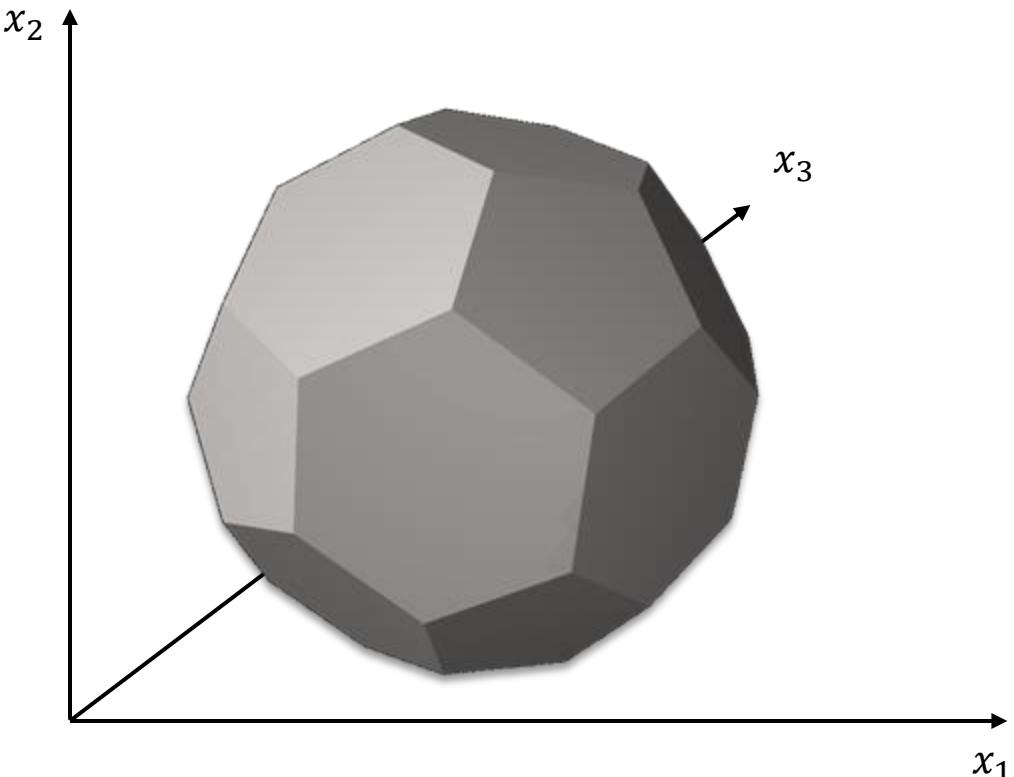
$$\begin{pmatrix} 0.8 & 0.9 \\ 0.4 & 0.7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 240 \\ 180 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$



Mehr Variablen = mehr Dimensionen

- Jede Variable erhöht die Dimension des Lösungsraumes um eins.
- Constraints entsprechen Hyperebenen, die den Lösungsraum beschneiden.



Lemma:

Der Lösungsraum eines LPs ist immer konvex.

Fragen

