Übungsblatt 4

Besprechungen der Aufgaben am 20.01.

Präsenzaufgabe 1 (Allgemeine LPs):

Betrachte folgendes LP.

$$
\begin{array}{lrrrrr}
\text{max} & & 1x_1 & -2x_2 & +3x_3 & \\
\text{s.t.} & -3 \leq & +1x_1 & -2x_2 & +2x_3 & \leq 6 \\
 & & +2x_1 & +1x_2 & +3x_3 & \leq 5 \\
 & -1 \leq & x_1 & & & \\
 & -1 \leq & & x_2 & & \leq 5 \\
 & 0 \leq & & & x_3 & \leq 2
\end{array}
$$

a) Bestimme das initiale Dictionary in allgemeiner Form und begründe, ob das Dictionary primal feasible ist.

b) Führe den Simplex-Algorithmus mit der Pivotregel „größter Koeffizient“ auf diesem allgemeinen Dictionary aus, um eine optimale Lösung zu bestimmen.

   Kommen in einem Schritt des Simplexalgorithmus mehrere (Nicht-)Basisvariablen in Frage, wähle die Variable mit dem kleinsten Index.

c) Ist das zuletzt erhaltene Dictionary degeneriert? Begründe deine Antwort.

Präsenzaufgabe 2 (Gomory Cut):

Betrachte folgendes IP.

$$
\begin{array}{lrrl}
\text{max} & 3x_1 & +2x_2 & \\
\text{s.t.} & 3x_1 & -1x_2 & \leq 6 \\
 & -2x_1 & +3x_2 & \leq 2 \\
 & x_1 & +x_2 & \leq 3 \\
 & x_1, & x_2 & \in \mathbb{N}_{\geq 0}
\end{array}
$$

a) Skizziere den Lösungsraum des relaxierten LPs in einem Koordinatensystem und gib alle zulässigen Lösungen des IPs an.

b) Gib ein optimales Dictionary der Relaxierung an und füge sowohl bzgl. x_1 als auch bzgl. x_2 einen Gomory-Cut in das Dictionary ein. Wie lauten dazugehörige Constraints, die der Relaxierung hinzugefügt wurden? Was fällt dabei auf?

Präsenzaufgabe 3 (Independent Set):

Gegeben sei ein Graph $G = (V, E)$. Gesucht ist eine größtmögliche Menge $I \subseteq V$, sodass keine zwei Knoten in I existieren, die in G benachbart sind, d.h. für alle $v_i, v_j \in I$ gilt $\{v_i, v_j\} \notin E$.

a) Modelliere das Problem das IP.

b) Modelliere das zum IP gehörige duale Problem und beschreibe, welches Graphenproblem hinter dem dualen Problem steckt.