

Kapitel 3.6: Datenstrukturen für Graphen

*Algorithmen und Datenstrukturen
WS 2025/26*

Prof. Dr. Sándor Fekete

A & D

I get the job done.
What the hell do you
want?

CAN YOU MAKE IT
WITHOUT KILLING
YOURSELF?



Algorithmus

DATENSTRUKTUR

Algorithmus 3.7

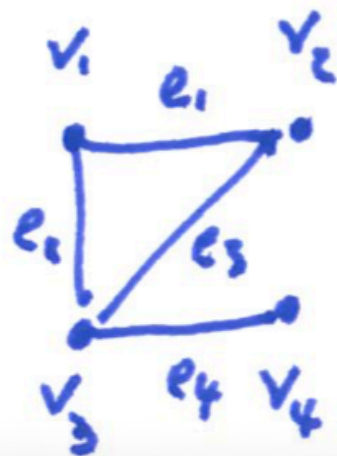
INPUT: Graph $G = (V, E)$, Knoten s

OUTPUT: Knotenmenge $Y \subseteq V$, die von s aus erreichbar ist,

Kantenmenge $T \subseteq E$, die die Erreichbarkeit sicherstellt

1. Sei $R := \{s\}$, $Y := \{s\}$, $T := \emptyset$
2. WHILE ($R \neq \emptyset$) DO {
 - 2.1. Wähle $v \in R$
 - 2.2. IF (es gibt kein $w \in V \setminus Y$ mit $e = \{v, w\} \in E$) THEN
 - 2.2.1. $R := R \setminus \{v\}$
 - 2.3. ELSE {
 - 2.3.1. Wähle ein $w \in V \setminus Y$ mit $e = \{v, w\} \in E$
 - 2.3.2. Setze $R := R \cup \{w\}$, $Y := Y \cup \{w\}$, $T := T \cup \{e\}$}}
3. STOP

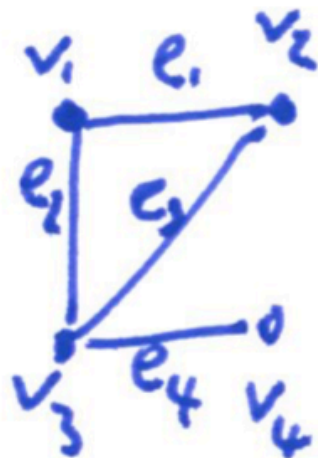
(1) Incidenzmatrix



$$\begin{matrix} & e_1 & e_2 & e_3 & e_4 \\ \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Größe: $n \times m$ für einen Graphen mit n Knoten, m Kanten.

(2) Adjazenzmatrix

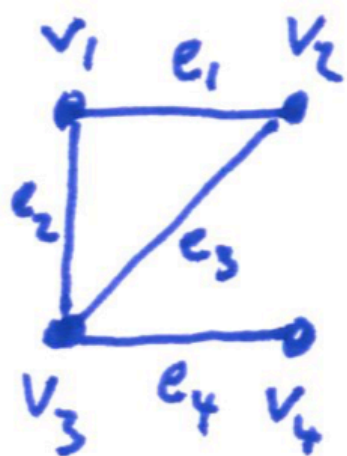


$$\begin{matrix} & v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \\ \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Größe: n^2 für einen Graphen mit n Knoten.

(3)

Kantenliste



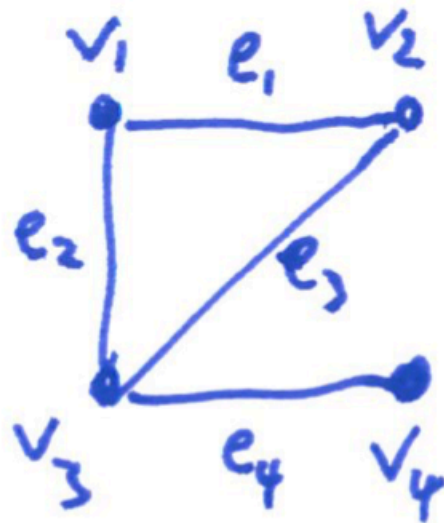
$\{v_1, v_2\}, \{v_1, v_3\}, \{v_1, v_4\}, \{v_3, v_4\}$

Benötigt wird eine Kantennummerierung!

$$b = \lfloor \log_2 n \rfloor + 1$$

$$d = \lfloor \log_{10} n \rfloor + 1$$

(4) Adjazenzliste

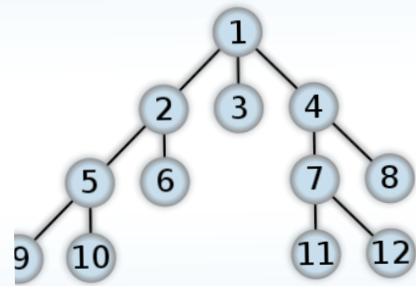


$V_1: V_2, V_3;$

$V_2: V_1, V_3;$

$V_3: V_1, V_2, V_4;$

$V_4: V_3;$



Kapitel 3.7:
Wachstum von Funktionen
Algorithmen und Datenstrukturen
WS 2022/23

Prof. Dr. Sándor Fekete

Wie lange dauert es, ein Puzzle zu lösen?

Gegeben: Eine Menge von n Puzzleteilen

Gesucht: Eine systematische Lösungsmethode

Einfach so:

$$6+5+4+3+2+1 = 21$$

$$1+2+3+4+5+6 = 21$$

$$7+7+7+7+7+7 = 42$$

Wie lange braucht man für n Teile?

$$n(n+1)/2$$

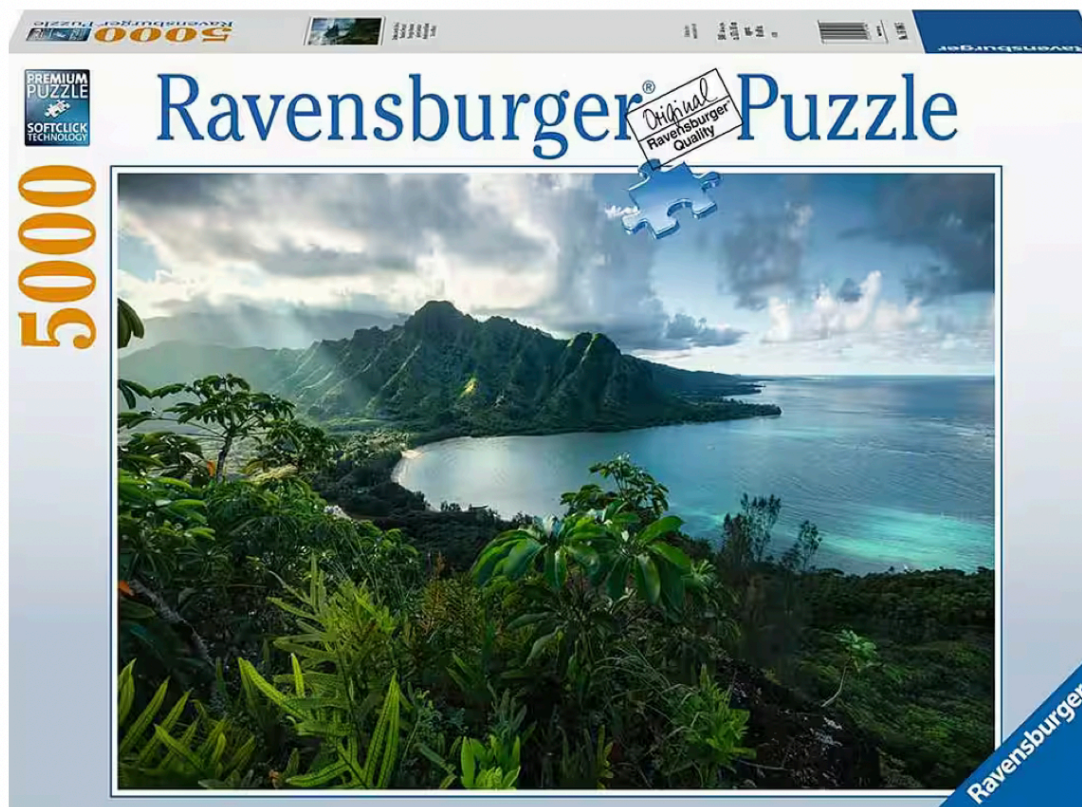
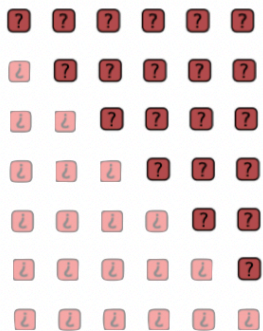
$$\Theta(n^2)$$

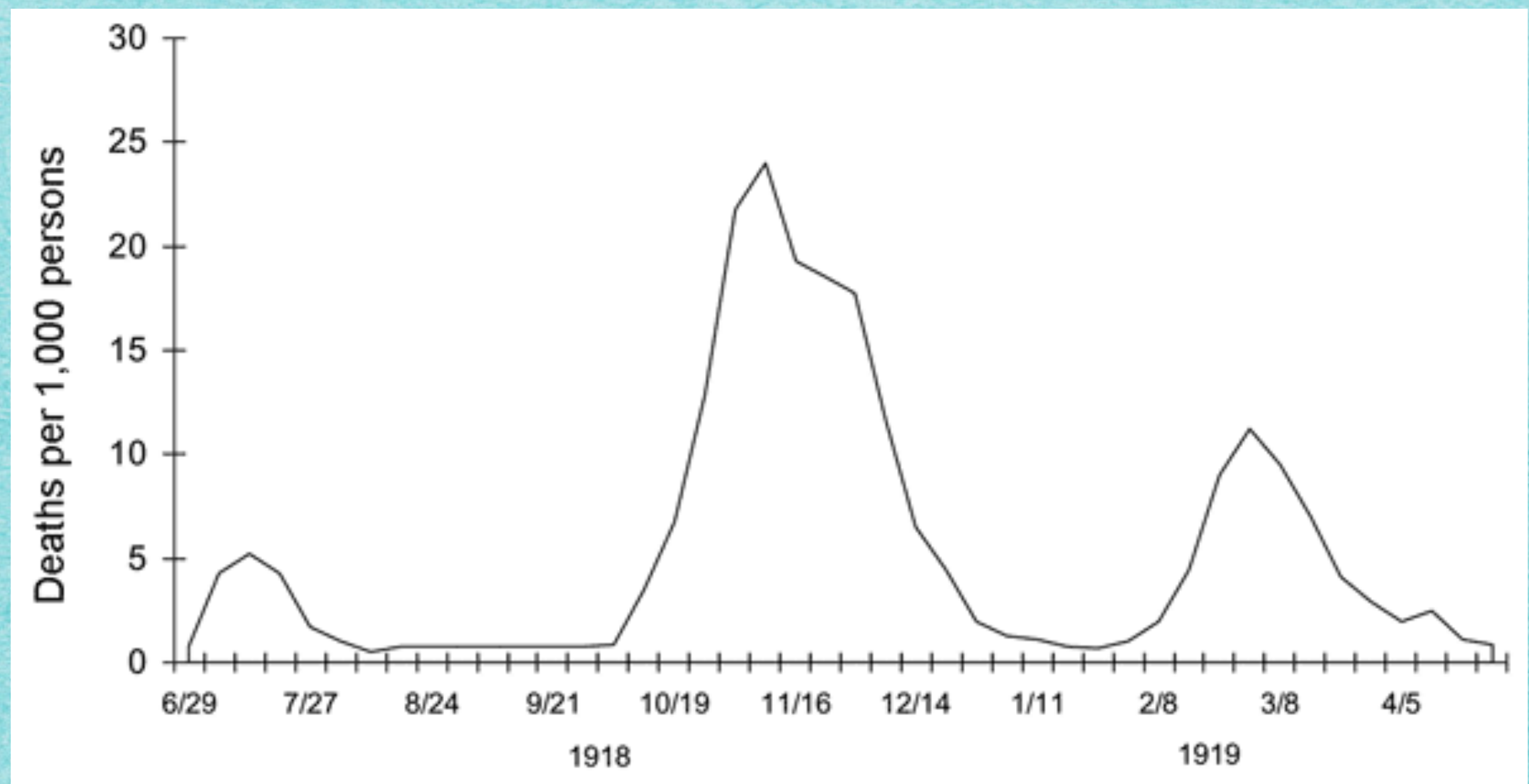
$n = 6$: 21 Schritte

$n = 100$: 5050 Schritte

$n = 1000$: 500.500 Schritte

$n = 5000$: 12.502.500 Schritte



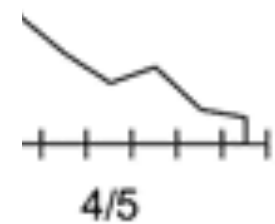


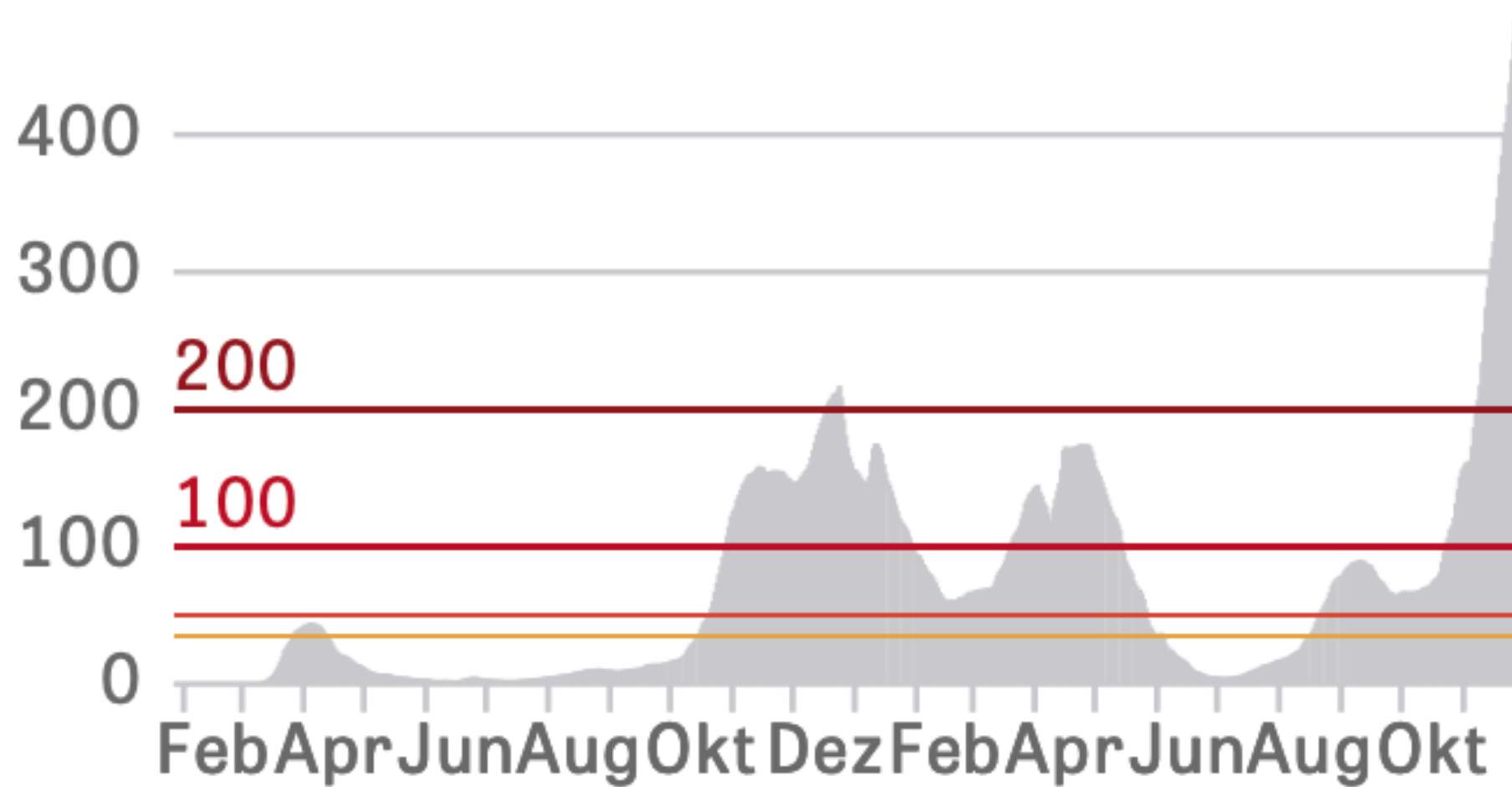
Todesfälle pro Tag

Deaths per 1,000 persons

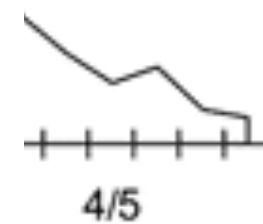
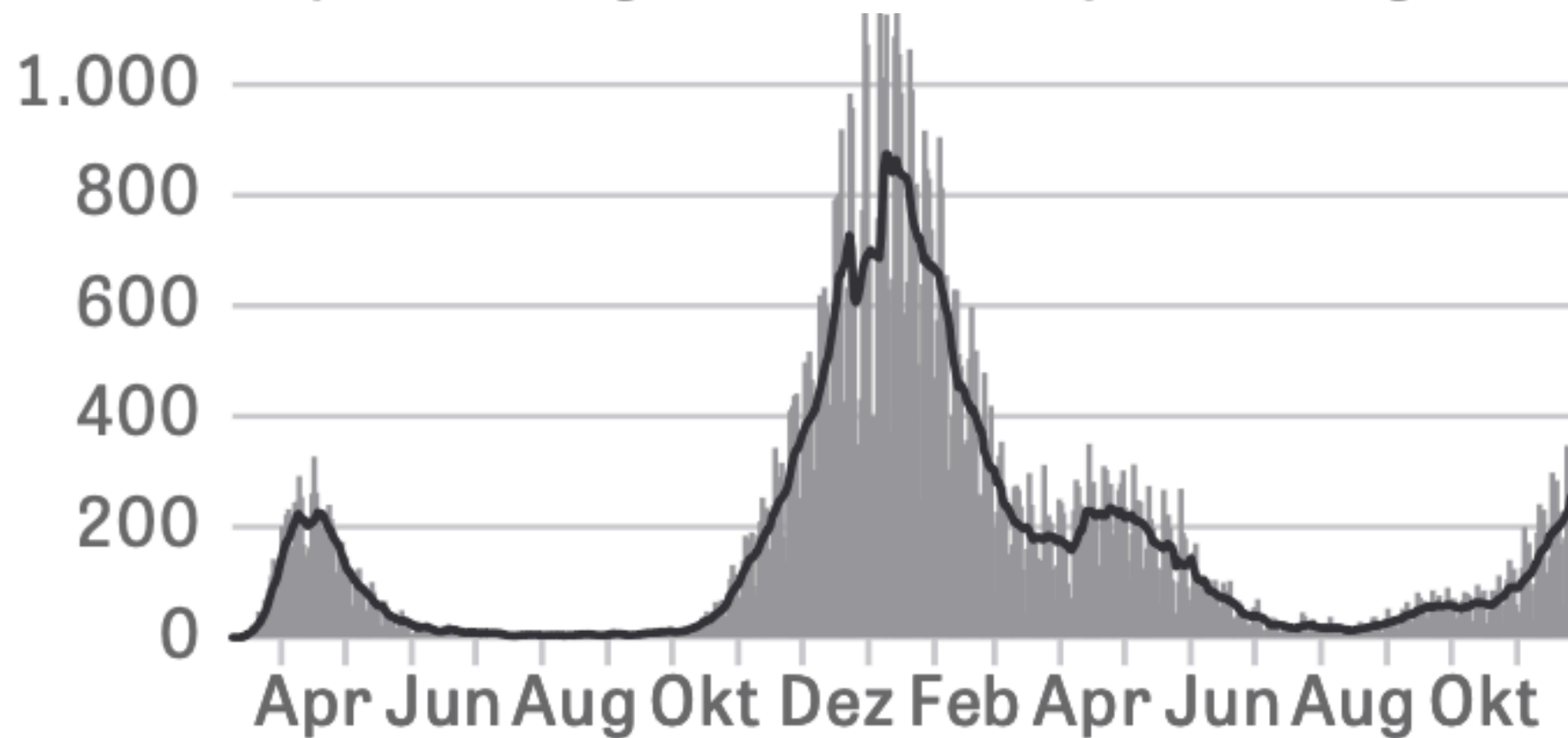
1.200
1.000
800
600
400
200
0

Apr Jun Aug Okt Dez Feb Apr Jun Aug Okt





Deaths per 1,000 per



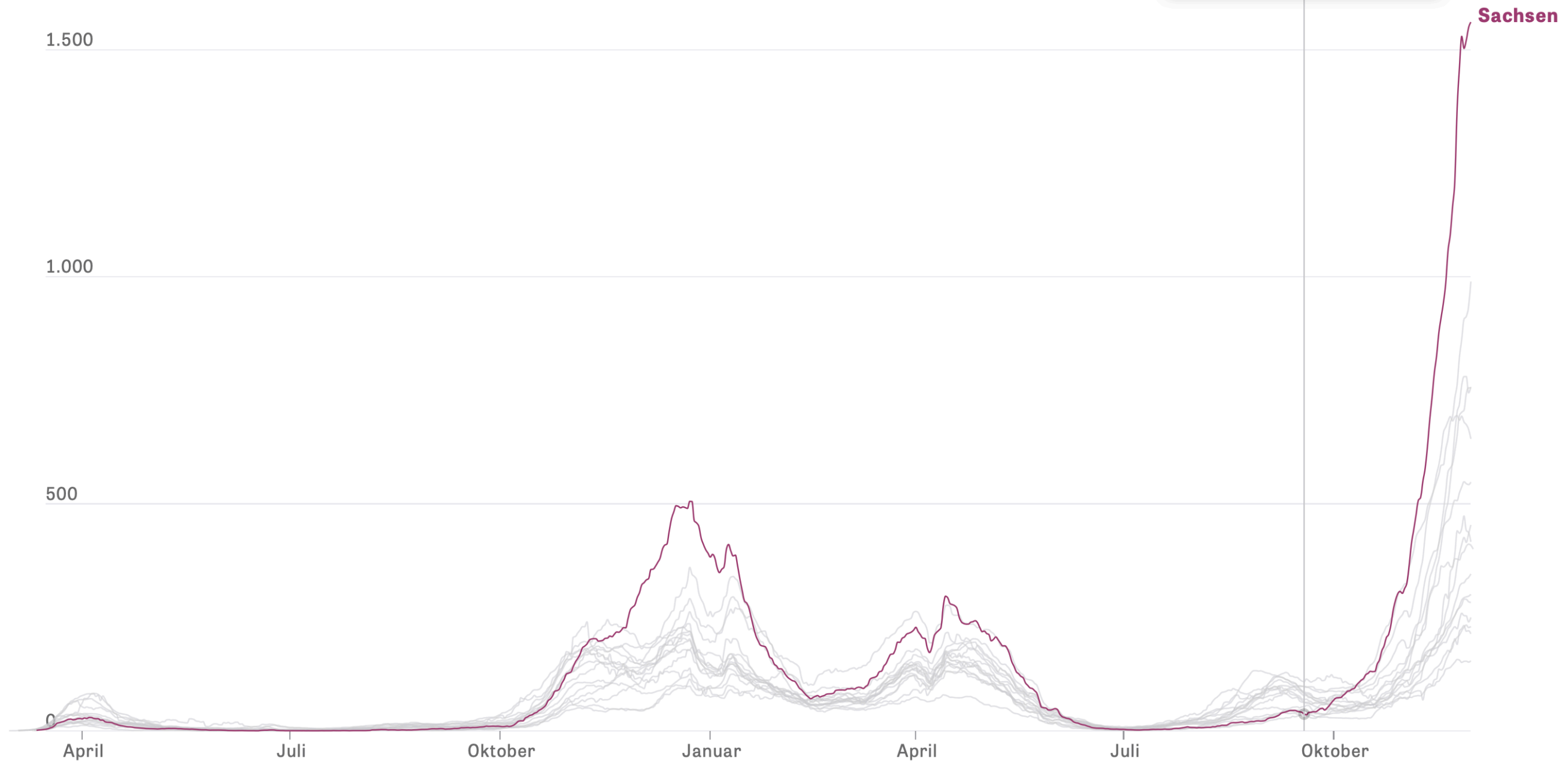
Sachsen



FÄLLE

TODESFÄLLE

↑ Bestätigte Neuinfektionen in den letzten 7 Tagen je 100.000 Einwohner



18. September

37,1 bestätigte Fälle je

100.000

100.000

Sachsen

Überblick Verlauf Hospitalisierungen Intensivbetten Impfeffekte Tests Varianten Weltweit

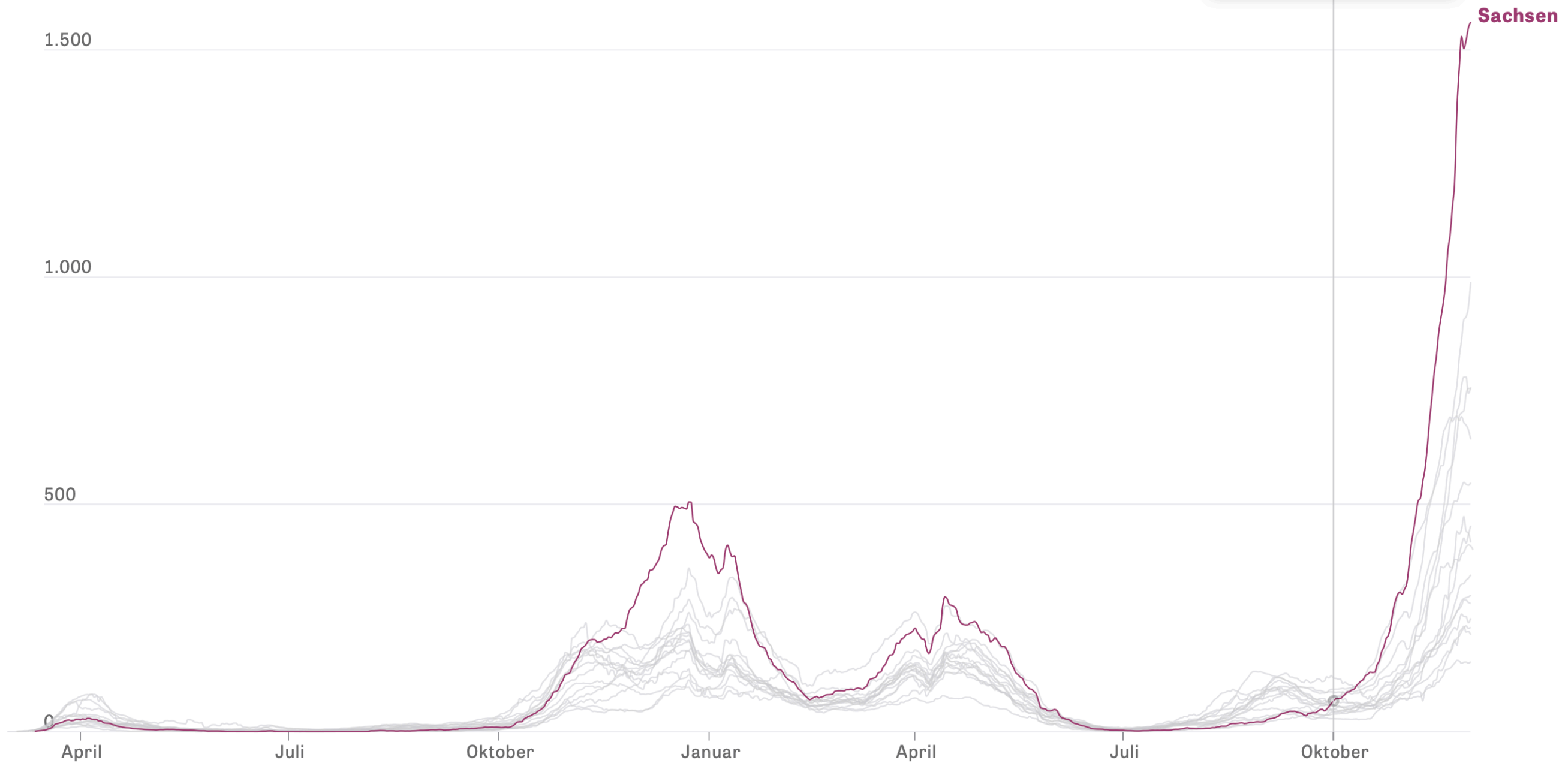
Sachsen



FÄLLE

TODESFÄLLE

↑ Bestätigte Neuinfektionen in den letzten 7 Tagen je 100.000 Einwohner



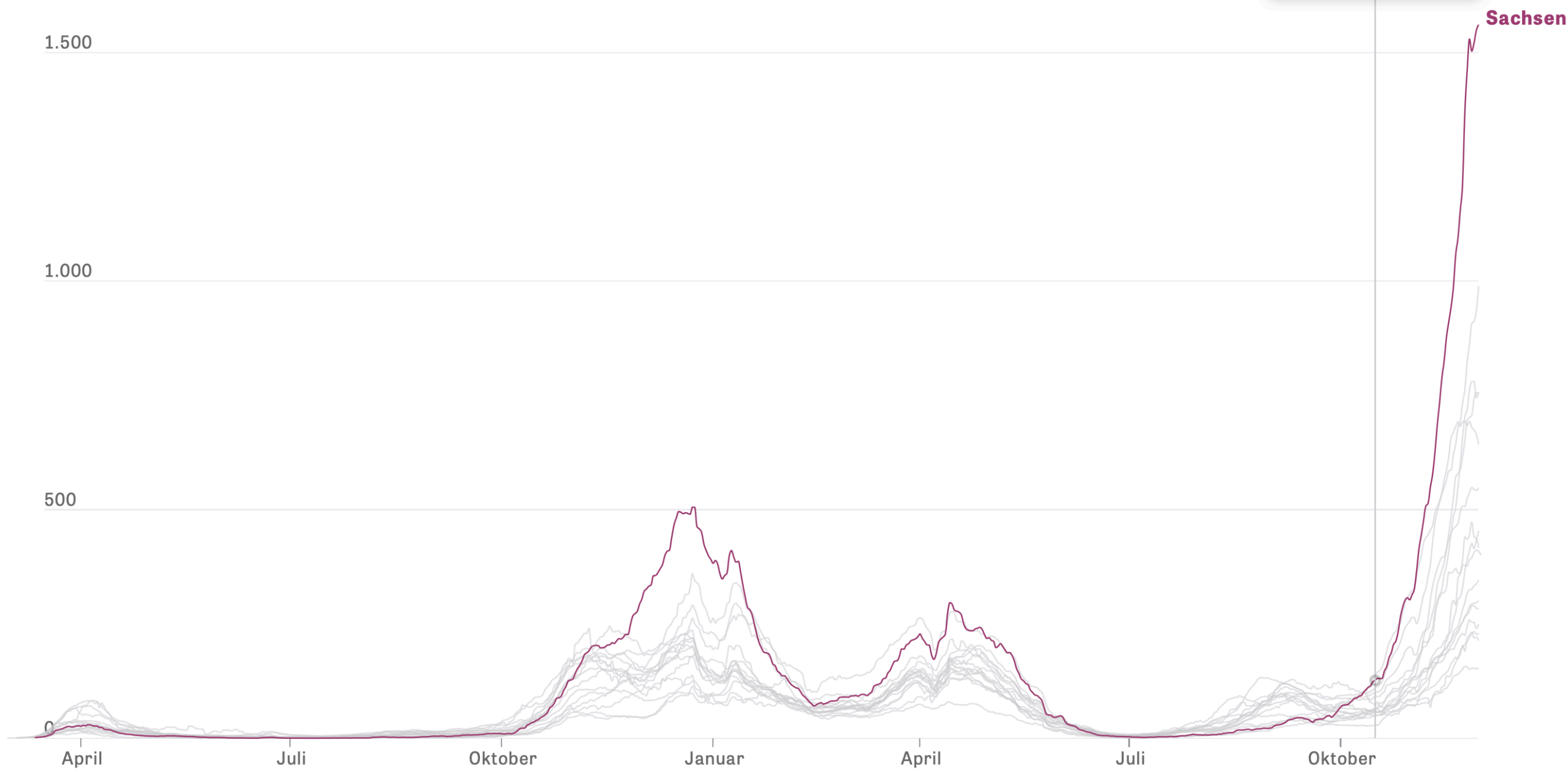
Sachsen



FÄLLE

TODESFÄLLE

↑ Bestätigte Neuinfektionen in den letzten 7 Tagen je 100.000 Einwohner



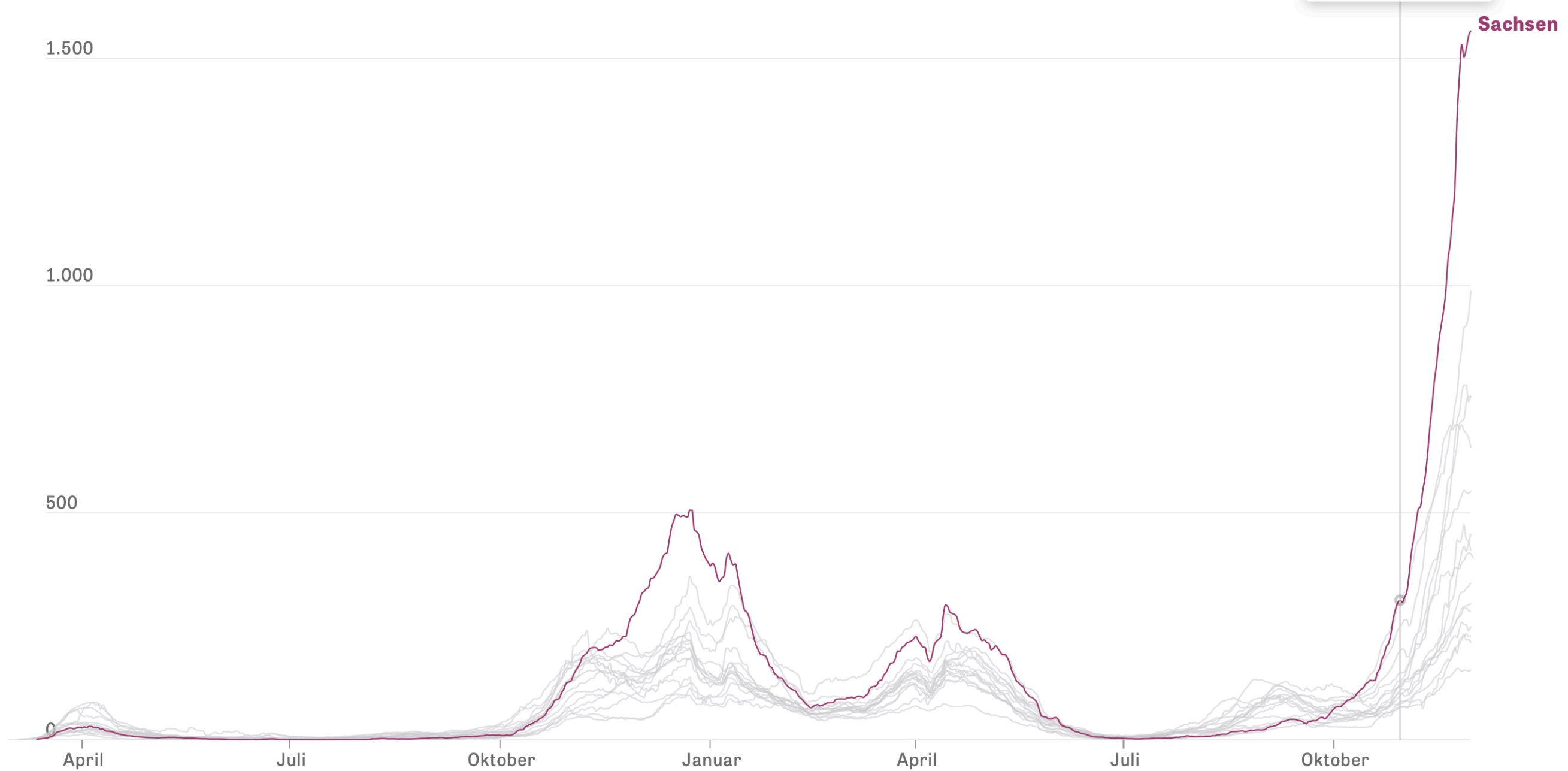
Sachsen



FÄLLE

TODESFÄLLE

↑ Bestätigte Neuinfektionen in den letzten 7 Tagen je 100.000 Einwohner



30. Oktober
307,3 bestätigte
Fälle je 100.000

Sachsen

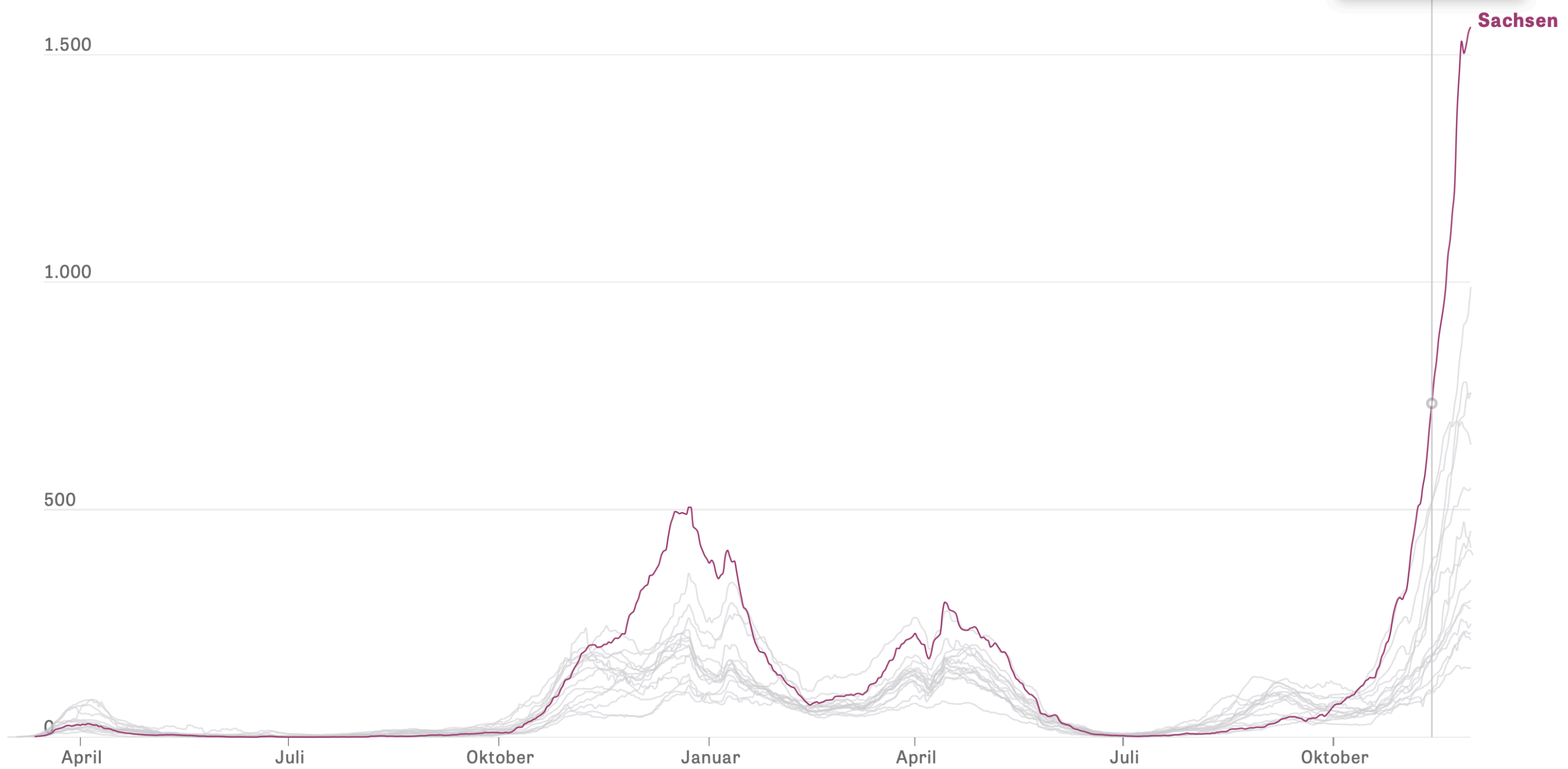
Sachsen



FÄLLE

TODESFÄLLE

↑ Bestätigte Neuinfektionen in den letzten 7 Tagen je 100.000 Einwohner



Überblick Verlauf Hospitalisierungen Intensivbetten Impfeffekte Tests Varianten Weltweit

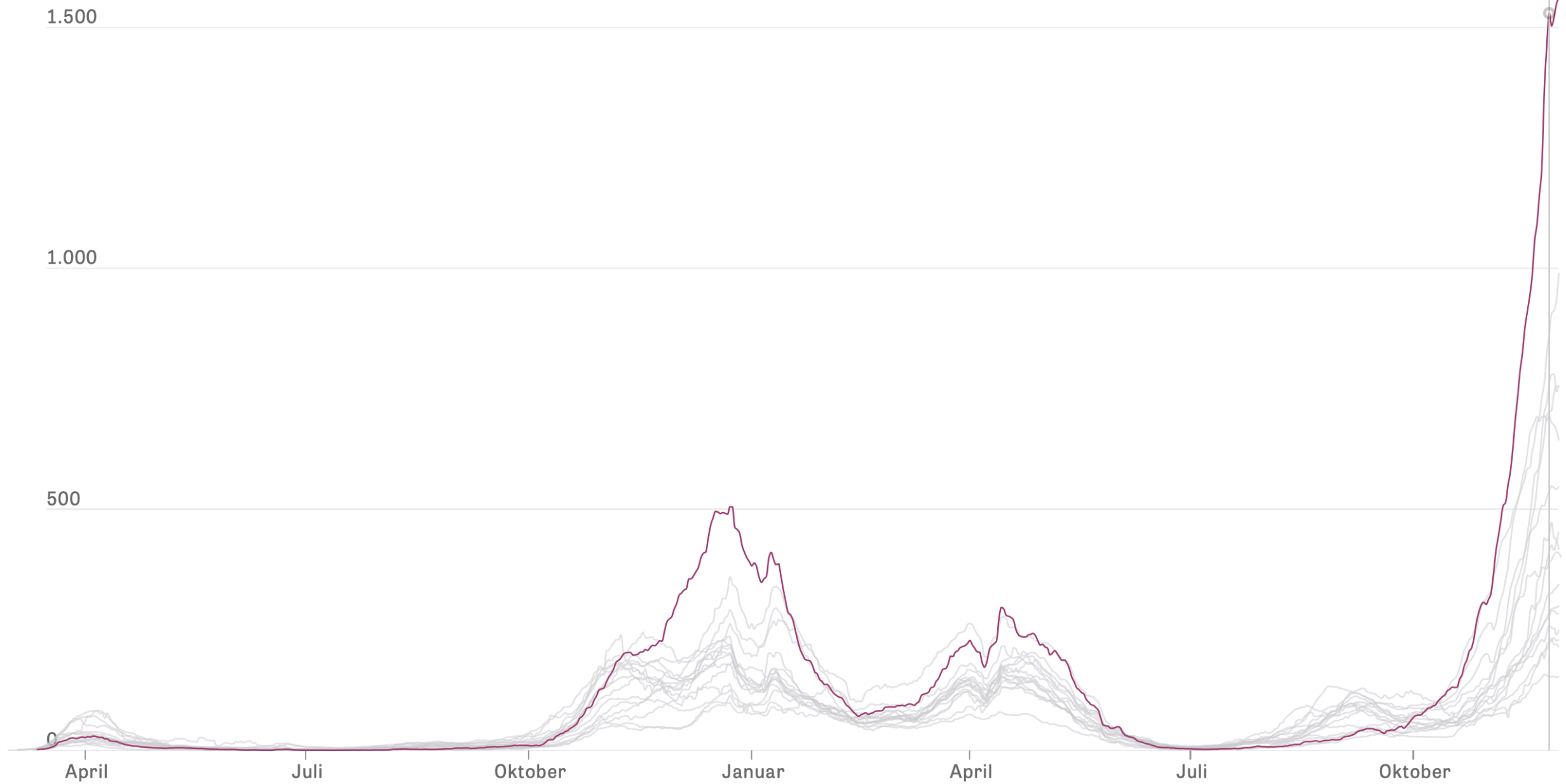
Sachsen



FÄLLE

TODESFÄLLE

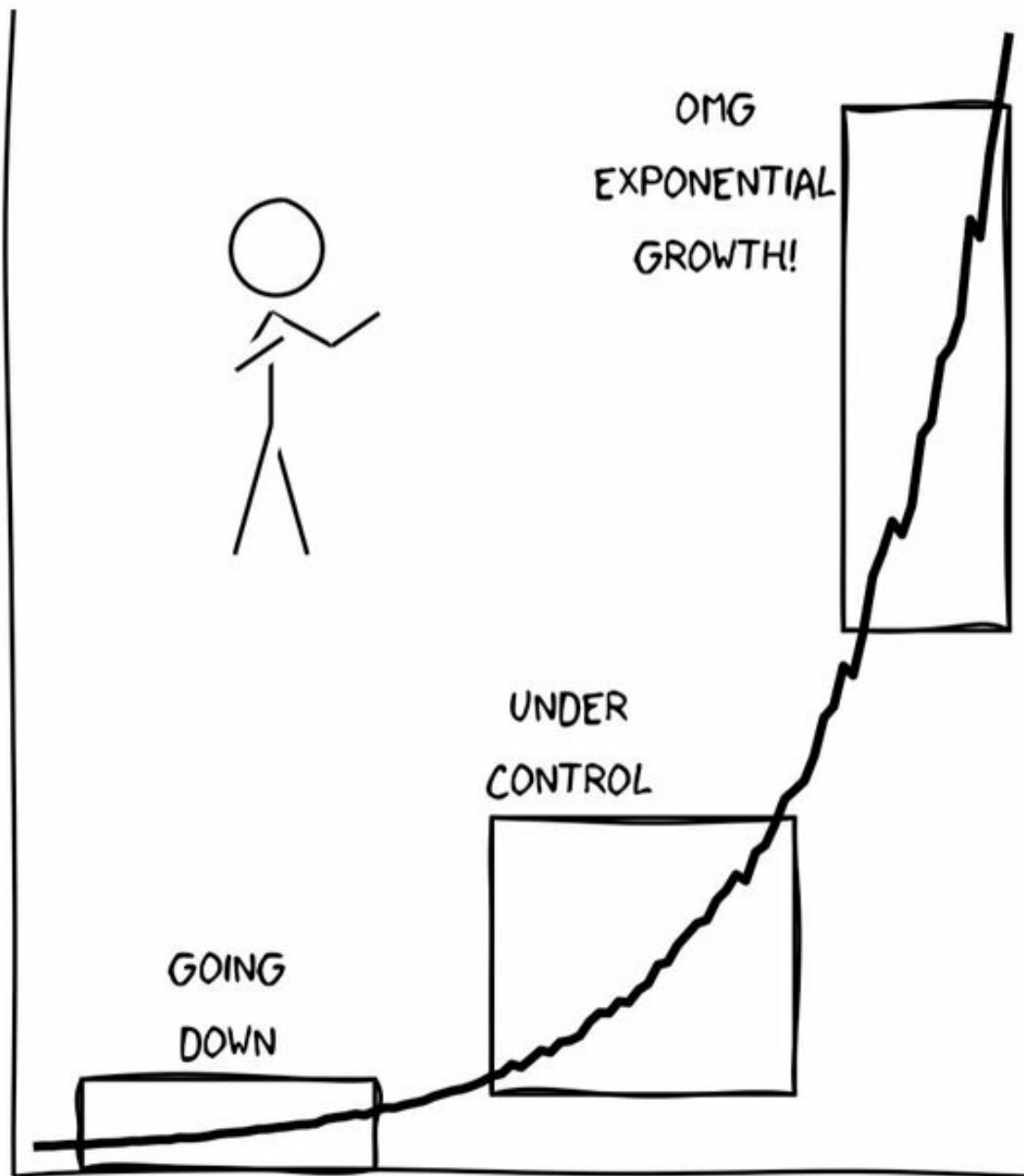
↑ Bestätigte Neuinfektionen in den letzten 7 Tagen je 100.000 Einwohner



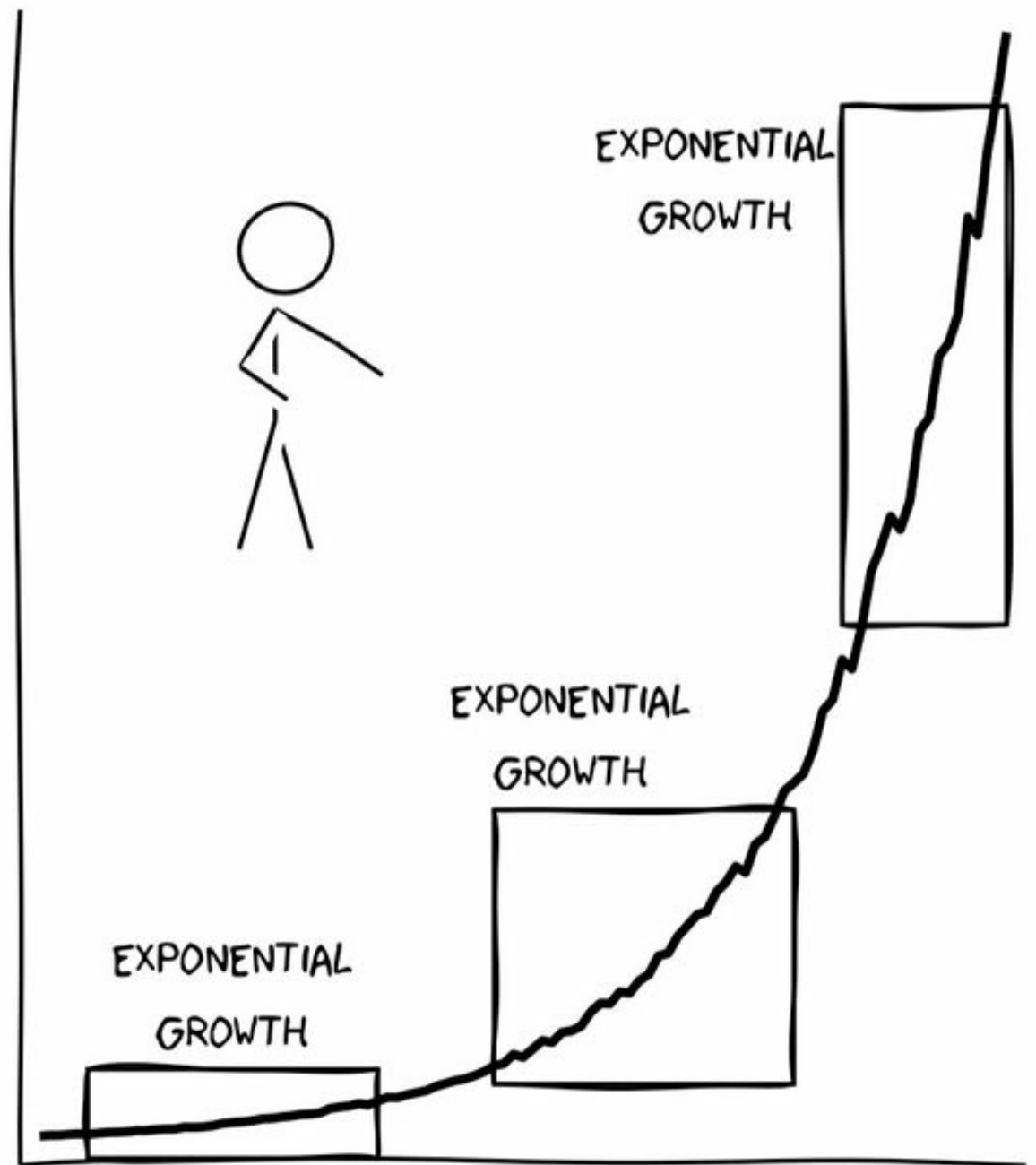
26. November
1.529,6 bestätigte
Fälle je 100.000

Sachsen

PUBLIC HEALTH



SCIENTISTS

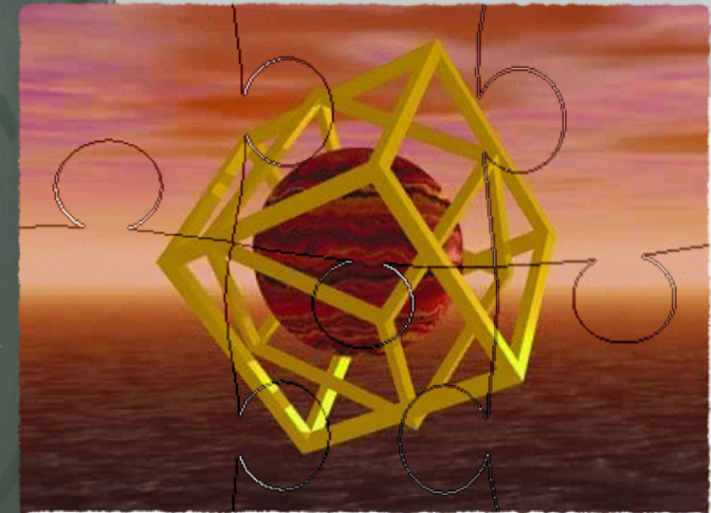


Idee: Verhalten von Funktionen
asymptotisch abschätzen und vereinfachen

$\boxed{C_2 f(n)}$

$\boxed{f(n)}$

$\boxed{C_1 g(n)}$



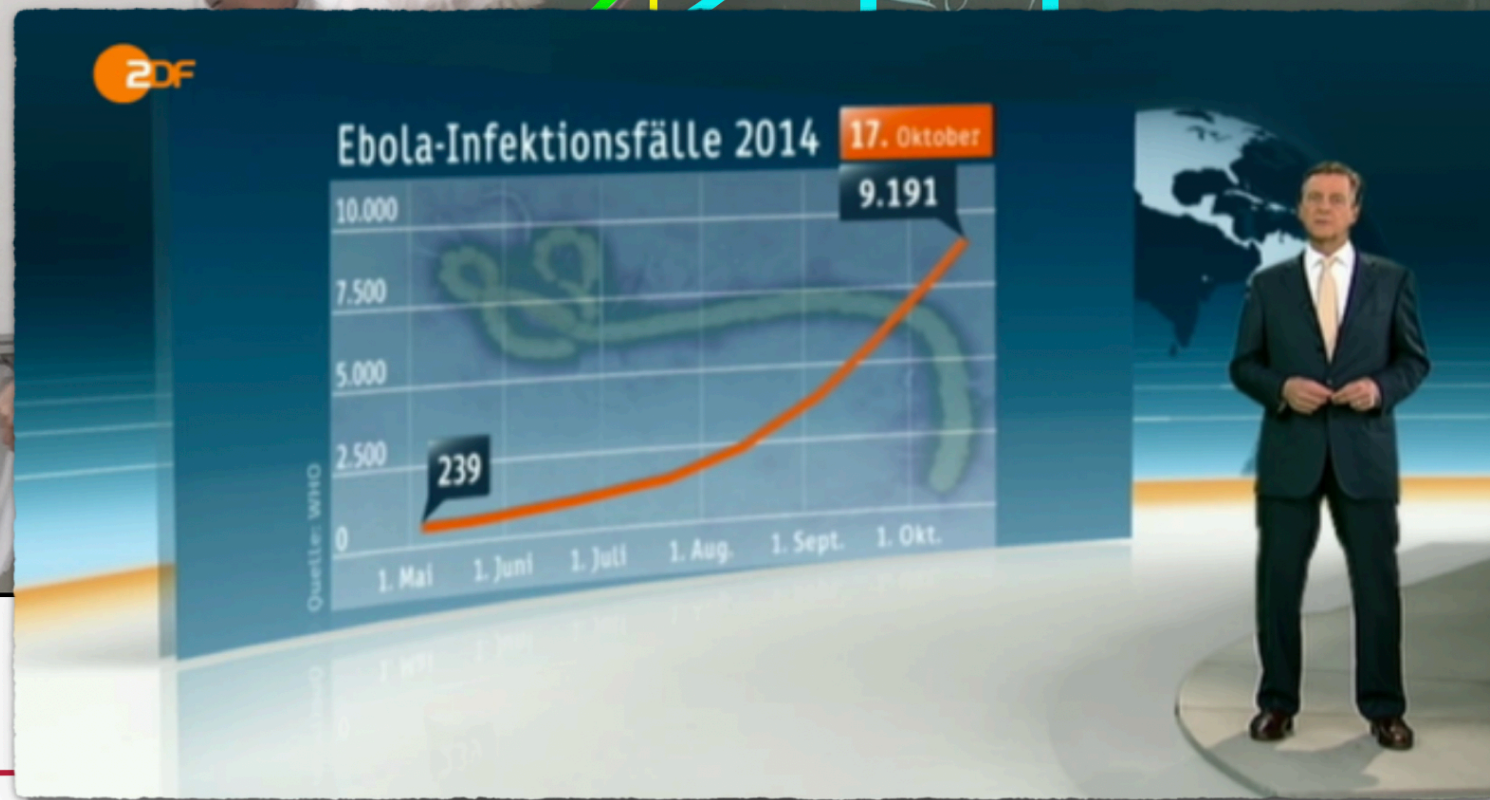
Wie lange braucht man
für n Teile?

$$\boxed{n(n+1)/2} \quad \Theta(n^2)$$

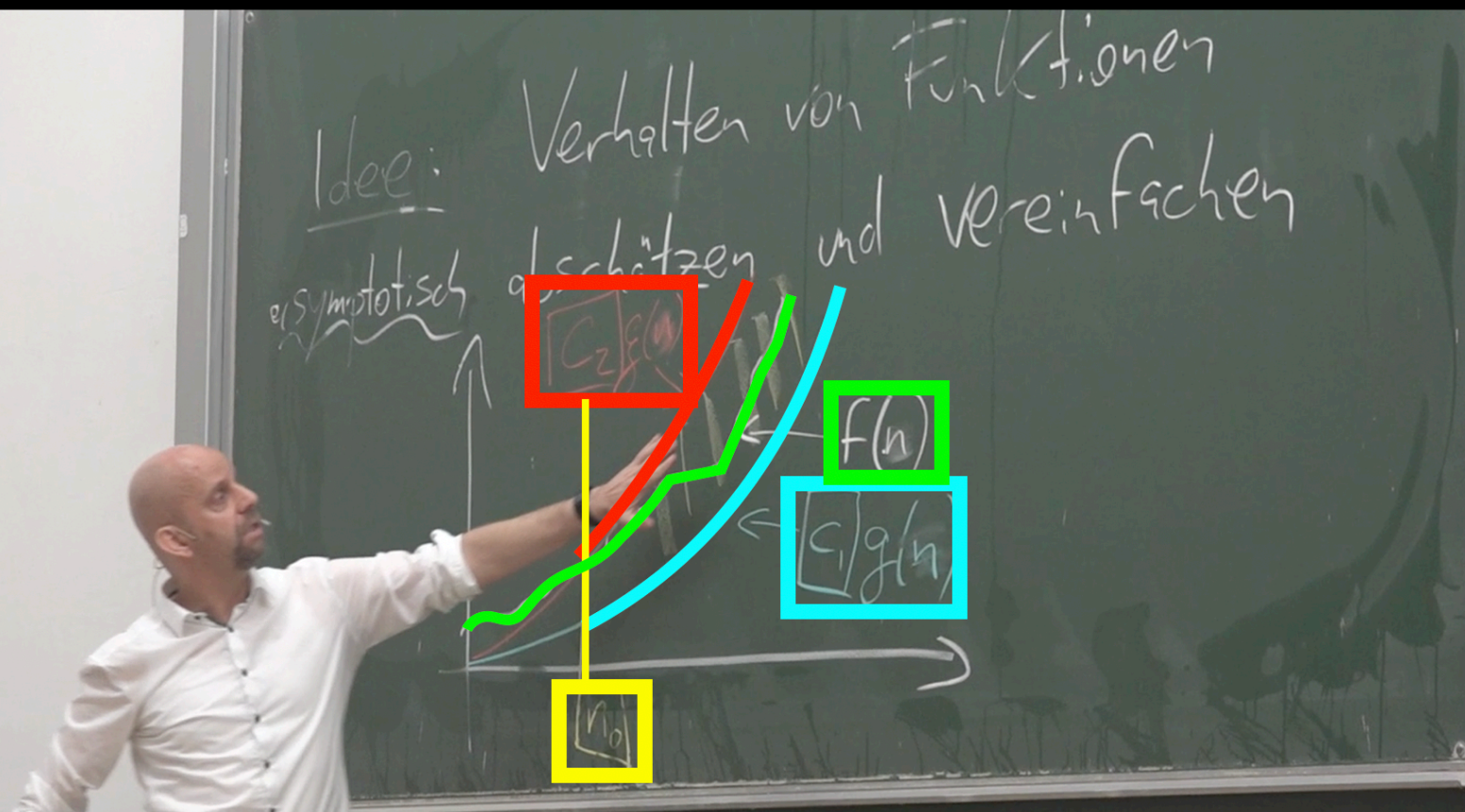
$n = 6$: 21 Schritte
 $n = 100$: 5050 Schritte
 $n = 1000$: 500.500 Schritte
 $n = 5000$: 12.502.500 Schritte

$$\Theta(n^2) \quad (2n)^2 = 4 \cdot n^2$$

$$\Theta(2^n) \quad 2^{2n} = 2^n \cdot 2^n$$



22.10.25 | Sándor P. Fekete | AuD VL0: Geht's nicht noch etwas schneller?



DEFINITION 3.9 (Θ -Notation)

Seien $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ Funktionen.

Dann gilt

$$f \in \Theta(g) \Leftrightarrow \text{Es gibt positive Konstanten } c_1, c_2, n_0 \text{ mit}$$

$$0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n) \text{ für alle } n \geq n_0$$

Man sagt: f wächst asymptotisch in derselben Größenordnung wie g .

Weiter an der Tafel!

s.fekete@tu-bs.de