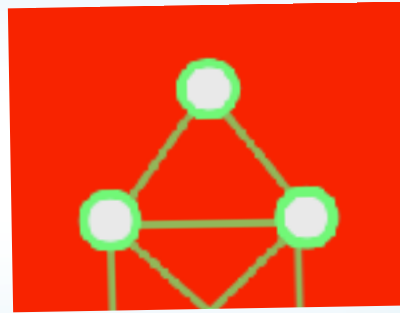
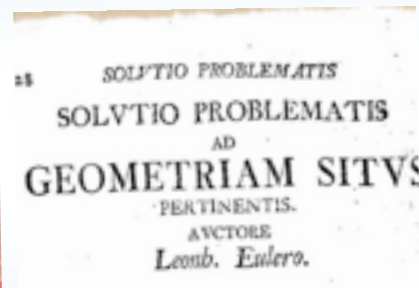




Kapitel 2: Graphen

Algorithmen und Datenstrukturen
WS 2025/26

Prof. Dr. Sándor Fekete

Konzentration



2.1 Historie: Ein Mathematiker geht spazieren



Carl Friedrich Gauß (1777-1855)

$$\begin{array}{r} 1 + 2 + 3 + \dots + 100 \\ 100 + 99 + 98 + \dots + 1 \end{array}$$

$$101 + 101 + 101 + \dots + 101$$

$$= 100 \times 101$$

Also:

$$1+2+3+\dots+100 = 5050$$

Gaußsche Summenformel

Die **Gaußsche Summenformel** (nicht zu verwechseln mit einer **Gaußschen Summe**), auch **kleiner Gauß** genannt, ist eine **Formel** für die **Summe** der ersten n aufeinanderfolgenden **natürlichen Zahlen**:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2 + n}{2}$$



Carl Friedrich
Gauss Statue

Gaußsche Summenformel

Die **Gaußsche Summenformel** (nicht zu verwechseln mit einer **Gaußschen Summe**), auch **kleiner Gauß** genannt, ist eine **Formel** für die **Summe** der ersten n aufeinanderfolgenden **natürlichen Zahlen**:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2 + n}{2}$$

$$\begin{array}{r} 1 + 2 + 3 + \dots + 100 \\ 100 + 99 + 98 + \dots + 1 \end{array}$$

$$\hline 101 + 101 + 101 + \dots + 101$$

$$= 100 \times 101$$

Also:

$$1+2+3+\dots+100 = 5050$$

2.1 Historie: Ein Mathematiker geht spazieren

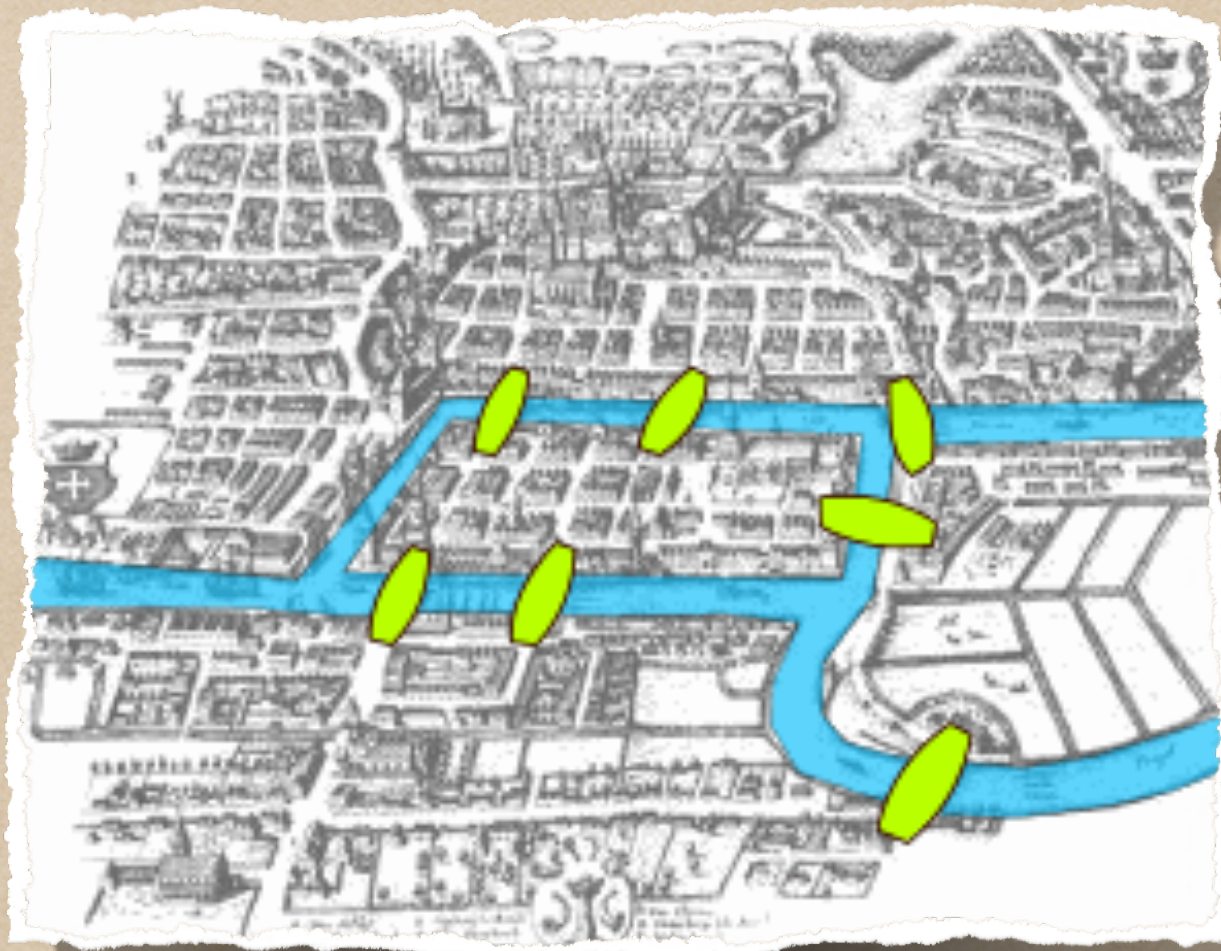


Leonhard Euler (1707-1783)

2.1 Hístorie: Eín Mathematíker geht spazíeren

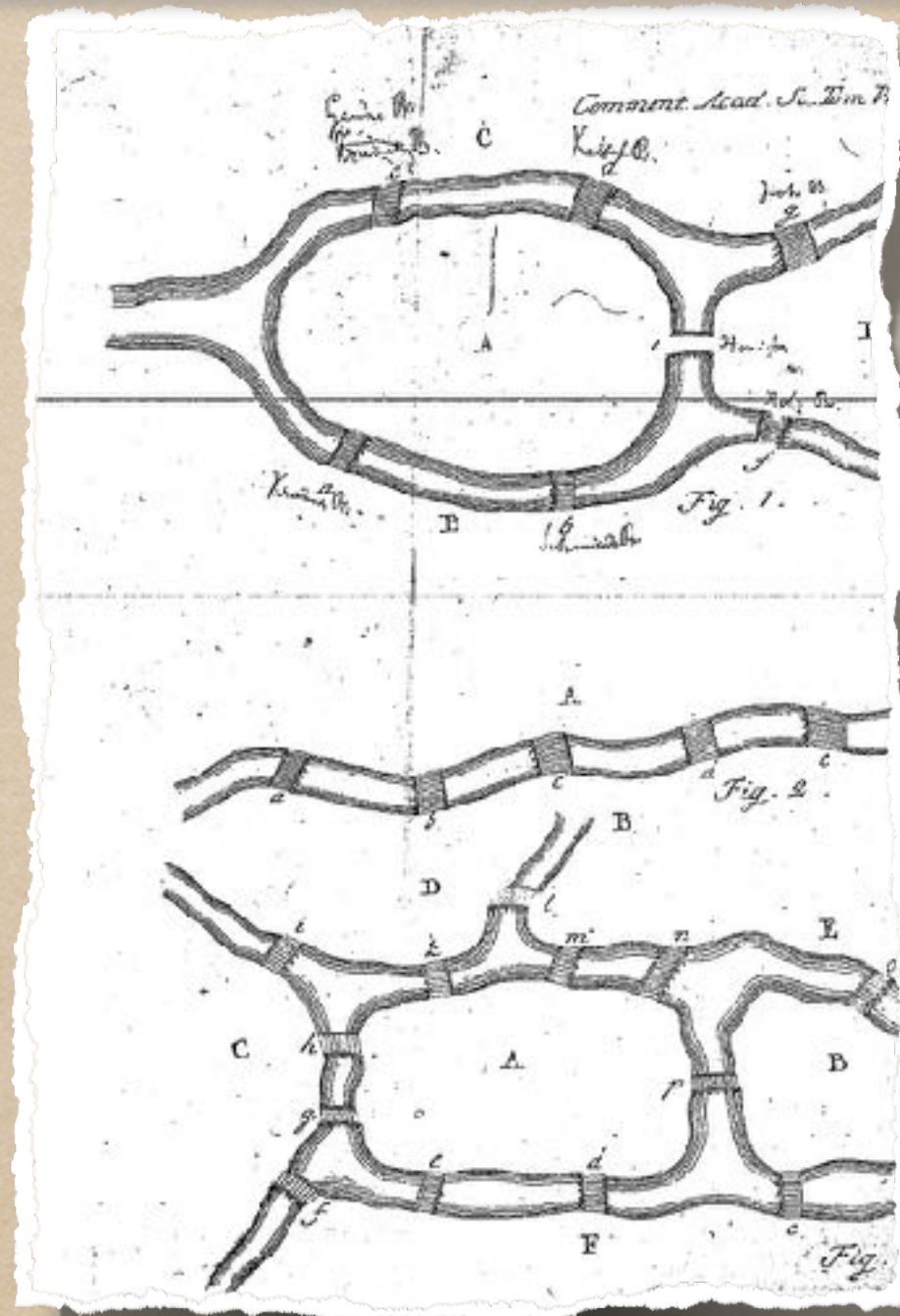


2.1 Historie: Ein Mathematiker geht spazieren



Königsberg und seine 7 Brücken

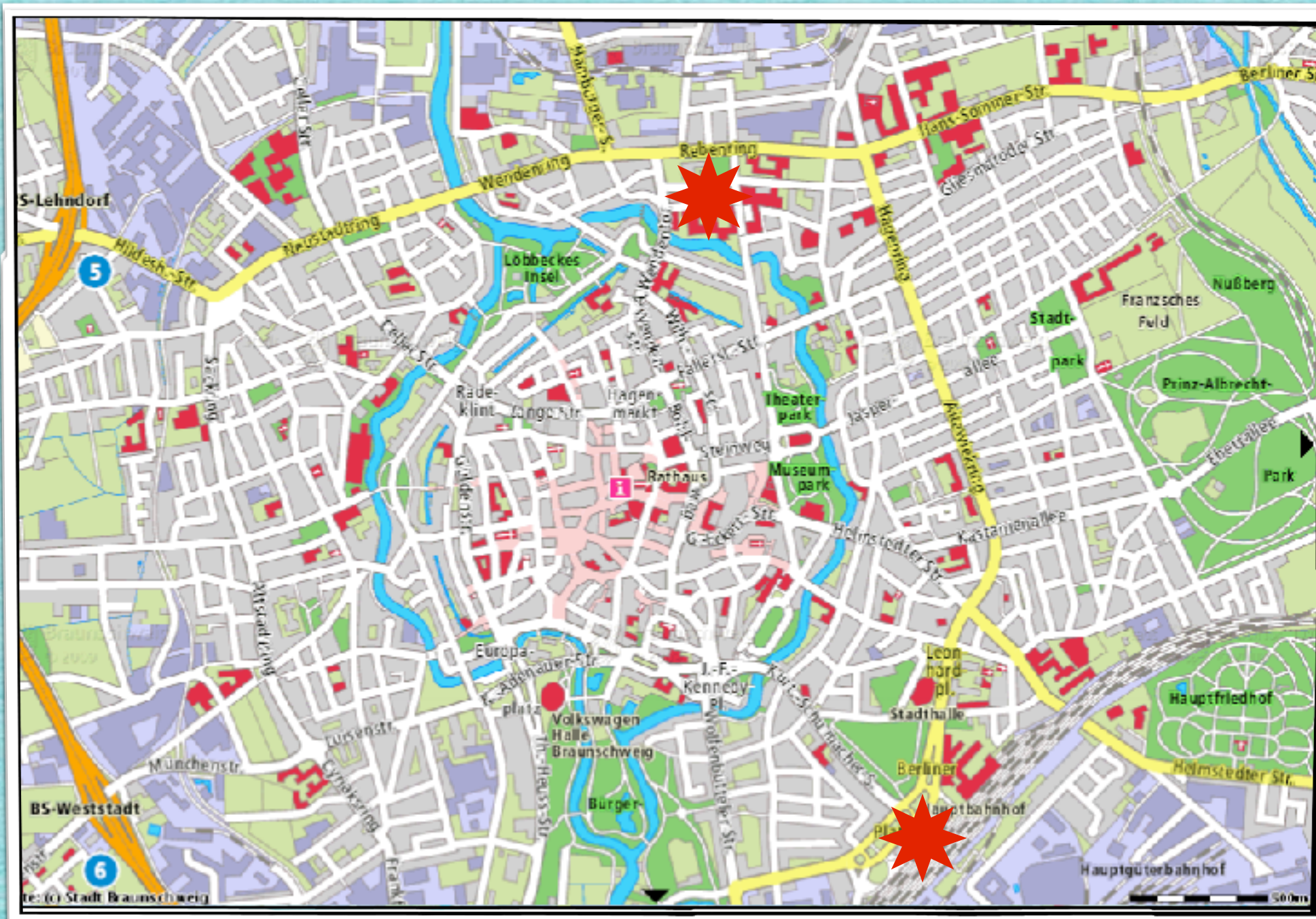
2.1 Historie: Ein Mathematiker geht spazieren



Wie kommt man zur TV?



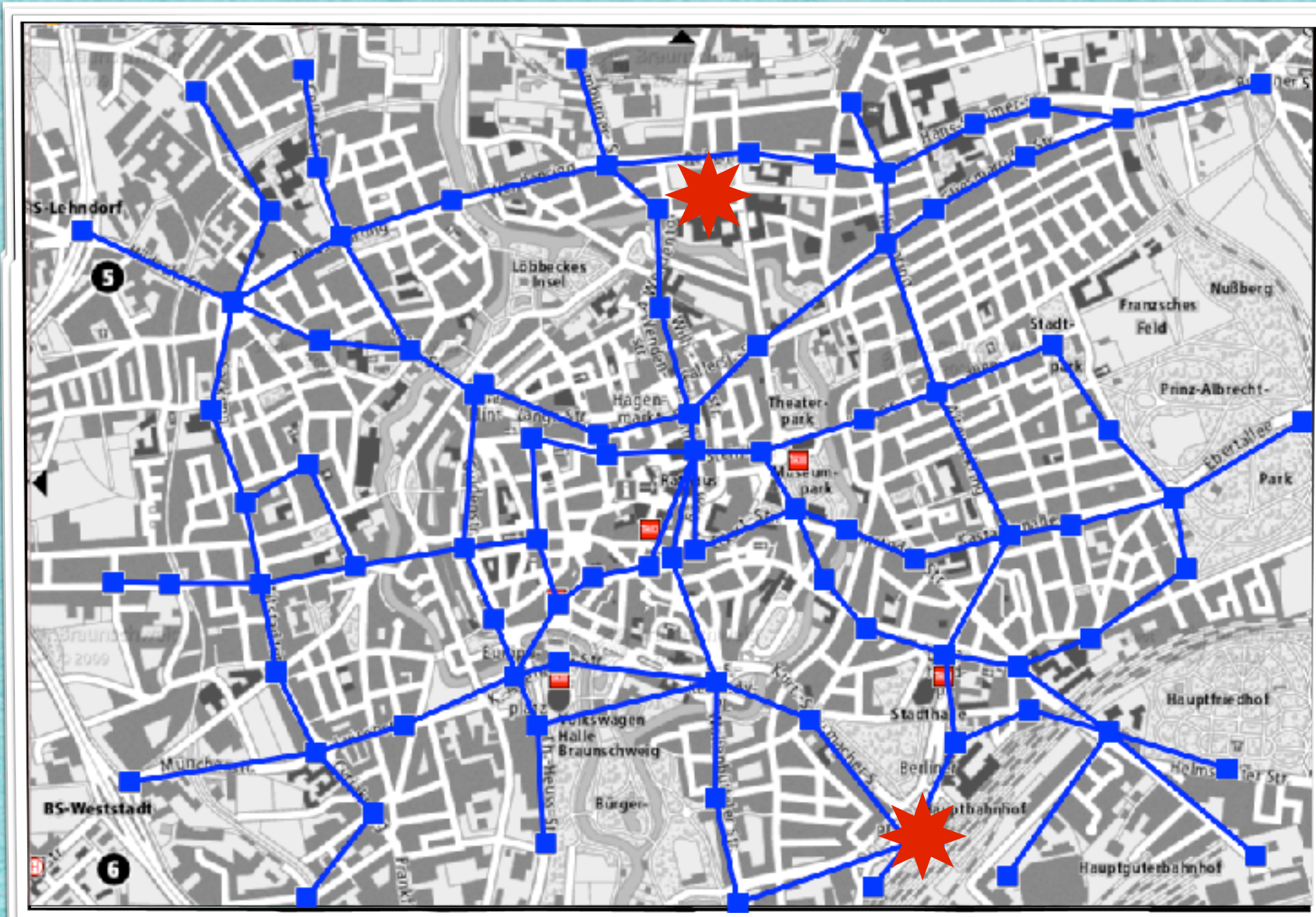
Wie kommt man zur TV?



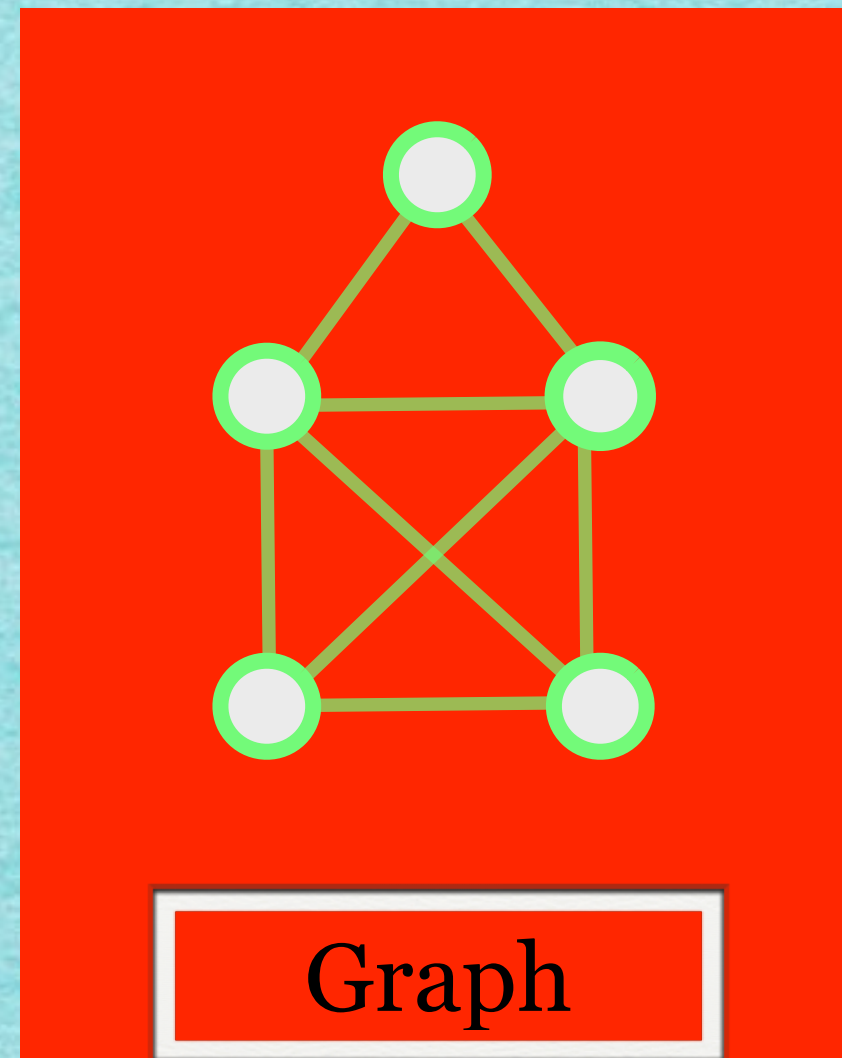
Wie kommt man zur TV?



Wie kommt man zur TV?

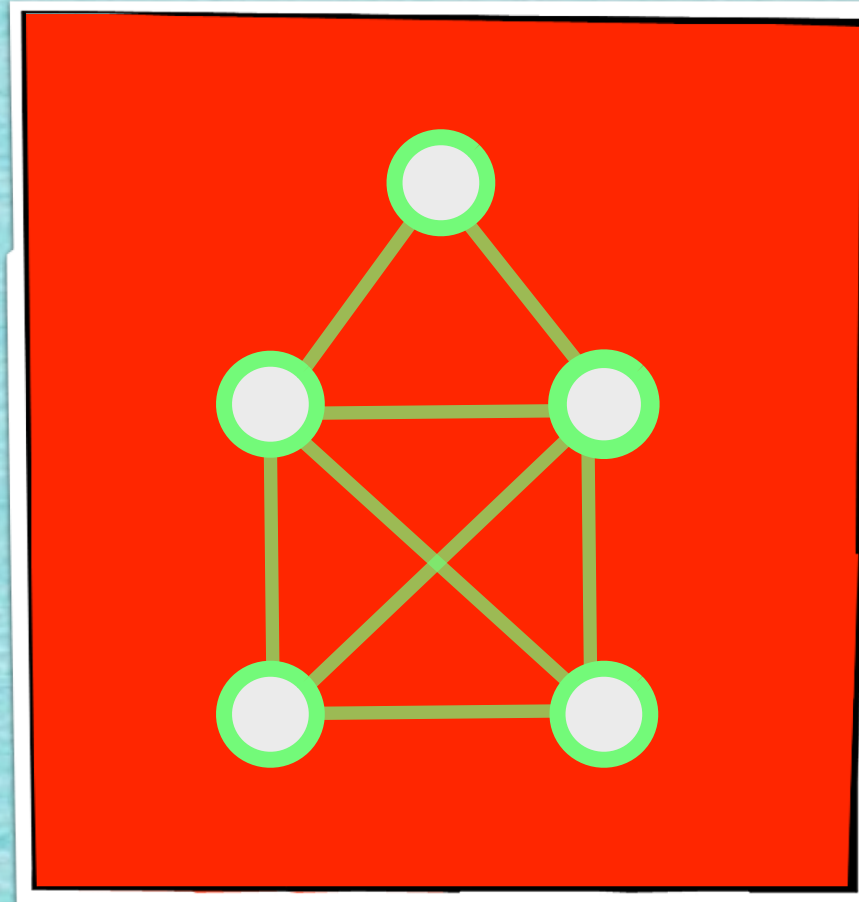


Gestatten, Graph!



Graph: Ein Gebilde aus Knoten (Haltestellen)
und Kanten (Verbindungen)

Das Haus des Nikolaus



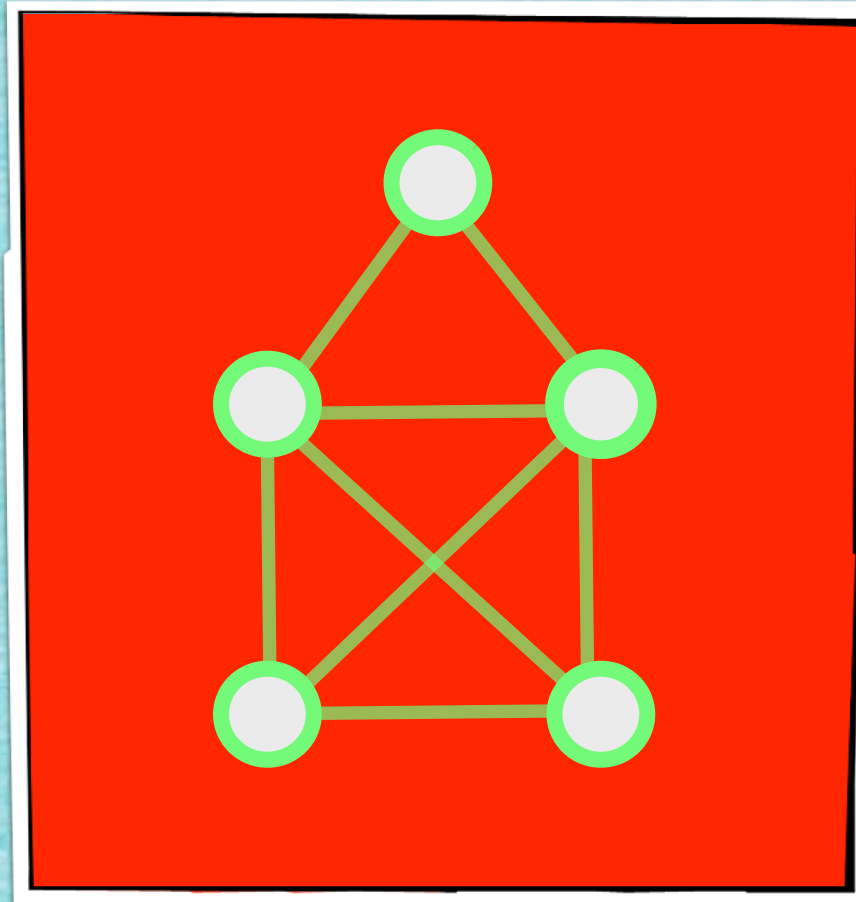
Das Haus des Nikolaus



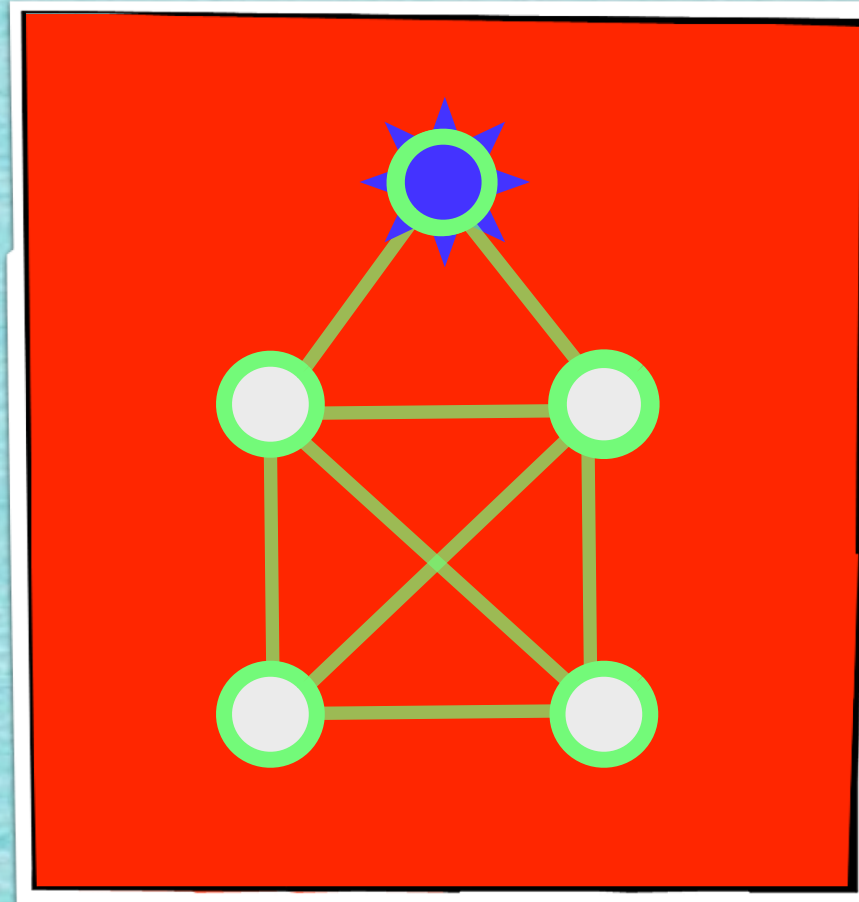
Das Haus des Nikolaus



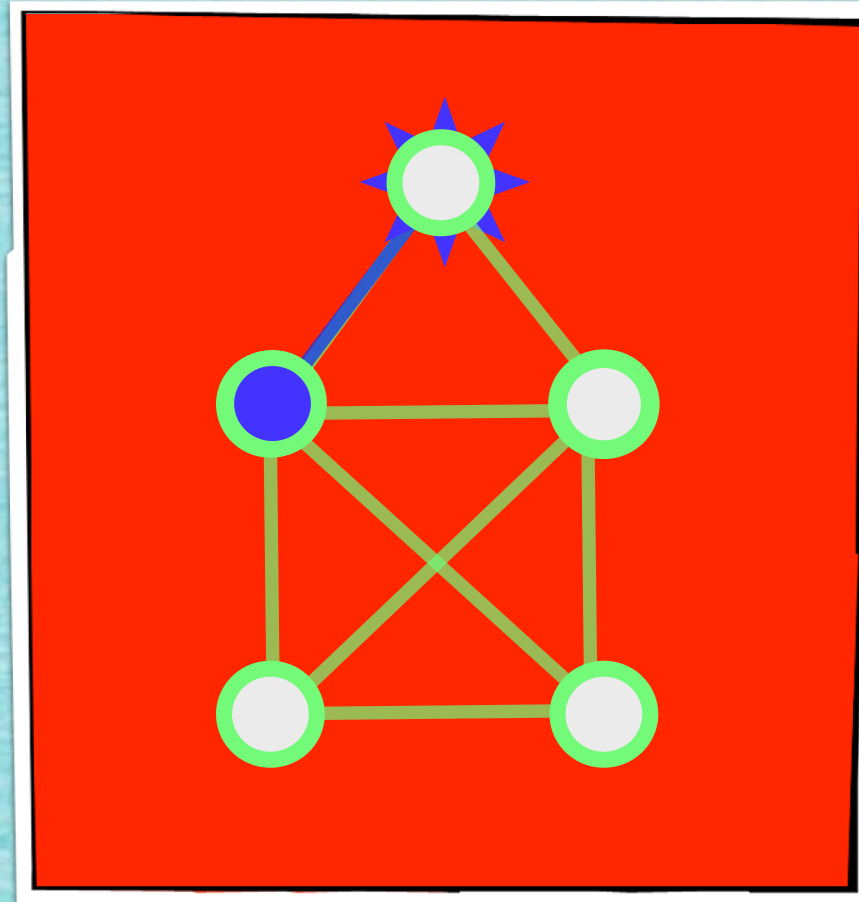
Das Haus des Nikolaus



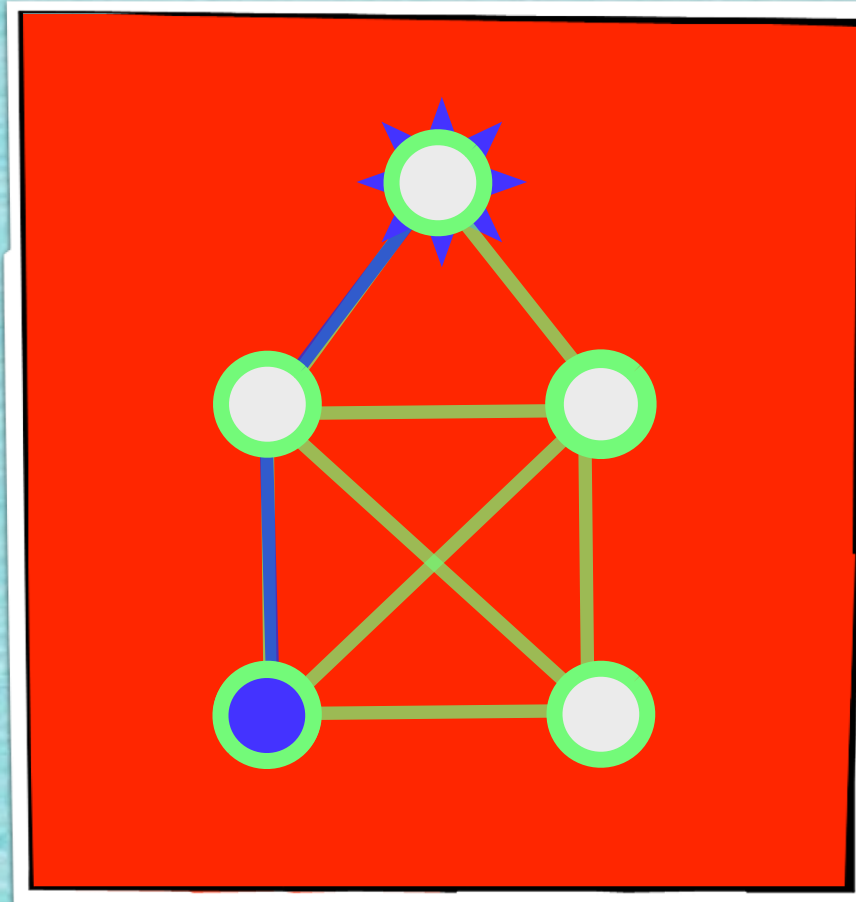
Das Haus des Nikolaus



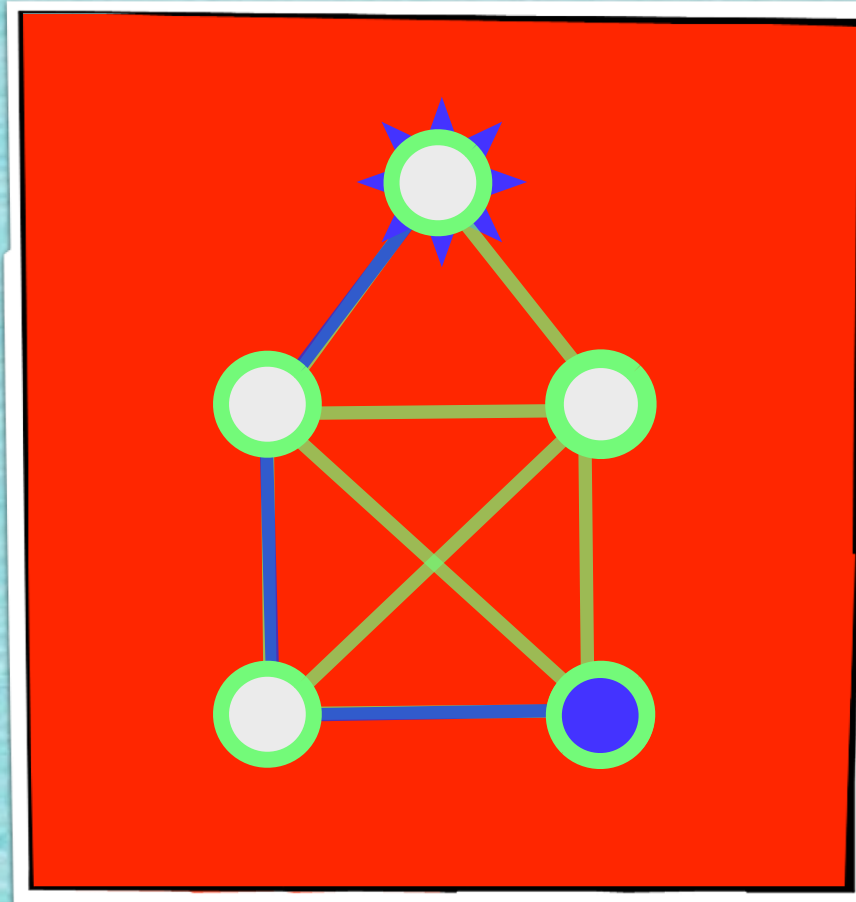
Das Haus des Nikolaus



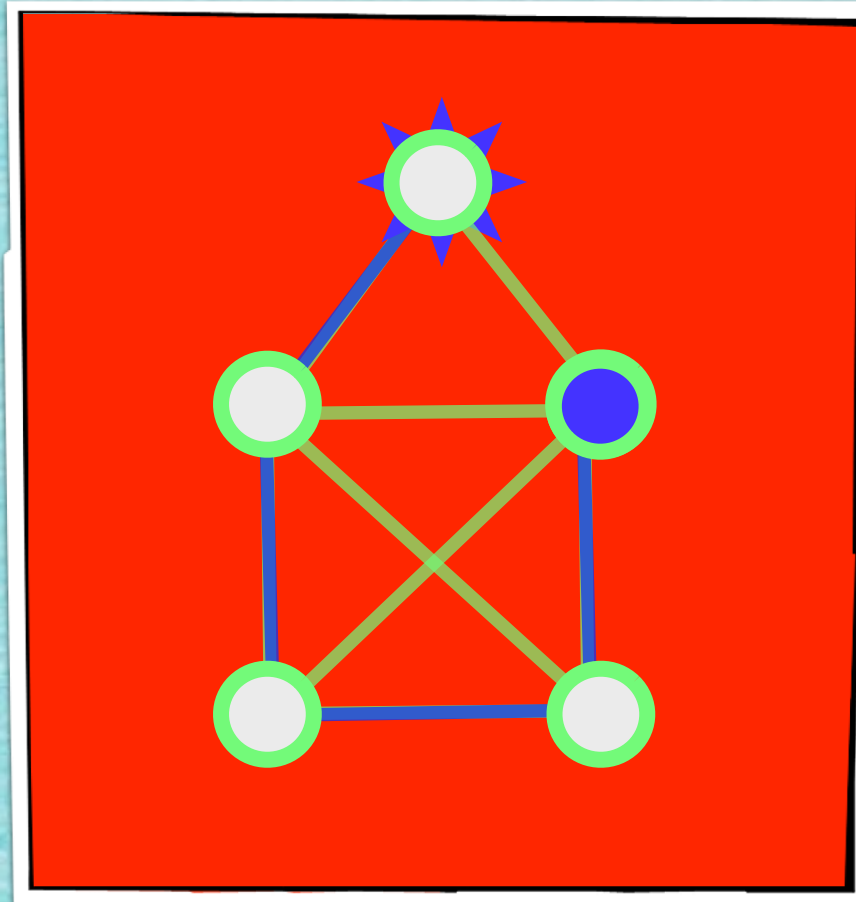
Das Haus des Nikolaus



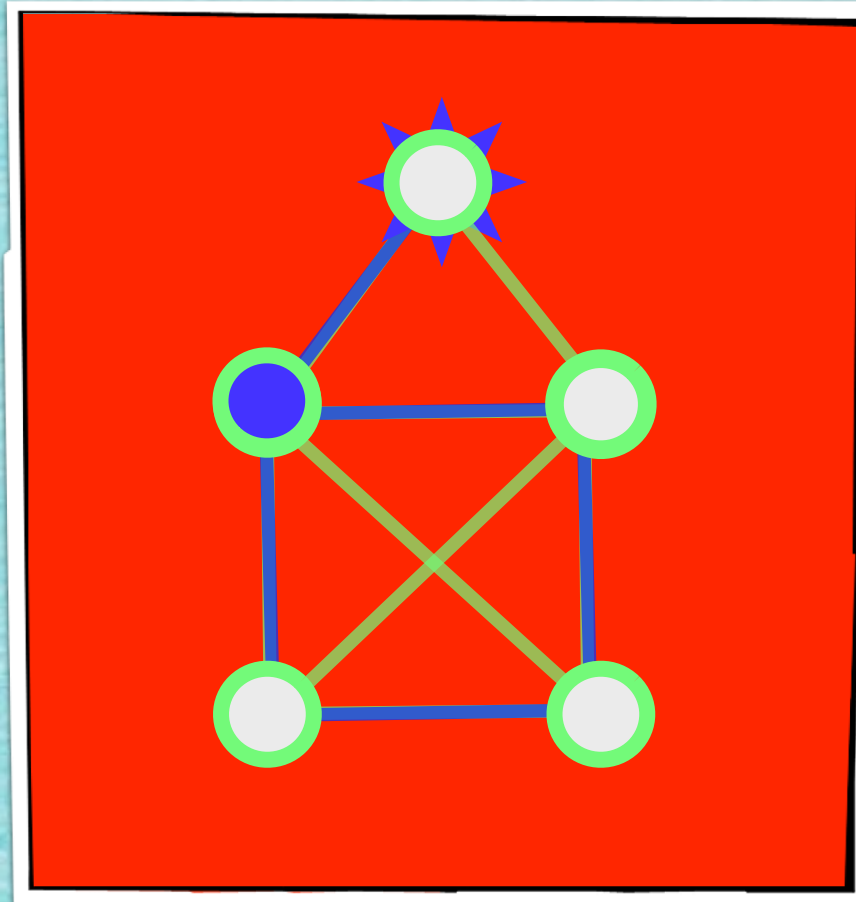
Das Haus des Nikolaus



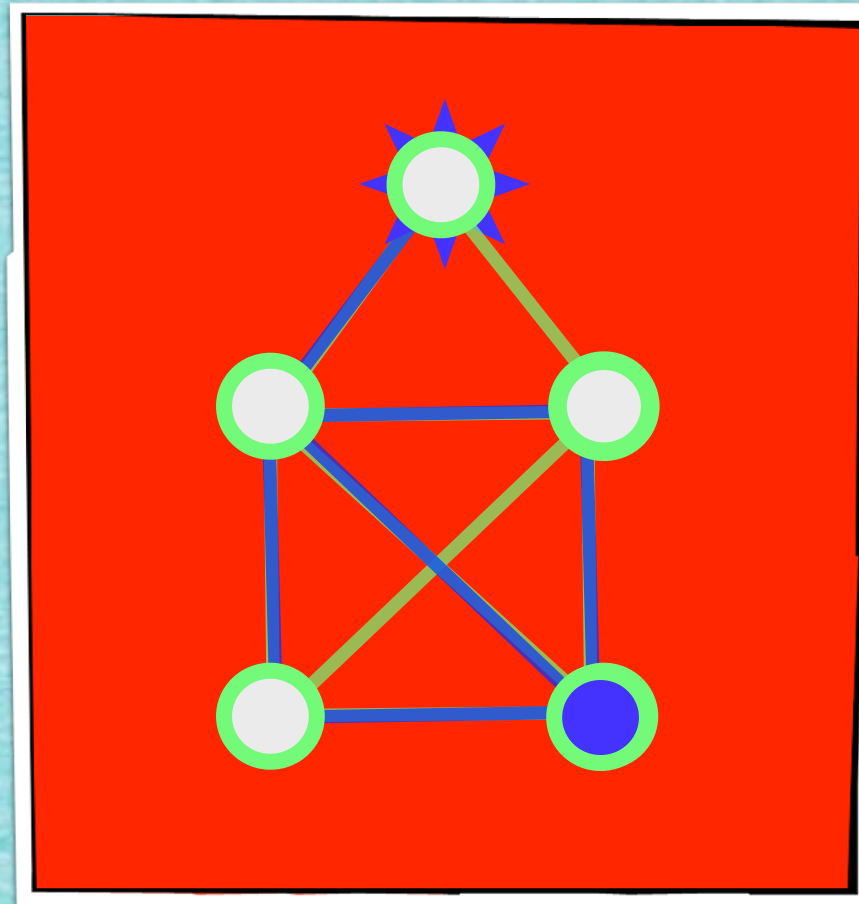
Das Haus des Nikolaus



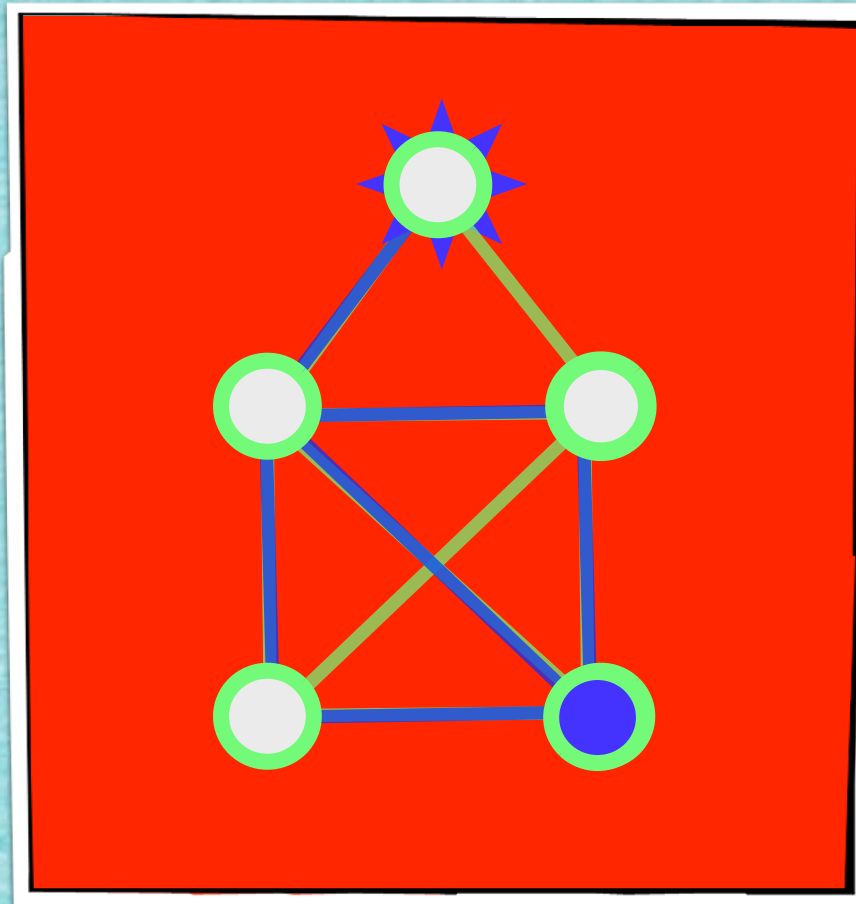
Das Haus des Nikolaus



Das Haus des Nikolaus



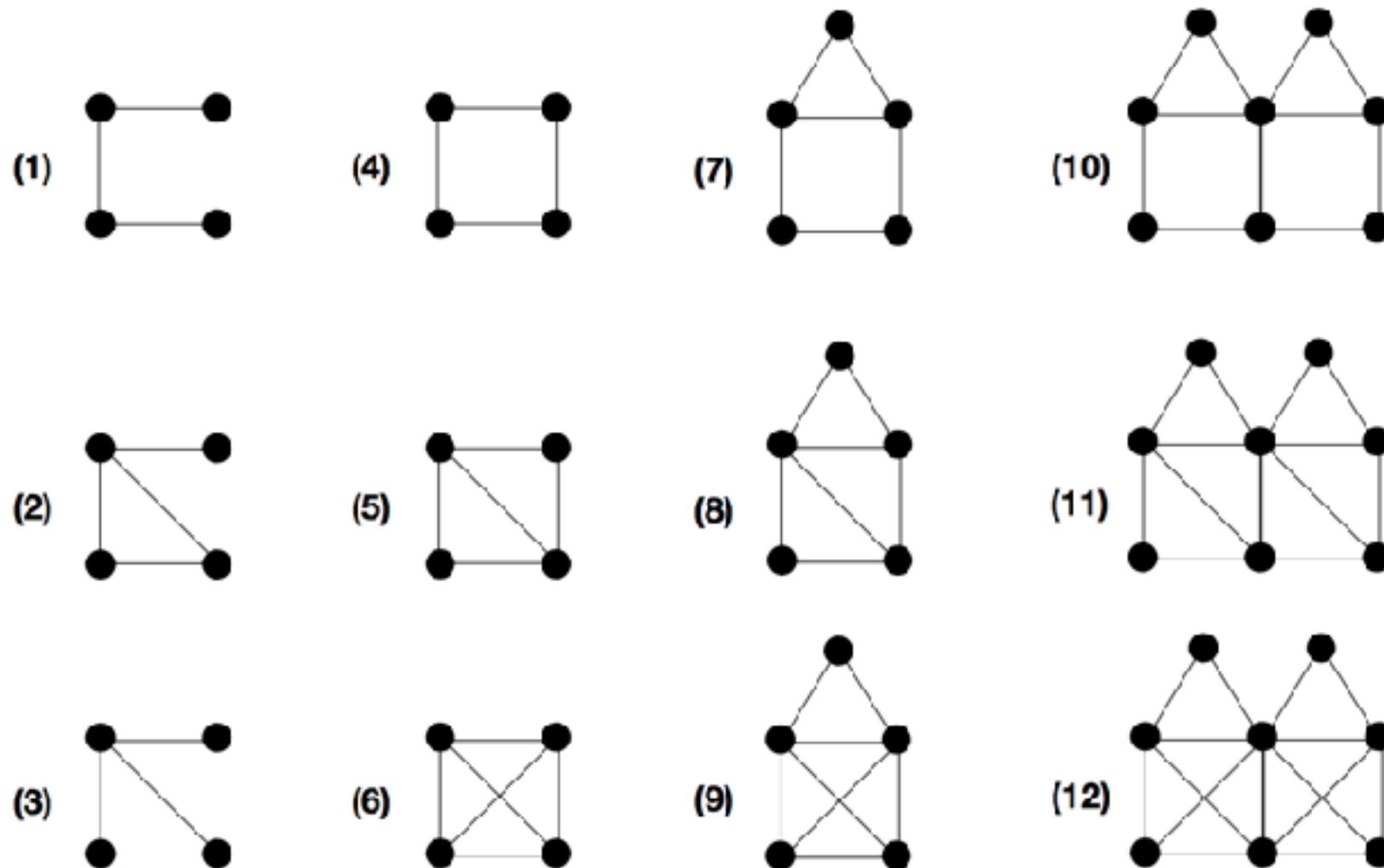
Das Haus des Nikolaus



Klappt so nicht...

Herausforderung!

Welche Graphen kannst Du in einem Zug nachzeichnen, ohne den Stift abzusetzen?
(Wenn ja, wo kann man anfangen oder aufhören?)



Herausforderung!

App Store Vorschau



One touch Drawing 4+

Ecapyc Inc.

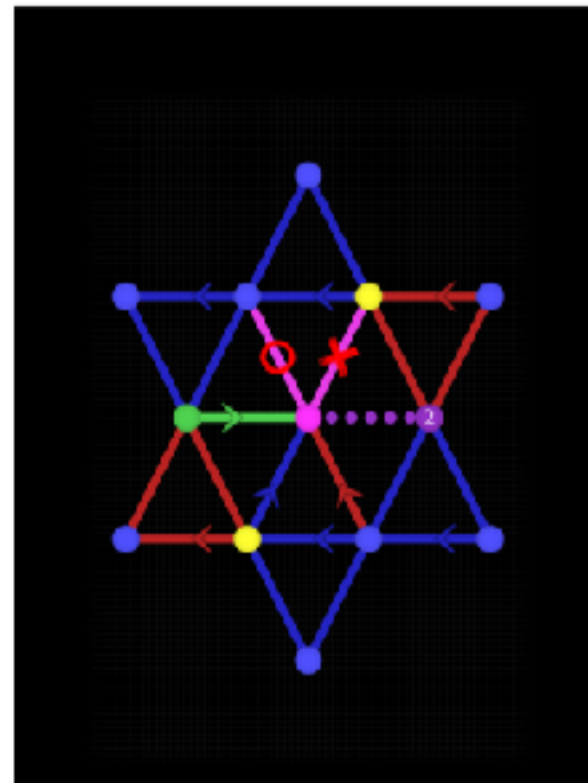
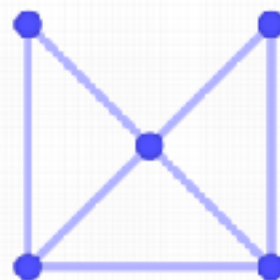
★★★★★ 4,8 • 50 Bewertungen

Gratis • In-App-Käufe möglich

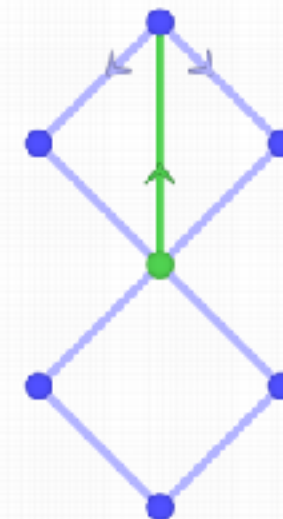
Anzeigen in: [Mac App Store](#) ↗

Screenshots iPad iPhone

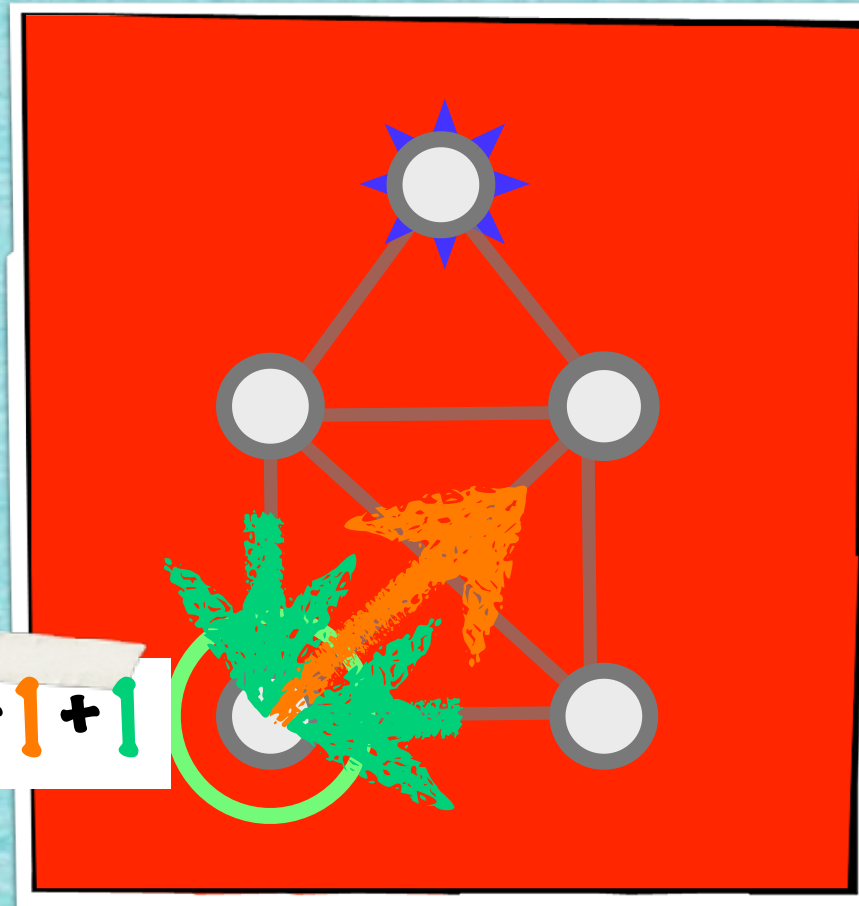
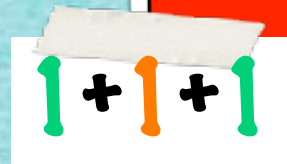
Draw all lines without repeat.



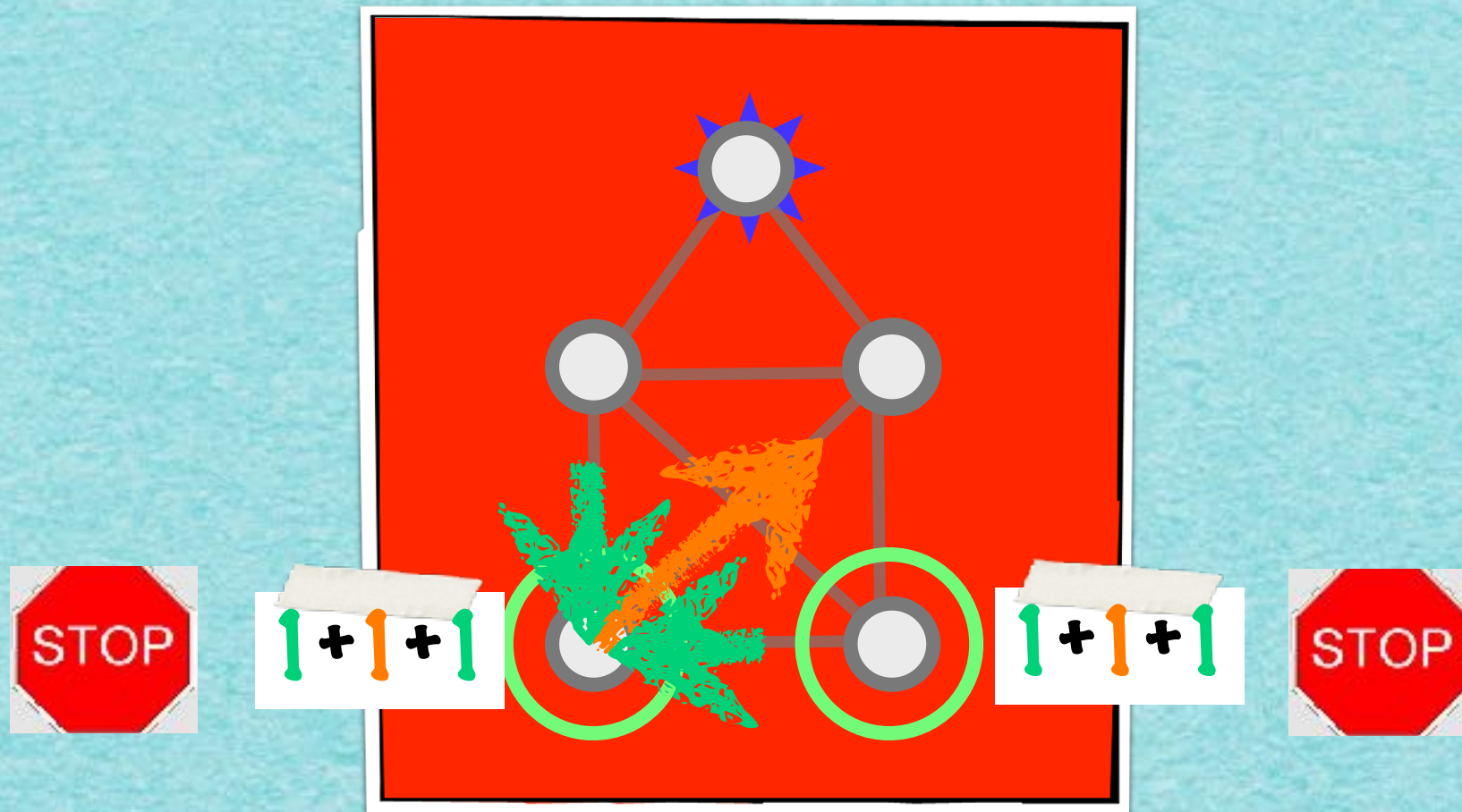
Green point is a "Direction trigger". The direction of Green line will be changed by the trigger.



Das Haus des Nikolaus

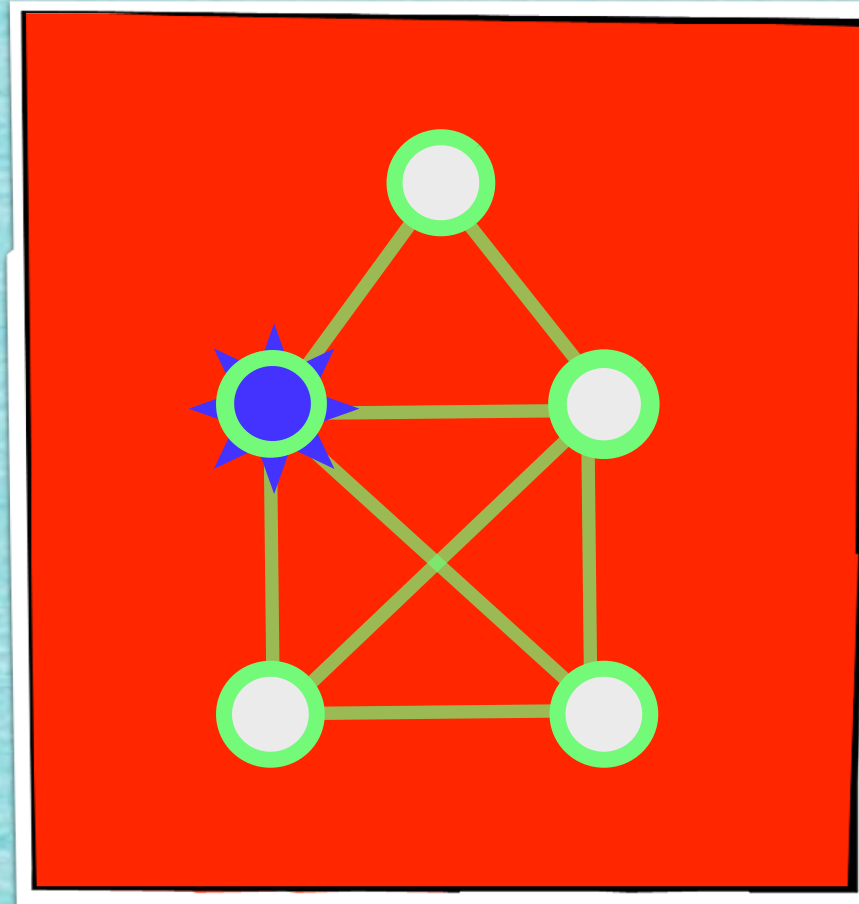


Das Haus des Nikolaus

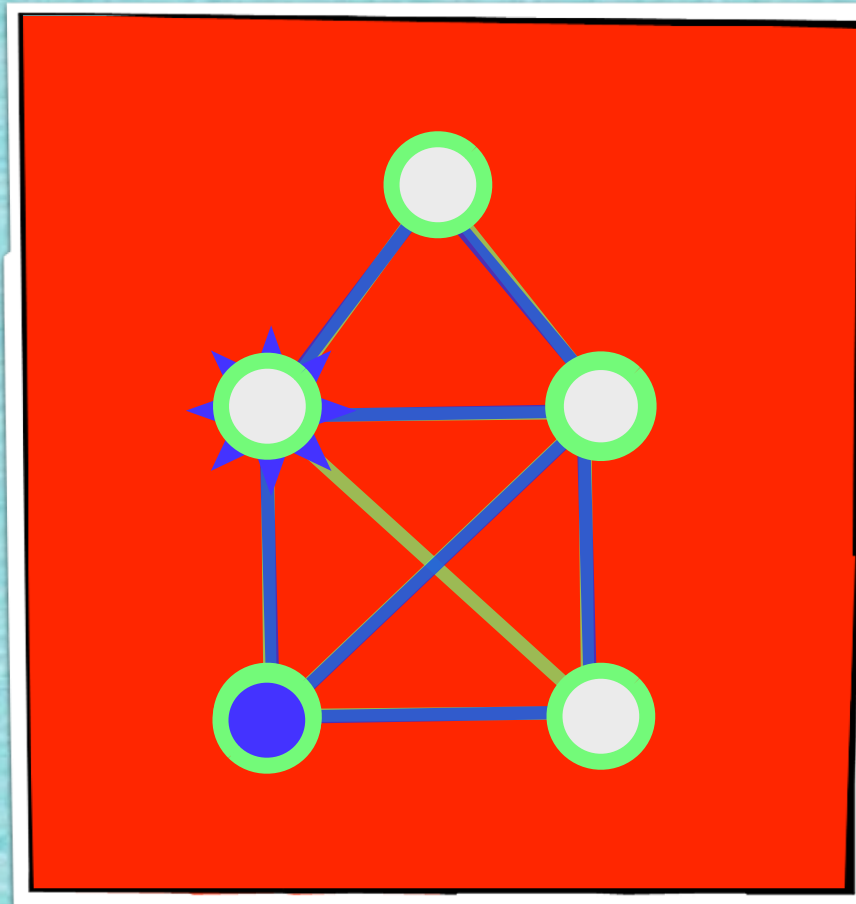


Нмммм...

Das Haus des Nikolaus

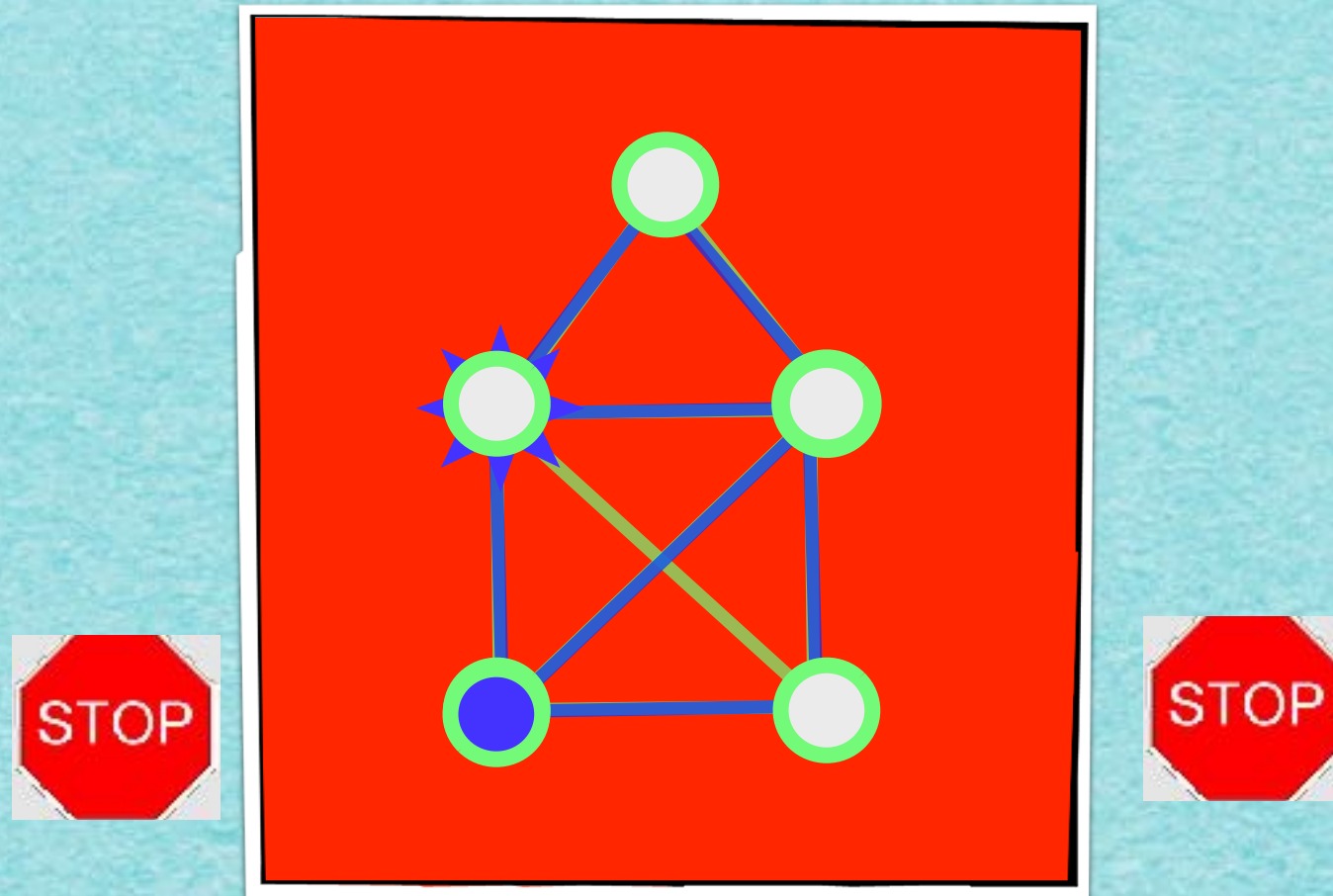


Das Haus des Nikolaus



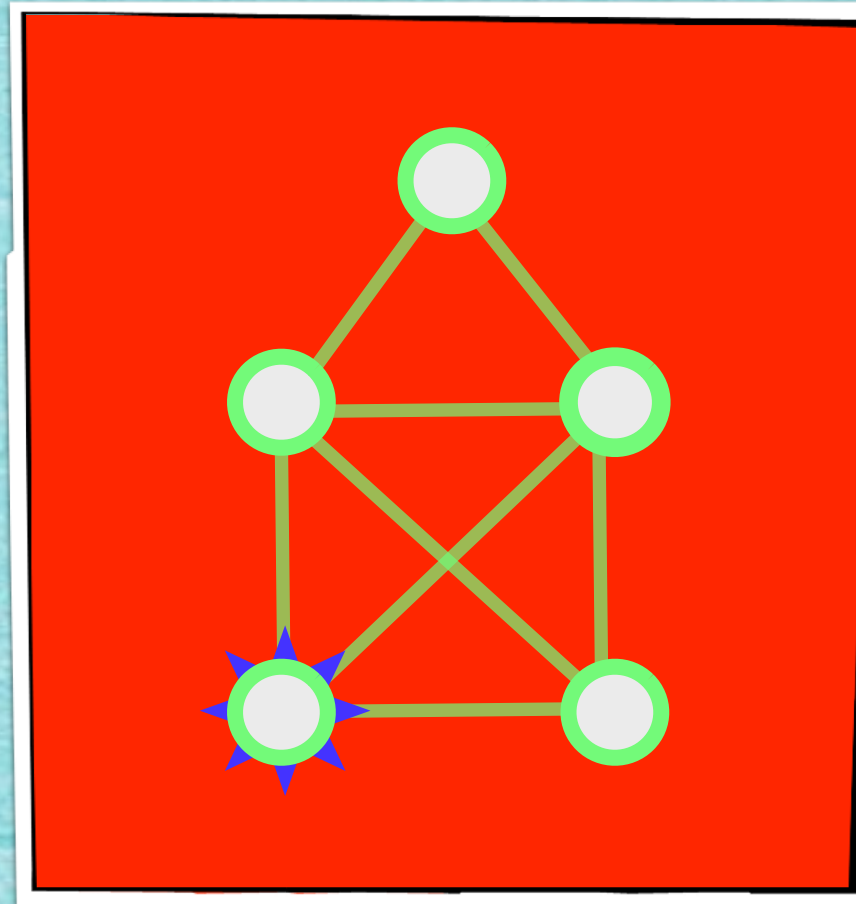
Ooooooooooch...

Das Haus des Nikolaus

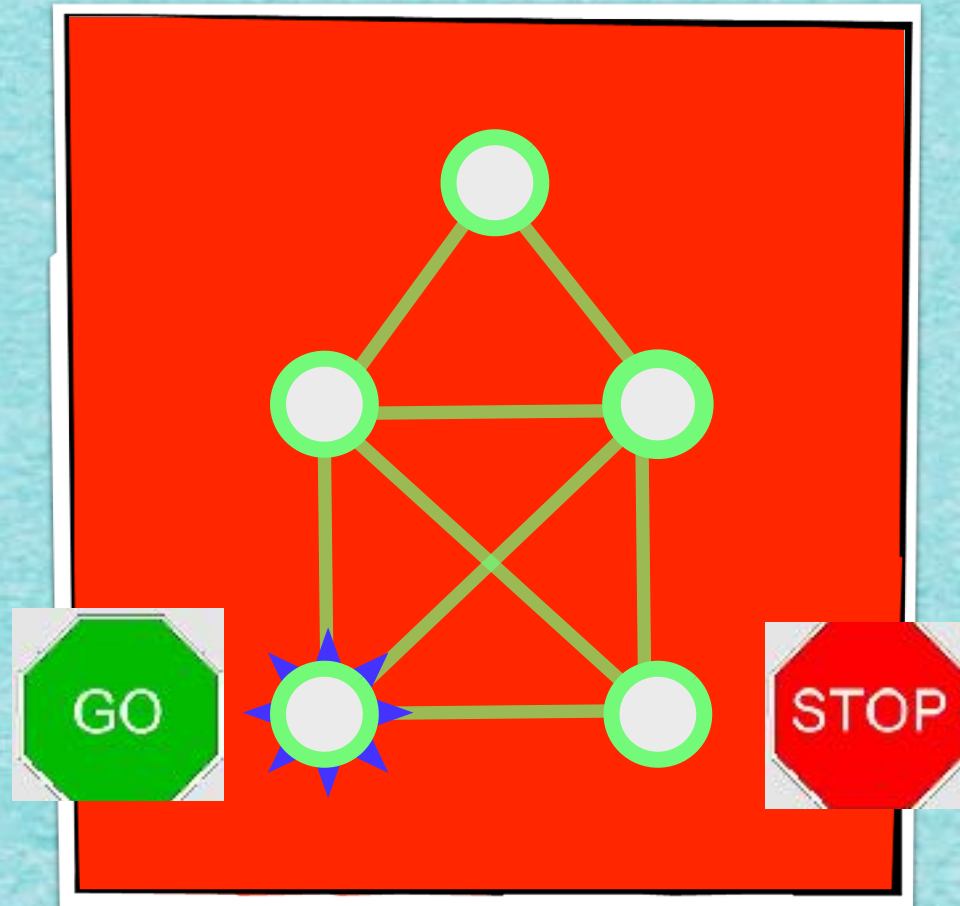


Ooooooooooch...

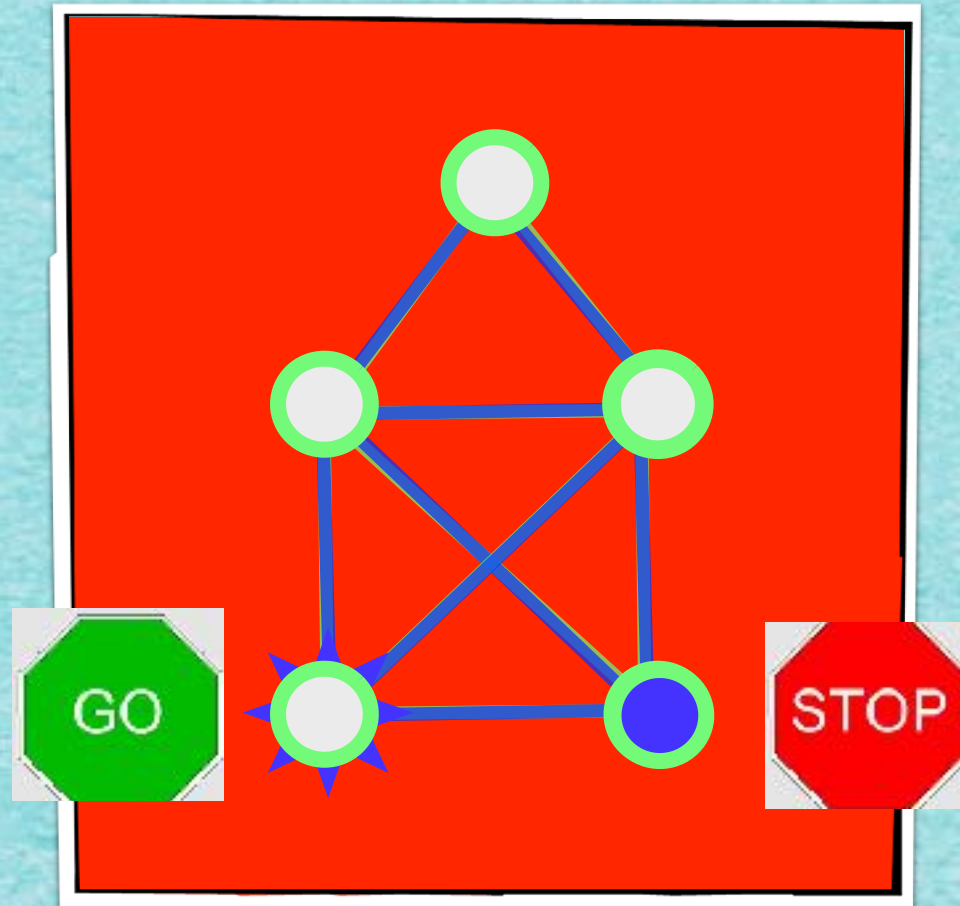
Das Haus des Nikolaus



Das Haus des Nikolaus

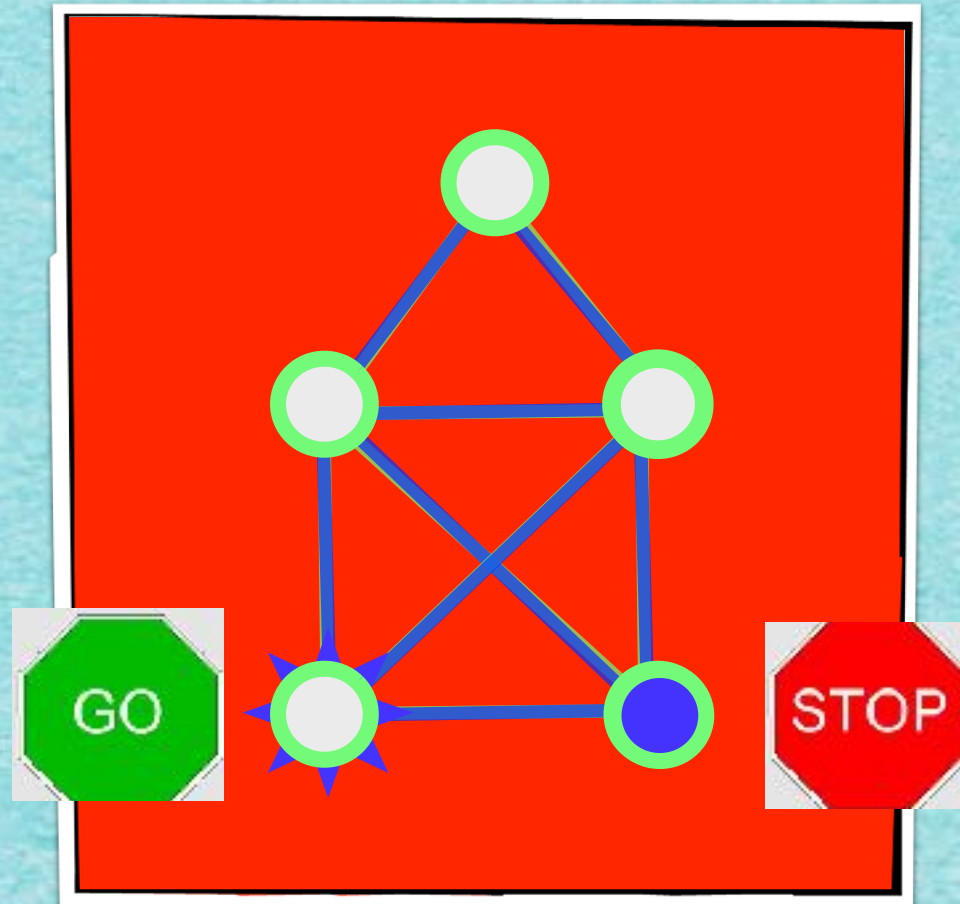


Das Haus des Nikolaus



Ahhhhhhhh!

Das Haus des Nikolaus



Wichtig: An einem der Knoten mit drei Kanten anfangen, weil man sonst irgendwann dort nicht mehr weg kommt!



- Alle Knoten sind ungerade?!
- Man müsste an allen anfangen oder aufhören!
- Das geht nicht an einem Stück!

Euler: (1) Das gilt für jede beliebige Instanz: Mit mehr als zwei ungeraden Knoten gibt es keinen solchen Weg.

(2) Man kann auch charakterisieren, unter welchen Bedingungen es einen Weg tatsächlich gibt.

SOLVTIO PROBLEMATIS
AD
GEOMETRIAM SITVS
PERTINENTIS.
AVCTORE
Leonb. Eulero.

§. 1.

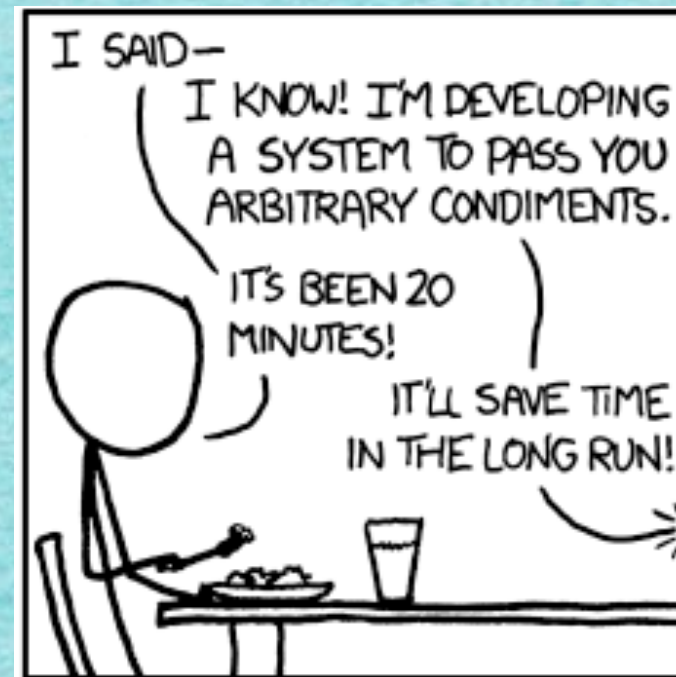
Praeter illam Geometriae partem, quae circa quæ-
ritares versatur, et omni tempore firmo studio
est excolta, alterius partis etiamnum admodum
ignotae primam mentionem fecit Leibnitzius, quam Geo-
metriam situs vocauit. Illa pars ab ipso in solo situ
determinando, eiusque proprietatibus eruendis occupata
esse statuitur; in quo negotio neque ad quantitates re-
spiciendum, neque calculo quantitarum utendum sit.
Cuiusmodi autem problemata ad hanc partem Geometriae
pertineant, et quali methodo in eis resoluendis uti opor-
teat, non satis est definitum. Quamobrem, cum nuper
problematis eiusdem mentio esset facta, quod quidem
ad geometriam pertinere videbatur, et ita erat com-
paratum, ut neque determinationem quantitarum requi-
reret, neque solutionem calculi quantitarum ops admit-
teret, id ad geometriam situs referre haud dubitamus
praesertim quod in eius solutione sola situs in conside-
rationem veniat, calculus vero nullius prorsus sit usus.
Methodum ergo meam quam ad huius generis proble-
mata

- Alle Knoten sind ungerade?!
- Man müsste an allen anfangen oder aufhören!
- Das geht nicht an einem Stück!

Euler: (1) Das gilt für jede beliebige Instanz: Mit mehr als zwei ungeraden Knoten gibt es keinen solchen Weg.

(2) Man kann auch charakterisieren, unter welchen Bedingungen es einen Weg tatsächlich gibt.

2.1 Historie

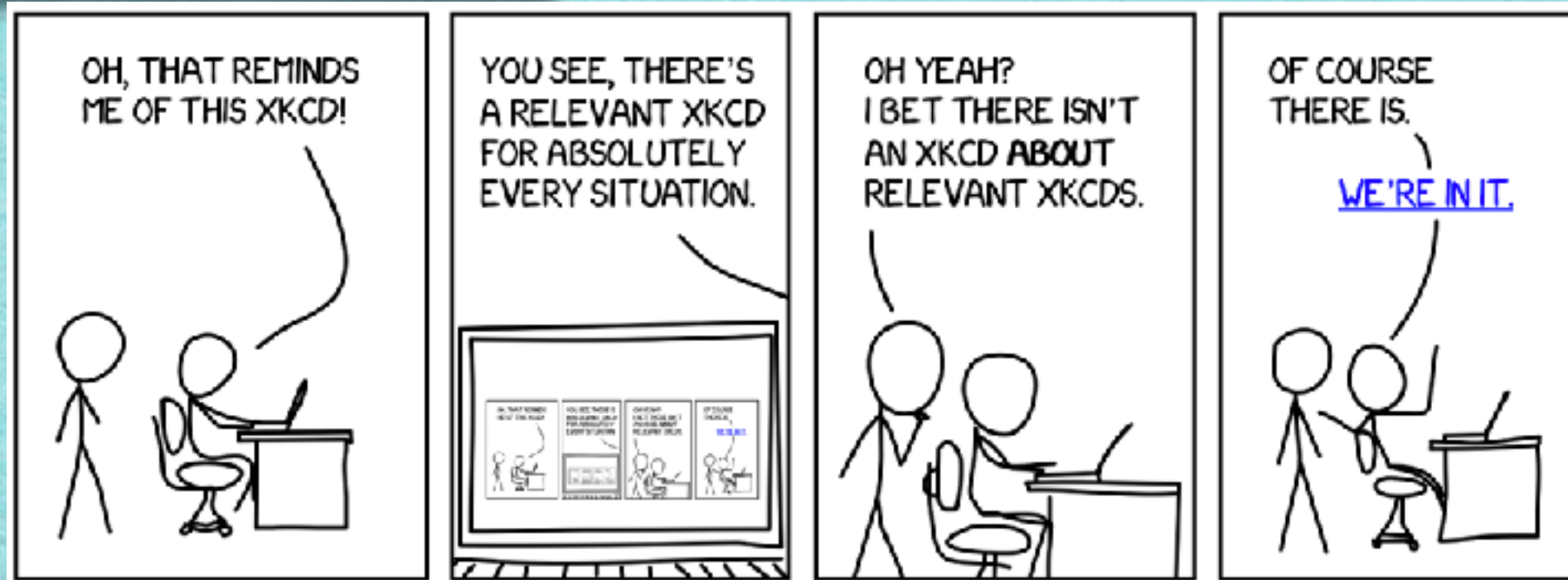


Euler hat:

- eine Instanz betrachtet
- ein Problem gelöst
- ein Gebiet begründet



2.1 Historie



Euler hat:

- eine Instanz betrachtet
- ein Problem gelöst
- ein Gebiet begründet

2.1 Historie

Leonhard Euler:

1707 Geboren in Basel
1720 Studienbeginn in Basel
1723 Magister
1727 Berufung an Petersburger
Akademie
1731 Professur für Physik



Erik Demaine:

1981 Geboren in Halifax
1993 Studienbeginn in Halifax
1995 Bachelor
1996 Master
2001 Ph.D.
2001 Assistenzprofessor am MIT
2005 Full Professor am MIT





New geometric algorithms for fully connected staged self-assembly ☆

Erik D. Demaine^a ✉, Sándor P. Fekete^b ✉, Christian Scheffer^b ✉, Arne Schmidt^b ✉

Show more

<https://doi.org/10.1016/j.tcs.2016.11.020>

Get rights and content

Abstract

We consider *staged self-assembly systems*, in which can be added to bins in several stages. Within these connect to each other, depending on the *glue types* work by Demaine et al. showed that a relatively small suffices to produce arbitrary shapes in this model. However, constructions were only based on a spanning tree of so they did not produce full connectivity of the underlying case of shapes with holes; self-assembly of fully connected with a polylogarithmic number of stages was left as a



Folding polyominoes with holes into a cube ☆

Oswin Aichholzer^a ✉, Hugo A. Akitaya^b ✉, Kenneth C. Cheung^c ✉, Erik D. Demaine^d ✉, Martin L. Demaine^d ✉, Sándor P. Fekete^e ✉, Linda Kleist^e ✉, Irina Kostitsyna^f ✉, Maarten Löffler^g ✉, Zuzana Masárová^h ✉, Klara Mundilova^d ✉, Christiane Schmidtⁱ ✉

Show more

<https://doi.org/10.1016/j.comgeo.2020.101700>

Get rights and content

Abstract

Jetzt wird's genauer!

s.fekete@tu-bs.de