Beweis:

(1) Zunächst hat man $n! = n(n-1)\cdots 2\cdot 1$ viele mögliche Permutationen.

(2) Jeder Vergleich teilt die Menge der verbleibenden möglichen Permutationen in zwei Teilmengen.

(3) Im schlechtesten Falle bleibt jeweils die größere Teilmenge übrig.

(4) Man kann also bestenfalls eine Halbierung der verbleibenden Menge von Permutationen erzwingen.

(5) Bis man eine eindeutige Permutation sicher identifiziert hat, braucht mans also mindestens $\log_2(n!)$ Vergleiche.

(6)
$$\begin{aligned}
\log_2(n!) &= \sum_{i=1}^{n} \log_2 i \\
&\geq \sum_{i=\frac{n}{2}}^{n} \log_2 i \\
&\geq \frac{n}{2} \log_2 \frac{n}{2} \\
&= \frac{n}{2}\left(\log_2 n - 1\right) \\
&\in \Omega(n \log n)
\end{aligned}$$

$\square$