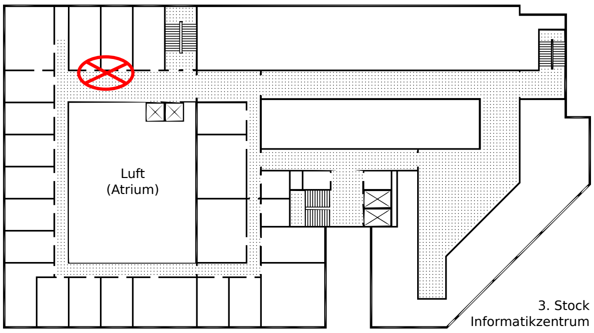
Algorithmen und Datenstrukturen
Prof. Dr. Sándor P. Fekete
Ramin Kosfeld
Chek-Manh Loi

Winter 2025/26
Abgabe: 29.01.2026
Rückgabe: ab 02.02.2026

Hausaufgabenblatt 5

Abgabe der Lösungen bis zum Donnerstag, den 29.01.2026 um 11:00 Uhr im Hausaufgabenschrank bei Raum IZ 337 (siehe Skizze rechts). Es werden nur mit einem dokumentenechten Stift (kein Rot!) geschriebene Lösungen gewertet.
Schreibe auf die Abgabe unbedingt deinen Namen, Matrikel- und Gruppennummer! Mehrere Blätter tackern!



Hausaufgabe 1 (Klausurvorbereitung): **(1 Punkte)**

Schreibt die folgenden Daten *leserlich* (in Druckschrift) im vorgegebenen Format auf:

- Vorname: `[dein Vorname]`
- Nachname: ...
- Matrikelnummer: ...
- Studiengang: ...
- Angestrebter Abschluss: ...

Diese Angaben brauchen wir für die Weiterleitung der Klausurergebnisse, also gebt Euch bitte Mühe. ☺

Hausaufgabe 2 (Mergesort): **(6 Punkte)**

Sortiere das Array A aus Tabelle 1 mit dem Algorithmus MergeSort. Gib (separat und in chronologischer Reihenfolge, also **nicht** für mehrere Teilmengen im selben Schritt) das Array A nach jedem Aufruf von Merge an. Elemente, die nicht zum im jeweiligen Mergeschritt betrachteten Teilarray gehören, müssen nicht angegeben werden. Die Aufrufe von Merge auf einem Teilarray der Länge 1 müssen nicht angegeben werden. Nutze zur Bearbeitung der Aufgabe die Tabelle 1. Beachte folgende Hinweise:

- Ein Mergeschritt im rechten Teilarray wird erst vorgenommen, wenn das linke Teilarray komplett sortiert worden ist.
- Ein Array mit Indizes $p, \dots, r$ wird in Teilarrays mit Indizes $p, \dots, q$ und $q+1, \dots, r$ mit $q = \lfloor \frac{p+r}{2} \rfloor$ aufgeteilt.

$A =$	8	4	13	12	8	20	17	8	31	10	8
1. $A =$											
2. $A =$											
3. $A =$											
4. $A =$											
5. $A =$											
6. $A =$											
7. $A =$											
8. $A =$											
9. $A =$											
10. $A =$											

Tabelle 1: Tabelle für Mergesort.

Hausaufgabe 3 (Mastertheorem): (7 Punkte)
Bestimme das asymptotische Wachstum der folgenden Funktionen mithilfe des in der Vorlesung vorgestellten Mastertheorems. Gib beim Anwenden alle im Mastertheorem auftretenden Parameter an.

a) $Q(n) = 6 \cdot Q\left(\frac{n}{2}\right) + 16 \cdot Q\left(\frac{n}{4}\right) - 3n \log n + 8n^3$

b) $R(n) = 2n^3 + 26 \cdot R\left(\frac{n}{3}\right) - 2 \log n$

c) $S(n) = 12 \cdot S\left(\frac{n}{4}\right) + S\left(\frac{n}{2}\right) + 6n$

Hausaufgabe 4 (Sortierung besonderer Arrays): (6 Punkte)
In der Vorlesung haben wir gezeigt, dass man zum Sortieren von n Objekten mindestens $\Omega(n \log(n))$ benötigt, wenn man die Objekte nur paarweise vergleichen kann.

Zeige oder widerlege, dass es einen Sortieralgorithmus gibt, der n Objekte in $\mathcal{O}(n)$ sortieren kann, wenn

a) ... es höchstens $\ell \in \mathbb{N}$ verschiedene Objekte gibt, wobei ℓ eine Konstante ist.

b) ... mindestens 50% der Objekt gleich sind.

c) ... wenn die erste Hälfte des Arrays aufsteigend und die zweite Hälfte des Arrays absteigend sortiert ist.