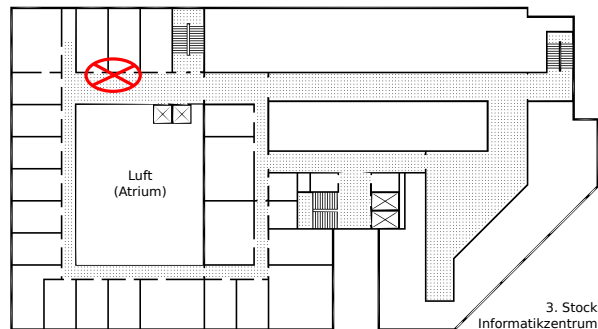


Hausaufgabenblatt 3

Abgabe der Lösungen bis zum Donnerstag, den 18.12.2025 um 11:00 Uhr im Hausaufgabenschrank bei Raum IZ 337 (siehe Skizze rechts). Es werden nur mit einem dokumentenechten Stift (kein Rot!) geschriebene Lösungen gewertet.

Schreibe auf die Abgabe unbedingt deinen Namen, Matrikel- und Gruppennummer! Mehrere Blätter tackern!



Hausaufgabe 1 (Algorithmwurf):

(4 Punkte)

Cliquen sind ein wichtiges Grundkonzept in Graphen, das an verschiedensten Stellen in der Informatik und Mathematik Anwendung findet.

In einem einfachen, ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ ist eine *Clique* C eine Knotenmenge in G , in der alle Knoten benachbart sind, d.h. es existiert eine Kante zwischen allen Paaren von Knoten in C . Damit sind C die Knoten eines vollständigen Teilgraphen in G .

Entwirf einen Algorithmus ISCLIQUE wie folgt:

- Eingaben: Ein einfacher Graph $G = (V, E)$ und Knotenmenge $C \subseteq V$ mit $C \neq \emptyset$.
- Ausgabe: TRUE, falls C eine Clique in G ist; sonst FALSE.

Gib deinen Algorithmus als Pseudocode von maximal 14 Zeilen an.

(Hinweis: Ein Korrektheitsbeweis ist nicht notwendig.)

Hausaufgabe 2 (Asymptotisches Wachstum):

(6+3+6 Punkte)

a) Bestimme jeweils geeignete Konstanten, um zu zeigen, dass

(i) $f(n) := \frac{1}{4n} + 10^{99} \in \mathcal{O}(1)$.

(ii) $f(n) := n - \sqrt{n} - 2 \in \Omega(n)$

(iii) $f(n) := 2n^3 - 4n + \log_2 n \in \Theta(n^3)$

b) Betrachte die Funktionen $f, g, h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$.

Zeige oder widerlege:

$$(i) f(n) \in \mathcal{O}(g(n)) \text{ und } g(n) \in \mathcal{O}(h(n)) \implies f(n) \in \mathcal{O}(h(n))$$

$$(ii) f(n) \in \Omega(g(n)) \text{ und } g(n) \in \Theta(h(n)) \implies f(n) \in \Theta(h(n))$$

c) In welcher Beziehung stehen die folgenden Klassen zueinander? Schreibe \subsetneq in das Feld, wenn Klasse A in Klasse B enthalten ist (aber $A \neq B$), \supsetneq , wenn Klasse B in Klasse A enthalten ist (aber $A \neq B$), $=$, wenn die Klassen A und B übereinstimmen und \times , wenn dies alles nicht zutrifft. Eine Begründung ist nicht notwendig.

A	Relation	B
$\Theta(n - \log n)$		$\Theta(n)$
$\Omega(\sqrt{n})$		$\mathcal{O}(n^{0.5} + n^{0.5})$
$\Omega(n \log n)$		$\Theta(1)$
$\Theta(n \log n)$		$\Theta(n^2 \log n)$
$\mathcal{O}\left(\frac{n}{\log n}\right)$		$\mathcal{O}(n)$
$\Omega\left(\frac{(n-1)n}{2}\right)$		$\Omega((n+1)^2)$