

Einschub: Wie viele Ziffern benötigt man für eine Zahl in Binär- oder Dezimaldarstellung?

Beispiele:	Binär	Dezimal	Stellen (binär)	(dezimal)
	1	1	1	1
	10	2	2	1
	101	5	3	1
	1111111111	1,023	10	2
1 0.000.000 0.000000.000		65,536	17	5

Eine Zahl n mit b Binärstellen liegt zwischen 2^{b-1} und 2^b ,
mit d Dezimalstellen liegt zwischen 10^{d-1} und 10^d :

$$2^{b-1} \leq n < 2^b$$

bzw. $10^{d-1} \leq n < 10^d$

Also gilt $b-1 \leq \log_2 n < b$

bzw. $d-1 \leq \log_{10} n < d$

d.h. $b = \lfloor \log_2 n \rfloor + 1$

bzw. $d = \lfloor \log_{10} n \rfloor + 1$

Außerdem gilt mit $2^b = \left(2^{\log_2 10}\right)^{\frac{b}{\log_2 10}} = 10^{\frac{b}{\log_2 10}}$

also $d \approx \frac{1}{\log_2 10} b$, d.h. zwischen der binären

und dezimalen Stellenzahl gibt es eine Umrechnungskonstante

von $\log_2 10 \approx 3,3219...$

(Das gilt nur ungefähr, weil wir ja ganze Zahlen haben und runden!)

Für einen Graphen mit m Kanten und n Knoten ergibt sich in obiger (ausführlicher) Codierung ein Platzbedarf von

$$(6m-1) + 2m(\lfloor \log_{10} n \rfloor + 1).$$

Dabei kann man an ein paar Stellen sparen (z.B. „v“ oder „{“, „}“ weglassen) aber auch mehr Platz investieren (z.B. in ASCII codieren bzw. binär statt dezimal codieren). So wäre auch

$$(2m-1) + 2m(\lfloor \log_2 n \rfloor + 1) \quad \text{denkbar.}$$

Was ist wirklich wichtig dabei?!

- (i) Die Kantenliste ist sparsamer als die Inzidenzmatrix, denn wenn n nicht zu klein ist, dann ist

$$n \geq 2 + 2(\lfloor \log_2 n \rfloor + 1).$$

(was heißt „nicht zu klein“? $n \geq 16$ reicht!)

Also ist auch

$$mn > (2m-1) + 2m(\lfloor \log_2 n \rfloor + 1).$$

- (ii) Unabhängig von der Codierung ist für die Größe des Speicherplatzes der zweite Ausdruck wichtig, denn

$$\begin{aligned} 2m(\lfloor \log_2 n \rfloor + 1) &\leq (2m-1) + 2m(\lfloor \log_2 n \rfloor + 1) \\ &\leq 4m(\lfloor \log_2 n \rfloor + 1) \quad \text{für } n \geq 2. \end{aligned}$$

- (iii) Letztlich kommt es also gar nicht so sehr auf die Vorfaktoren an (die sind codierungsabhängig!), sondern auf den Ausdruck

$$m \log n.$$

- (iv) In $m \log n$ steckt das Wesen der Kantenliste:
Zähle für alle m Kanten die Nummern der beteiligten Knoten auf!

Wie wir im nächsten Abschnitt sehen werden, lohnt sich dafür eine eigene Notation:

Die Kantenliste benötigt $\Theta(n \log n)$ Speicherplatz.