SATZ 3.8

(1) Das Verfahren 3.7 ist endlich.
(2) Das Verfahren 3.7 funktioniert korrekt.

Beweis:

(1) Bei jeden Durchlauf der Schleife 2. wird entweder in 2.2.1 ein Element aus R entfernt, oder in 2.3.2 ein Element zu R hinzugefügt und auch zu Y hinzugefügt.
Also kann man 2.3.2 nur $(n-1)$-mal durchlaufen, also auch nur R $(n-1)$-mal erweitern, also R höchstens n-mal verkleinern. 2. kann also höchstens $(2n-1)$-mal durchlaufen werden.

(2) Zu jeden Zeitpunkt ist (Y, T) ein s enthaltender Baum, denn
(a) alle Knoten in G sind von s aus erreichbar (und umgekehrt)
(b) neu eingefügte Kanten verbinden die bisherige Knotenmenge Y nur mit bislang nicht erreichbaren Knoten, können also keinen Kreis schließen.

Jetzt müssen wir noch zeigen, dass alle erreichbaren Knoten auch korrekt identifiziert werden.
Angenommen, am Ende gibt es einen Knoten $w \in V \setminus Y$, der in G von s aus erreichbar ist.
Sei P ein s-w-Pfad in G, und sei $\{x, y\}$ eine Kante von P mit $x \in Y$, $y \notin Y$.
Da x zu Y gehört, wurde x auch zu R hinzugefügt.
Der Algorithmus stoppt aber nicht, bevor x aus R entfernt wurde. Das wird in 2.2.1 nur vorgenommen, wenn es in 2.2 keine Kante $\{x, y\}$ mit $y \notin Y$ gibt – im Widerspruch zur Annahme. $\square$