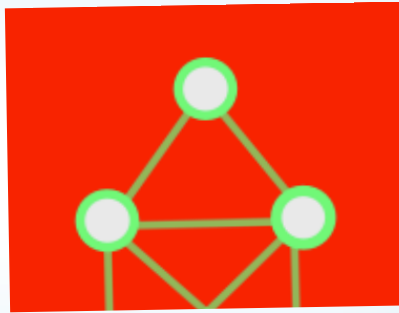
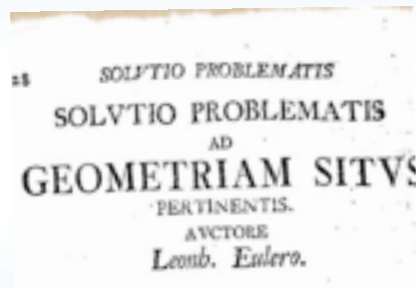




Kapitel 2: Graphen

*Algorithmen und Datenstrukturen
WS 2024/25*

Prof. Dr. Sándor Fekete

Konzentration



2.1 Historie: Ein Mathematiker geht spazieren



Carl Friedrich Gauß (1777-1855)

$$\begin{array}{r} 1 + 2 + 3 + \dots + 100 \\ 100 + 99 + 98 + \dots + 1 \end{array}$$

$$101 + 101 + 101 + \dots + 101$$

$$= 100 \times 101$$

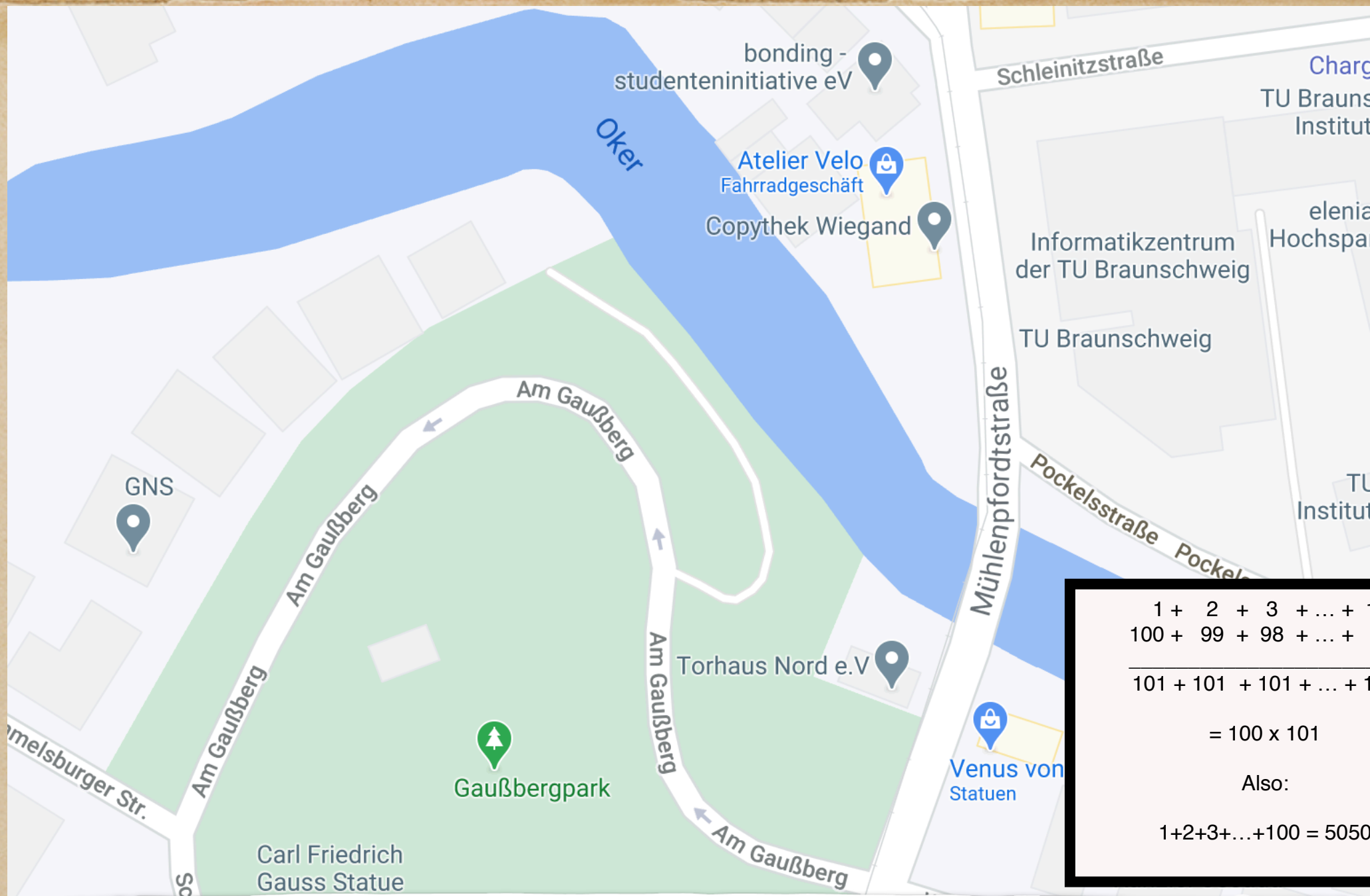
Also:

$$1+2+3+\dots+100 = 5050$$

Gaußsche Summenformel

Die **Gaußsche Summenformel** (nicht zu verwechseln mit einer **Gaußschen Summe**), auch **kleiner Gauß** genannt, ist eine **Formel** für die **Summe** der ersten n aufeinanderfolgenden **natürlichen Zahlen**:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2 + n}{2}$$

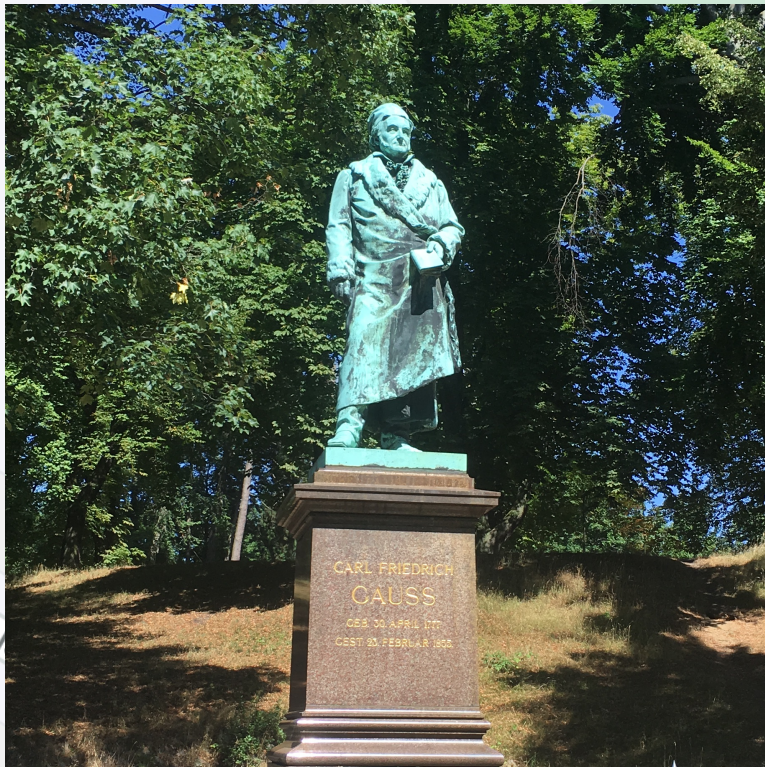


$$\begin{array}{r}
 1 + 2 + 3 + \dots + 100 \\
 100 + 99 + 98 + \dots + 1 \\
 \hline
 101 + 101 + 101 + \dots + 101 \\
 = 100 \times 101 \\
 \text{Also:} \\
 1+2+3+\dots+100 = 5050
 \end{array}$$

Gaußsche Summenformel

Die **Gaußsche Summenformel** (nicht zu verwechseln mit einer **Gaußschen Summe**), auch **kleiner Gauß** genannt, ist eine **Formel** für die **Summe** der ersten n aufeinanderfolgenden **natürlichen Zahlen**:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2 + n}{2}$$



Carl Friedrich Gauss Statue

Gaußsche Summenformel

Die **Gaußsche Summenformel** (nicht zu verwechseln mit einer **Gaußschen Summe**), auch **kleiner Gauß** genannt, ist eine **Formel** für die **Summe** der ersten n aufeinanderfolgenden **natürlichen Zahlen**:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2 + n}{2}$$

$$\begin{array}{r} 1 + 2 + 3 + \dots + 100 \\ 100 + 99 + 98 + \dots + 1 \end{array}$$

$$101 + 101 + 101 + \dots + 101$$

$$= 100 \times 101$$

Also:

$$1+2+3+\dots+100 = 5050$$

2.1 Historie: Ein Mathematiker geht spazieren

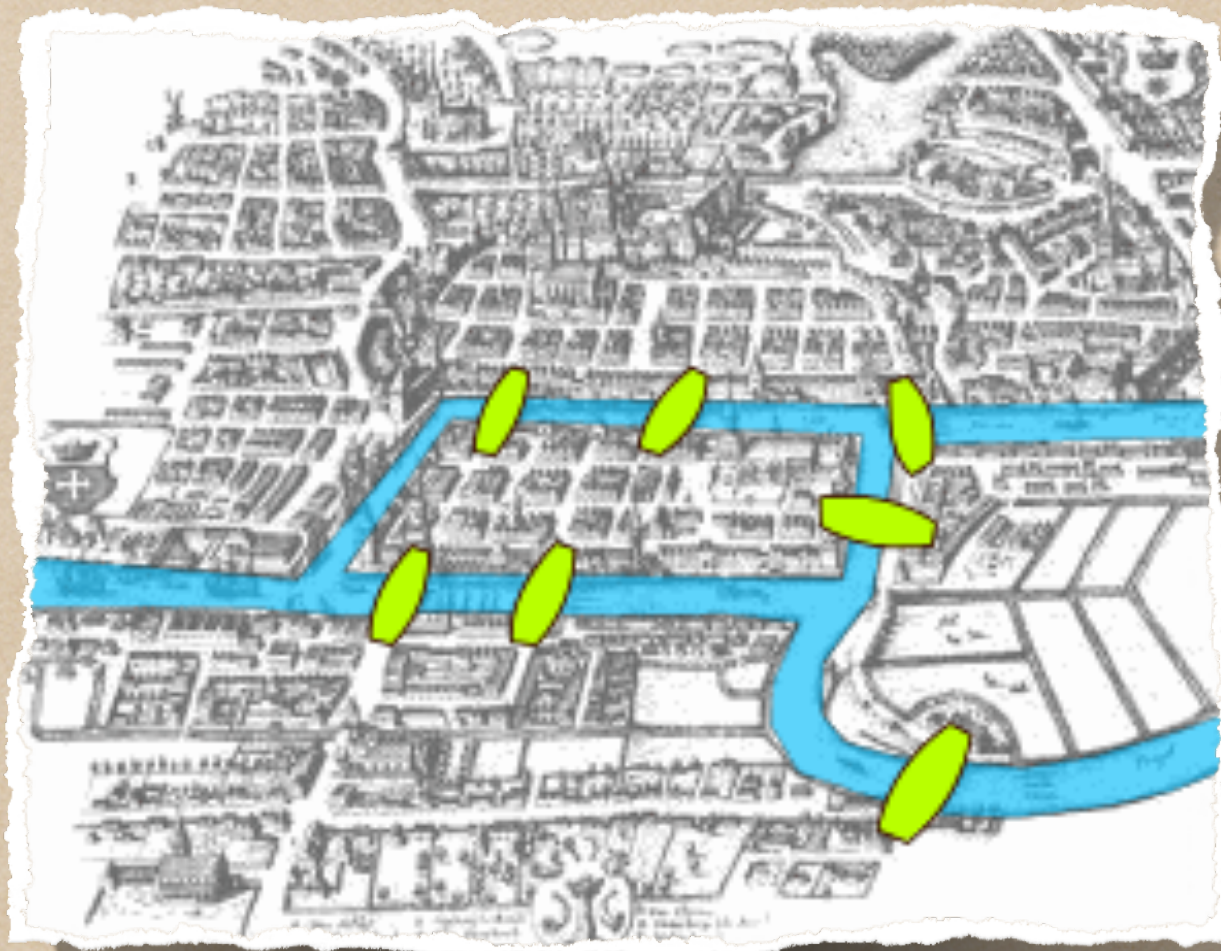


Leonhard Euler (1707-1783)

2.1 Hístorie: Eín Mathematíker geht spazíeren

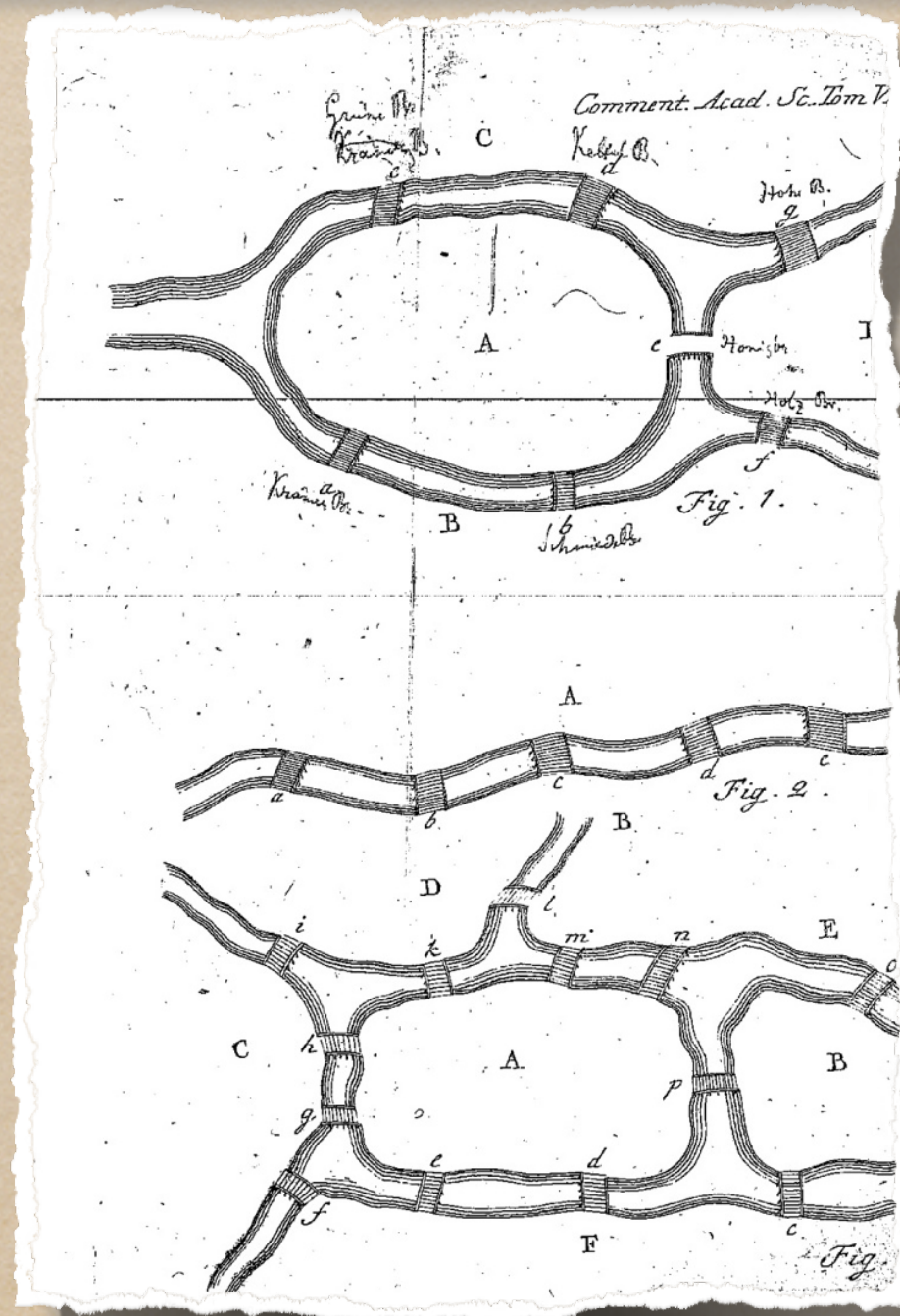


2.1 Historie: Ein Mathematiker geht spazieren



Königsberg und seine 7 Brücken

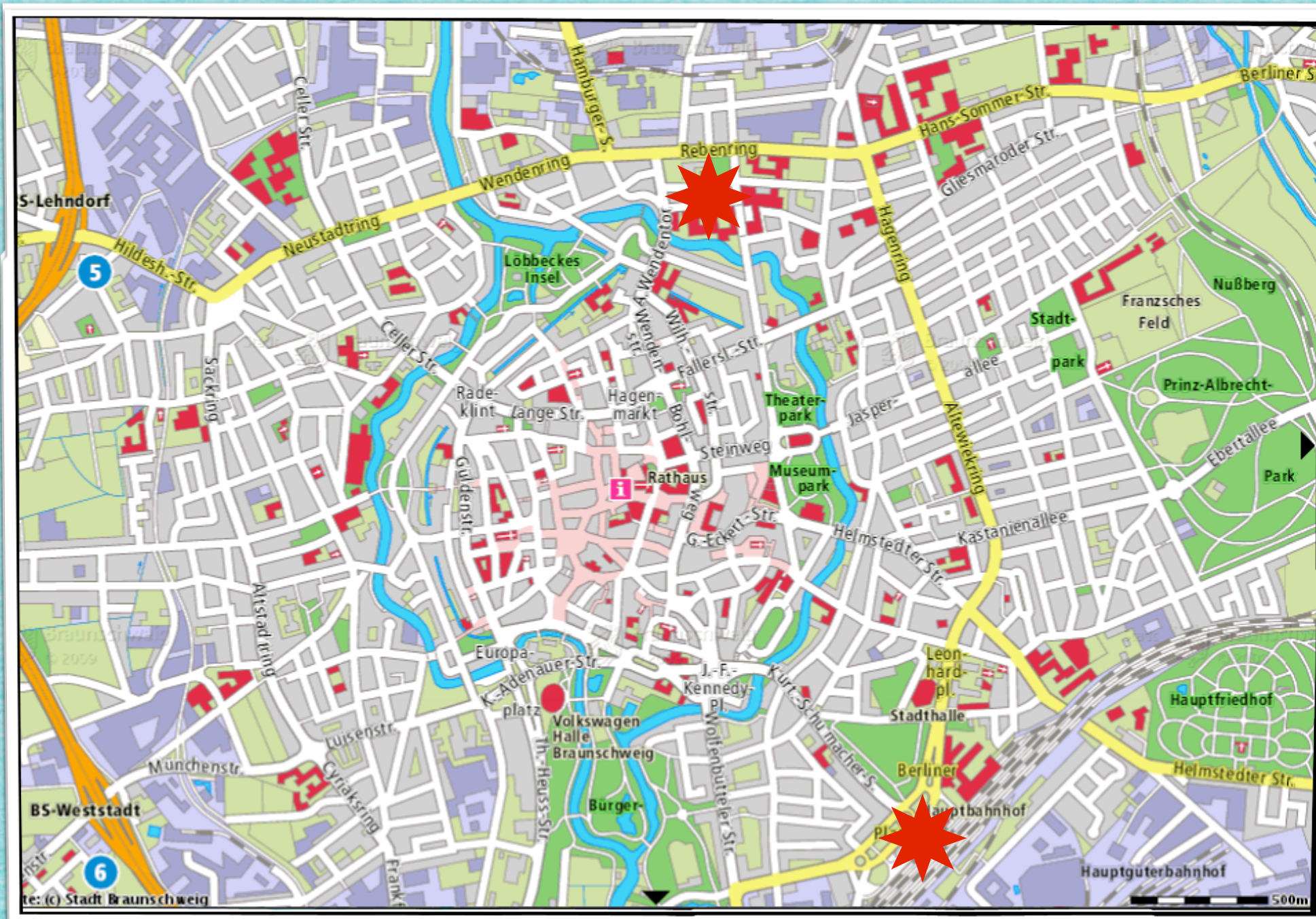
2.1 Historie: Ein Mathematiker geht spazieren



Wie kommt man zur TV?



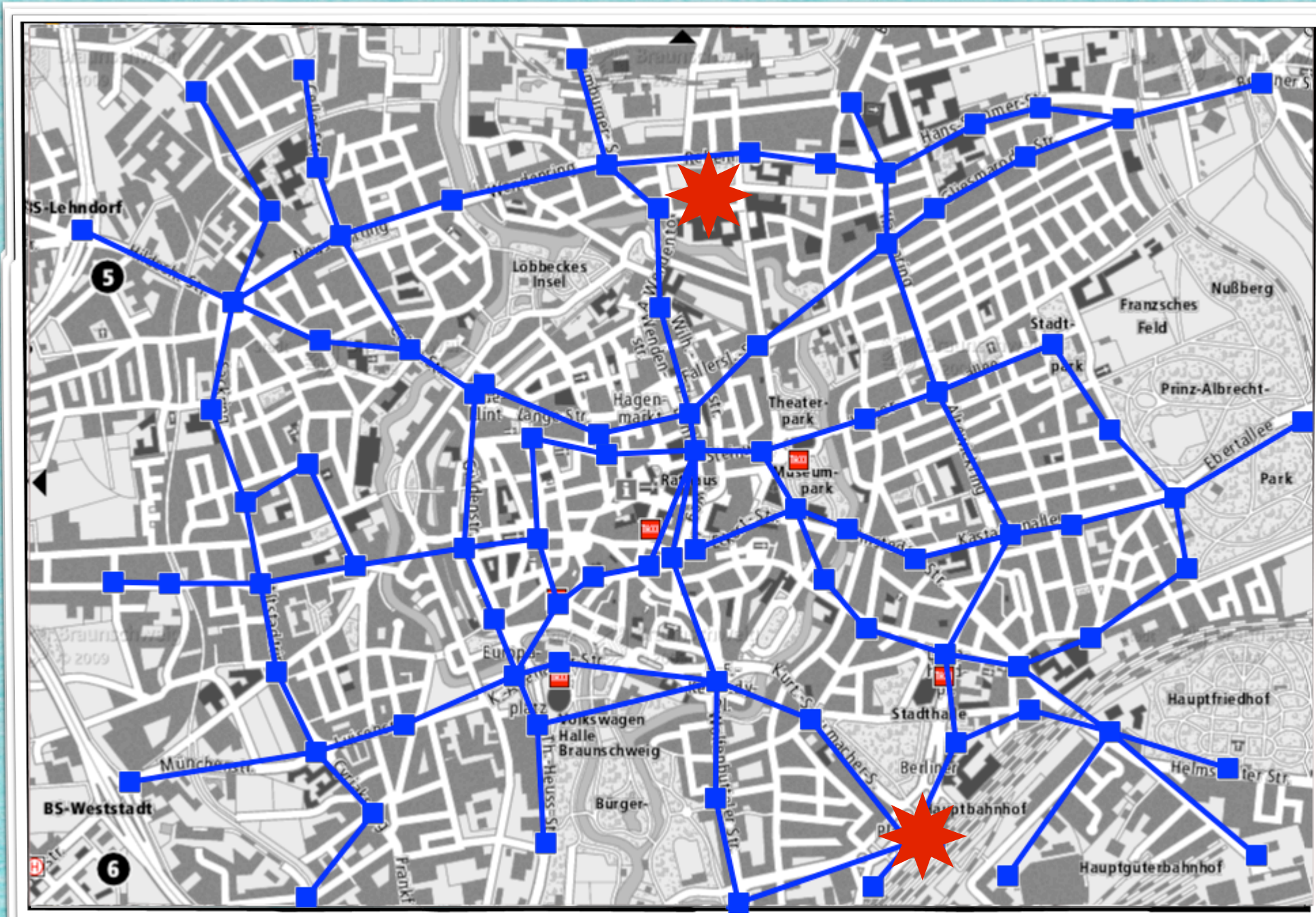
Wie kommt man zur TU?



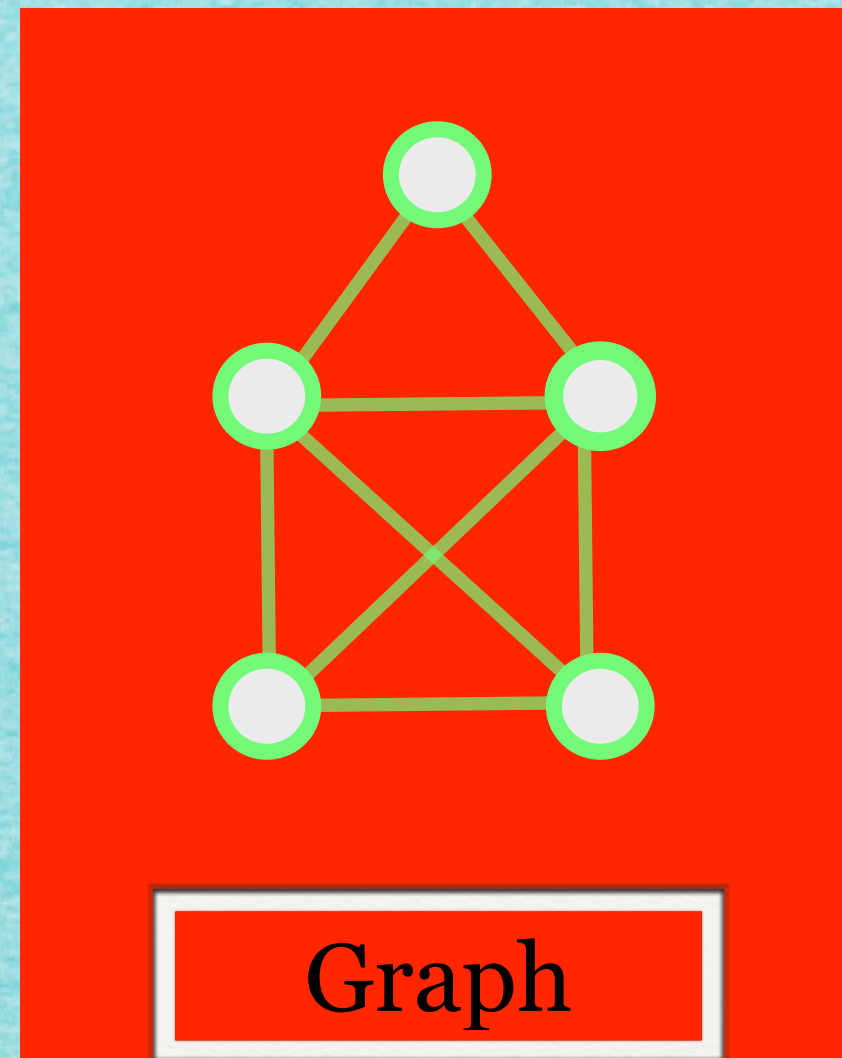
Wie kommt man zur TV?



Wie kommt man zur TV?

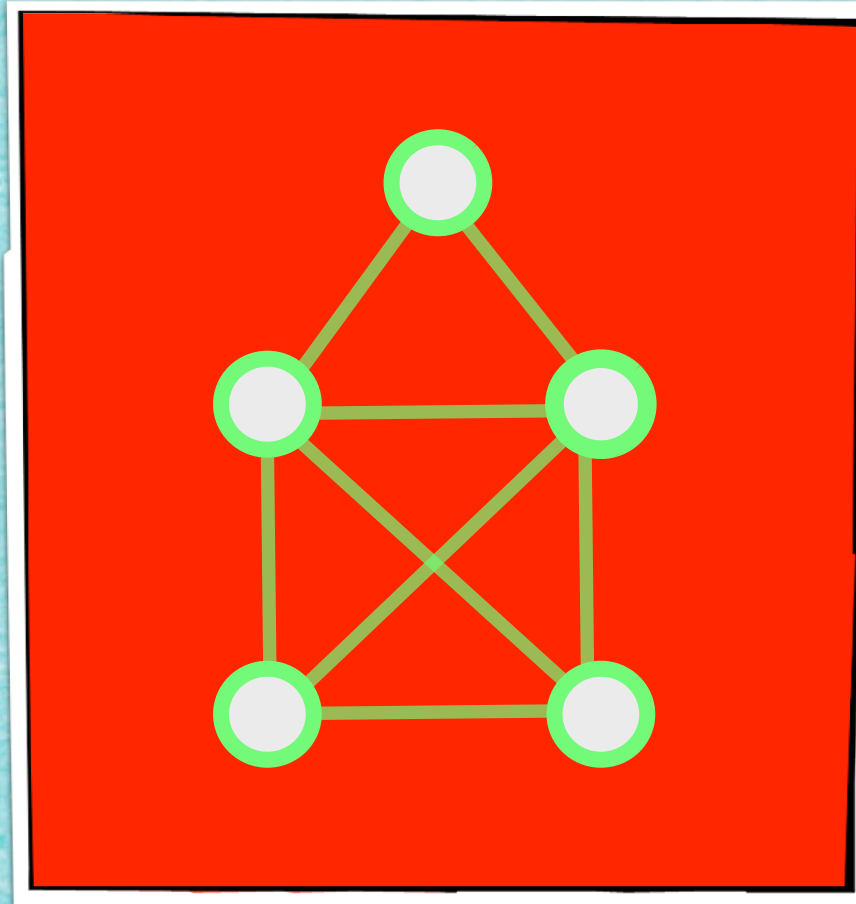


Gestatten, Graph!



Graph: Ein Gebilde aus Knoten (Haltestellen)
und Kanten (Verbindungen)

Das Haus des Nikolaus



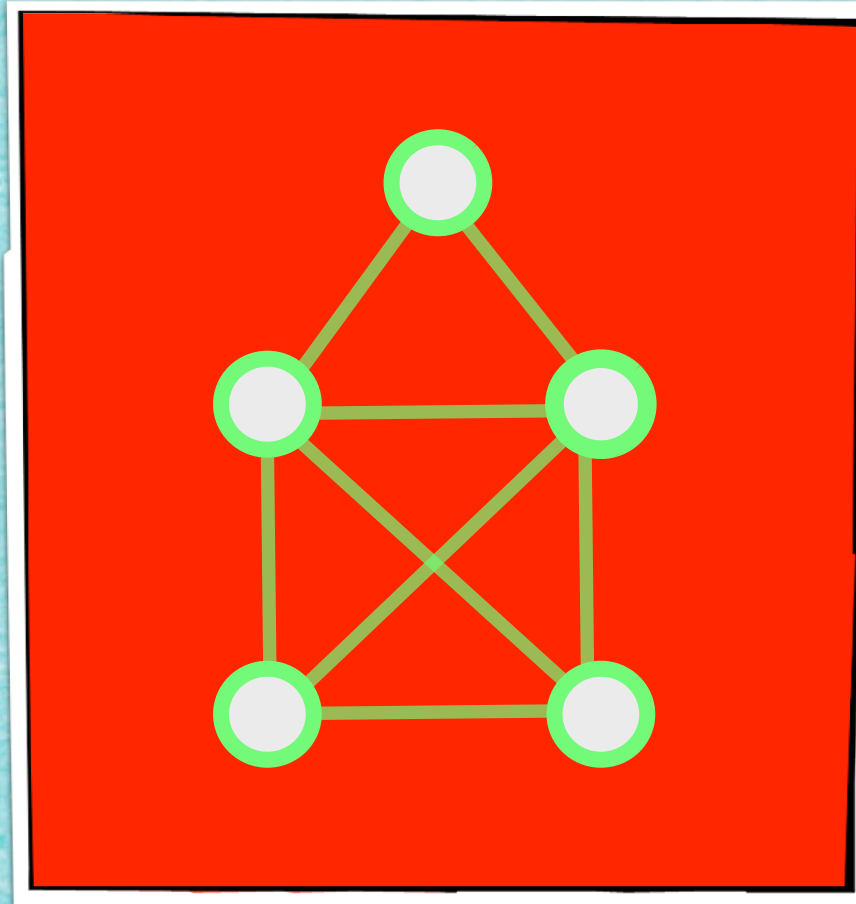
Das Haus des Nikolaus



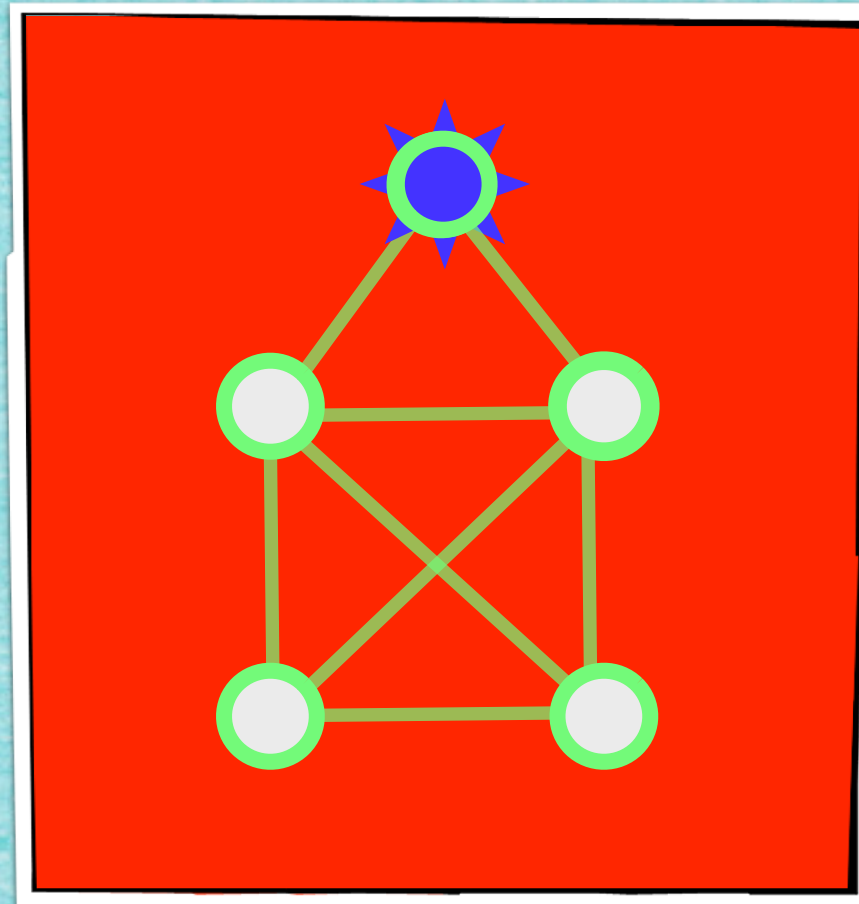
Das Haus des Nikolaus



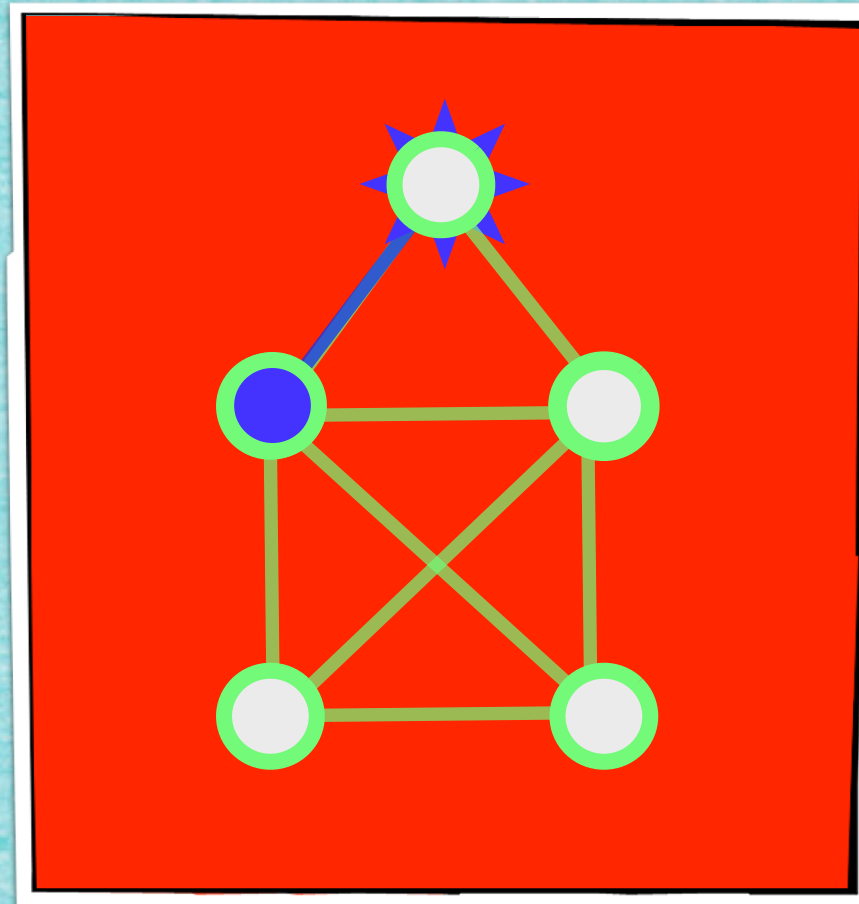
Das Haus des Nikolaus



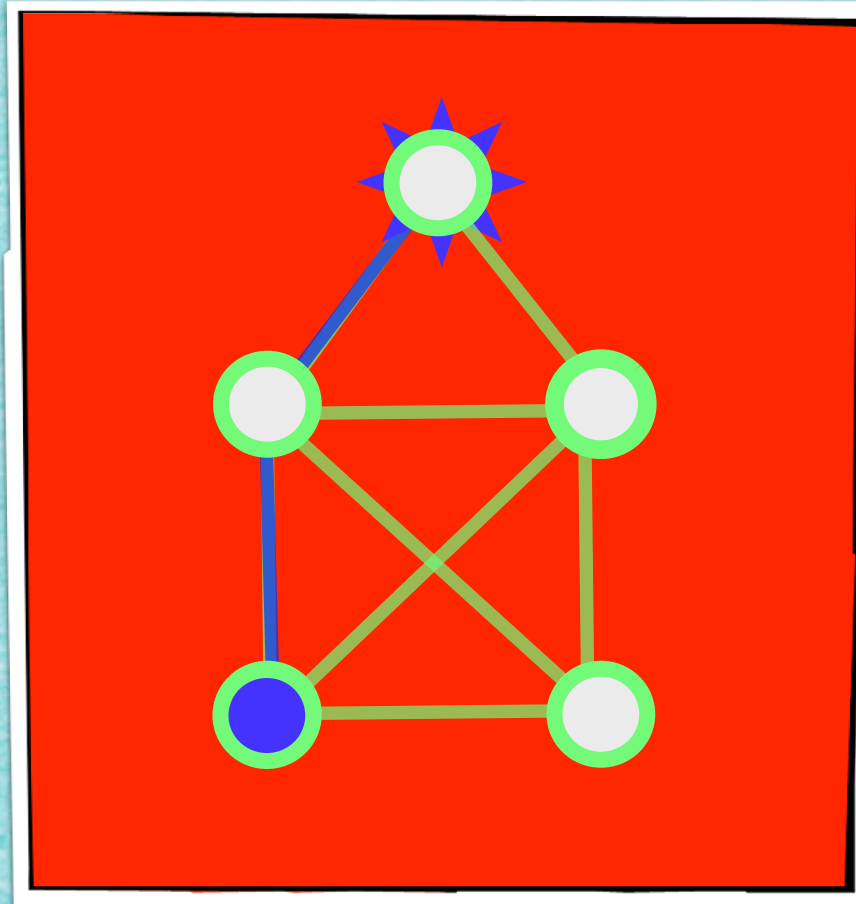
Das Haus des Nikolaus



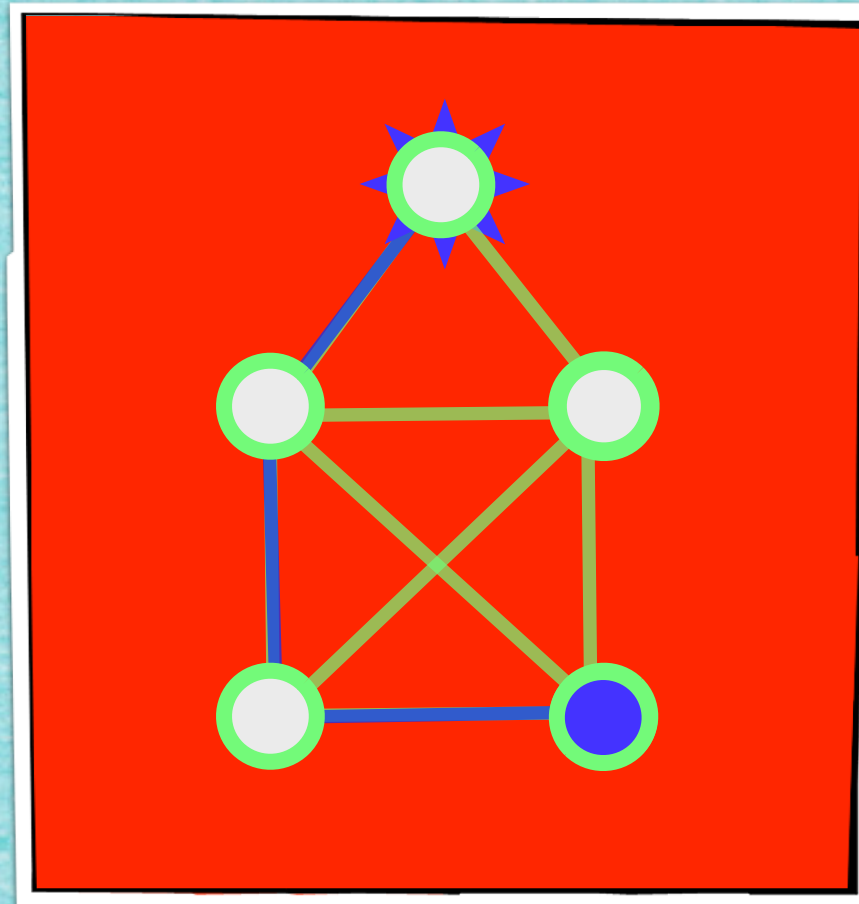
Das Haus des Nikolaus



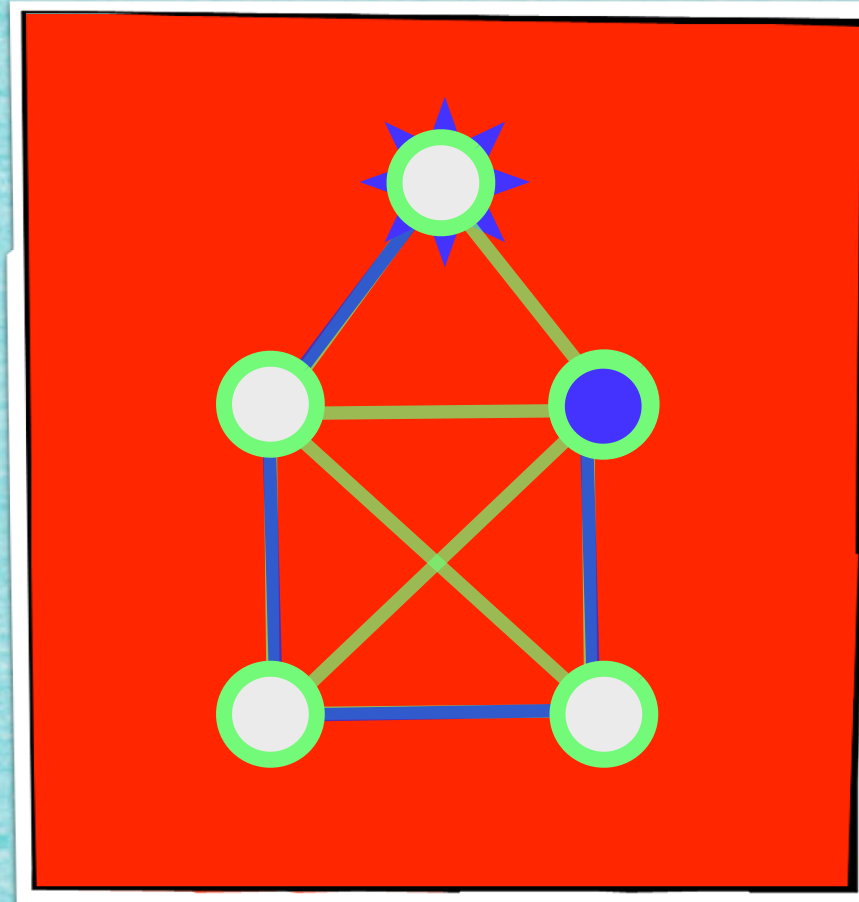
Das Haus des Nikolaus



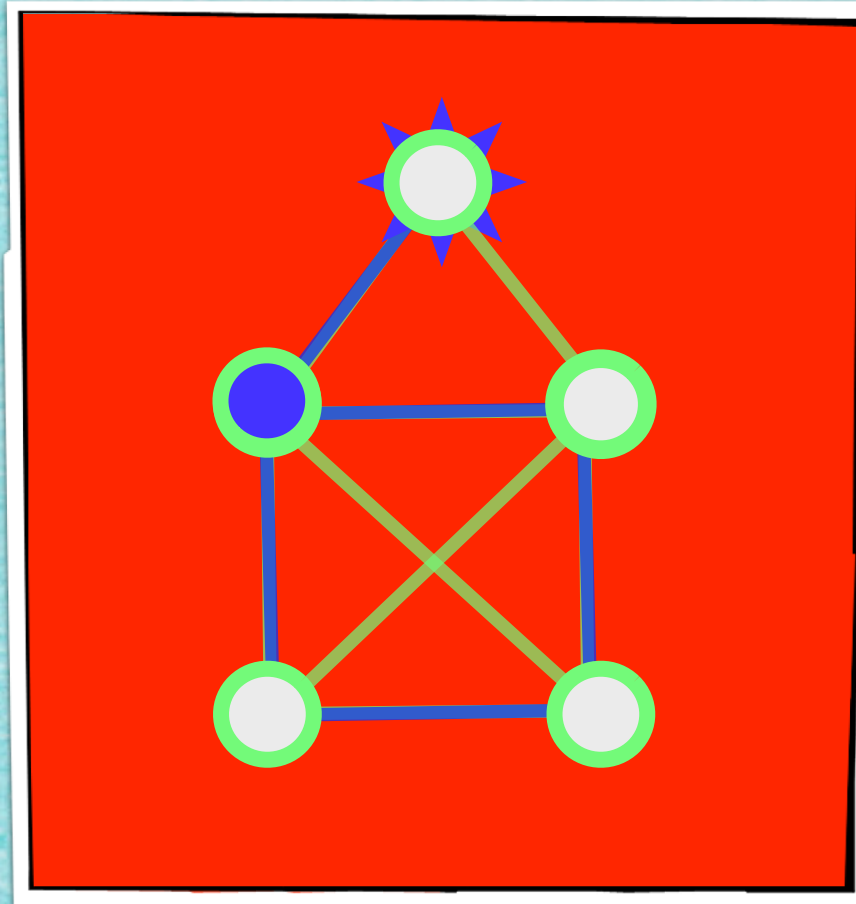
Das Haus des Nikolaus



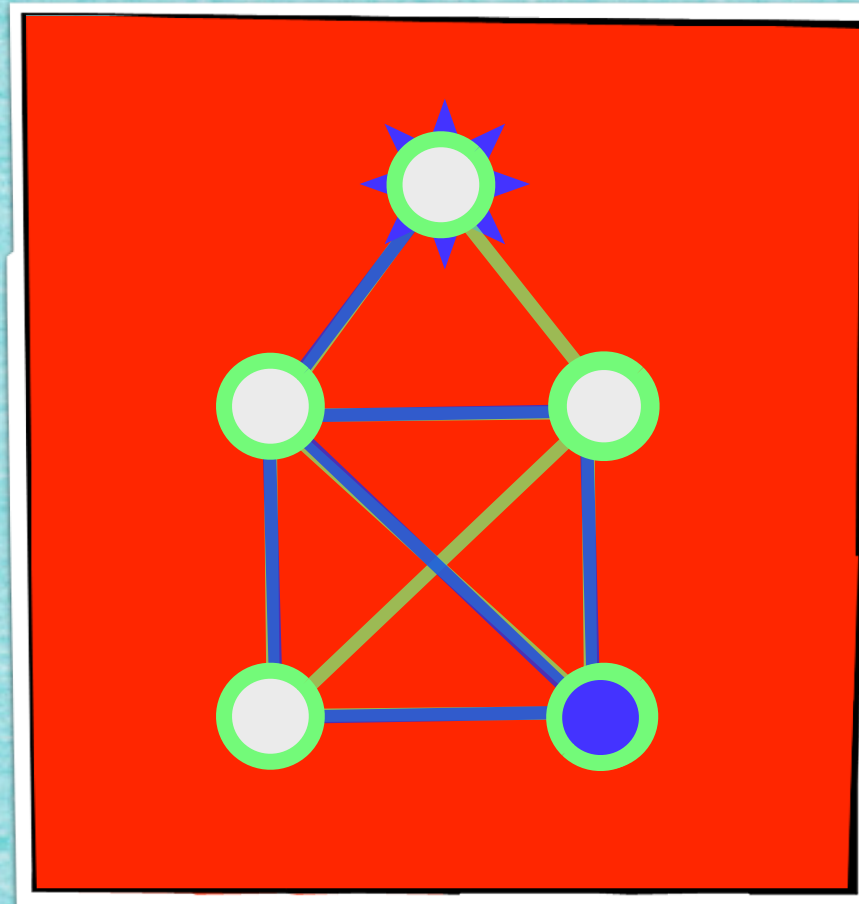
Das Haus des Nikolaus



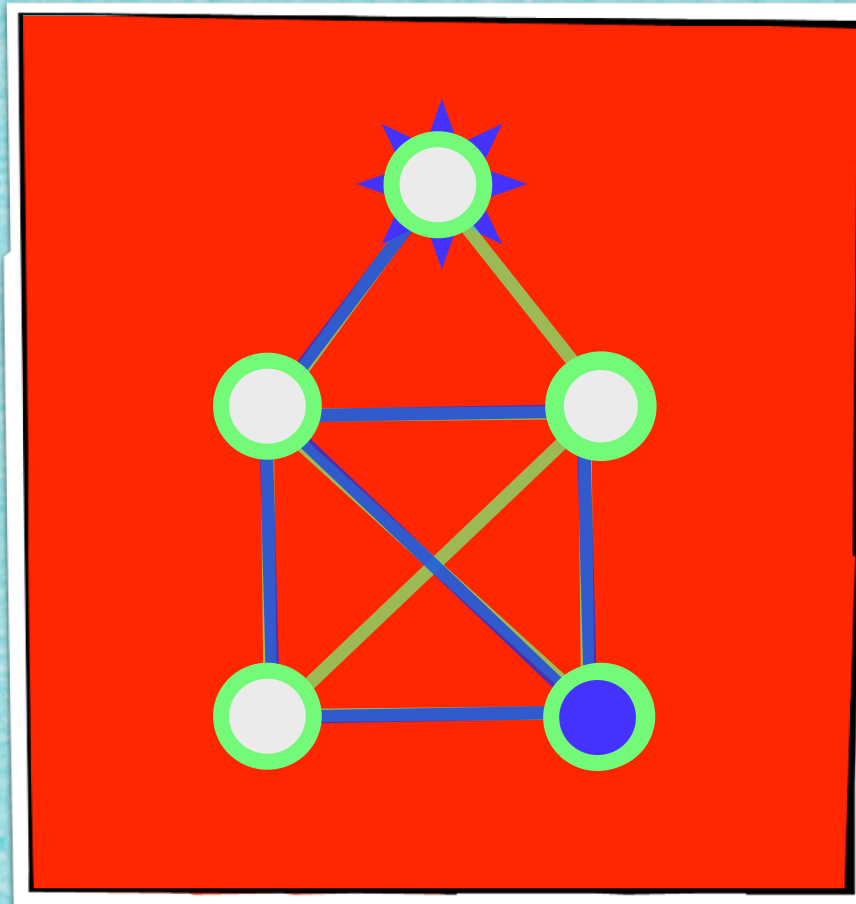
Das Haus des Nikolaus



Das Haus des Nikolaus

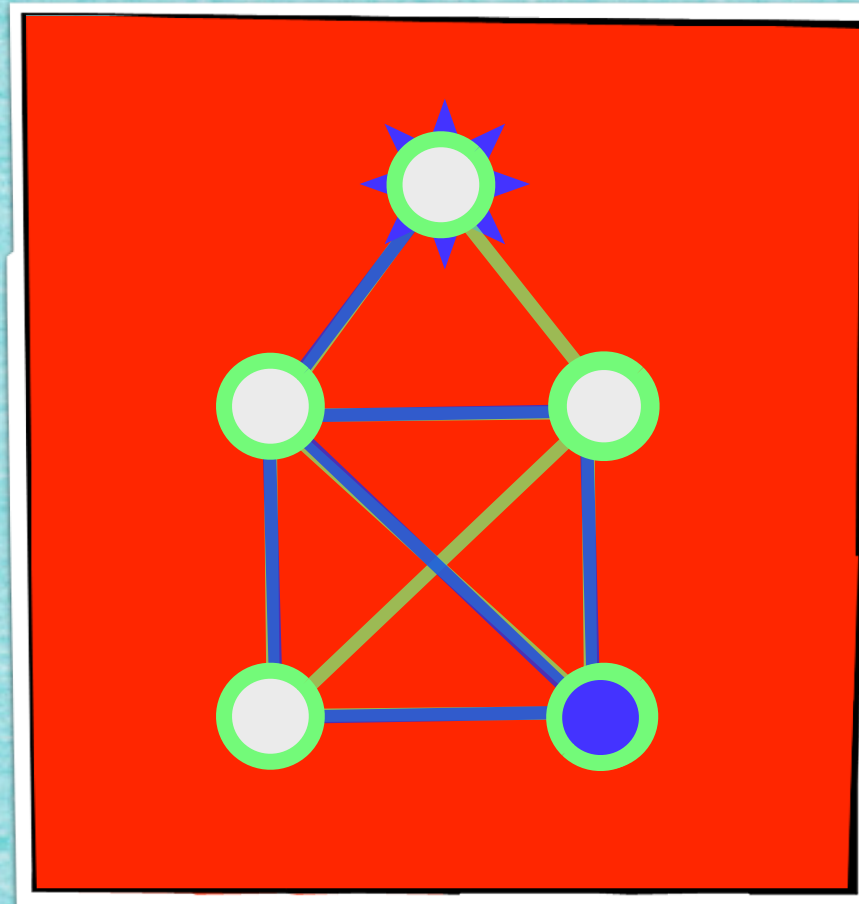


Das Haus des Nikolaus



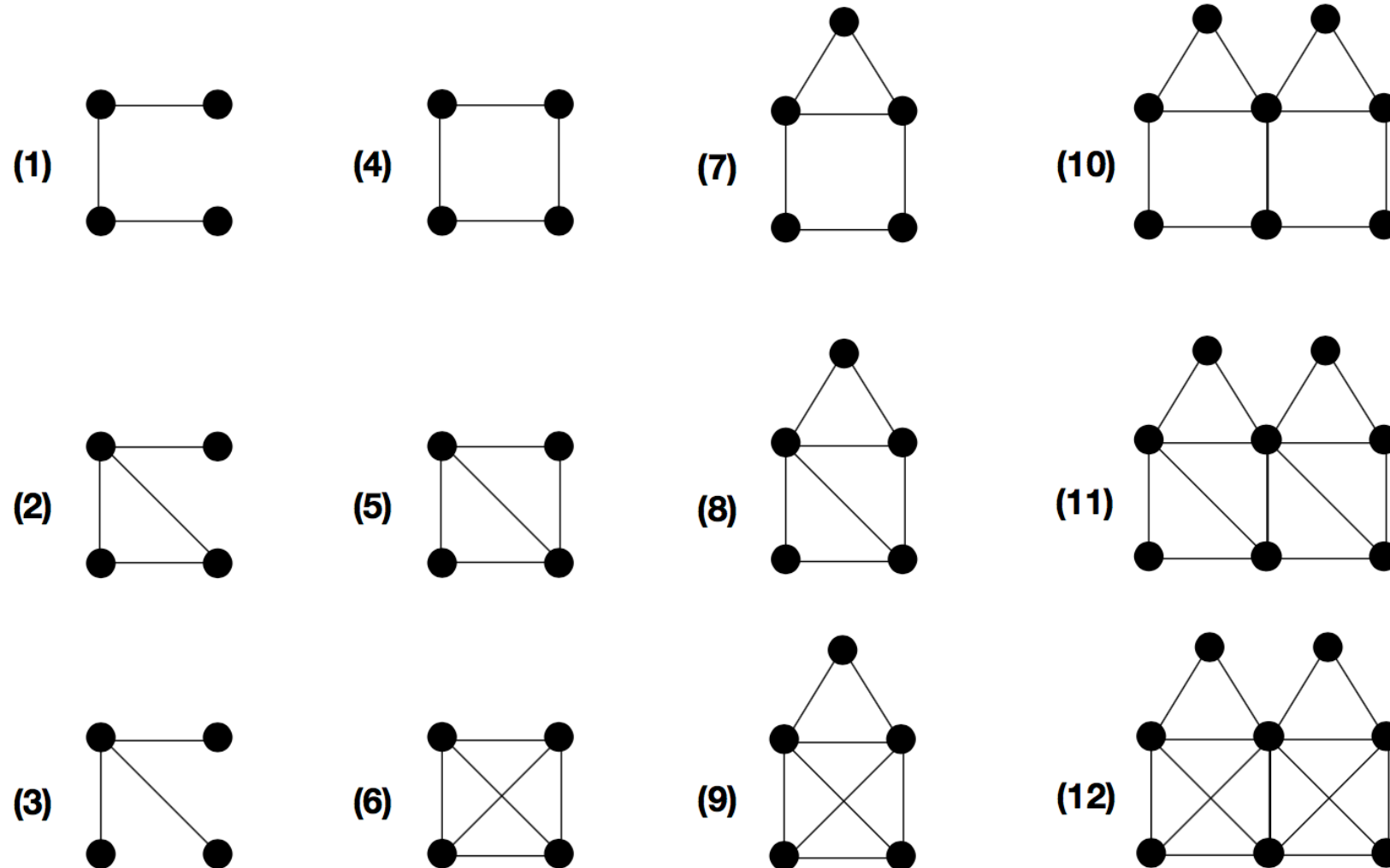
Klappt so nicht...

Das Haus des Nikolaus



Herausforderung!

Welche Graphen kannst Du in einem Zug nachzeichnen, ohne den Stift abzusetzen?
(Wenn ja, wo kann man anfangen oder aufhören?)



Herausforderung!

App Store Vorschau



One touch Drawing 4+

Ecapyc Inc.

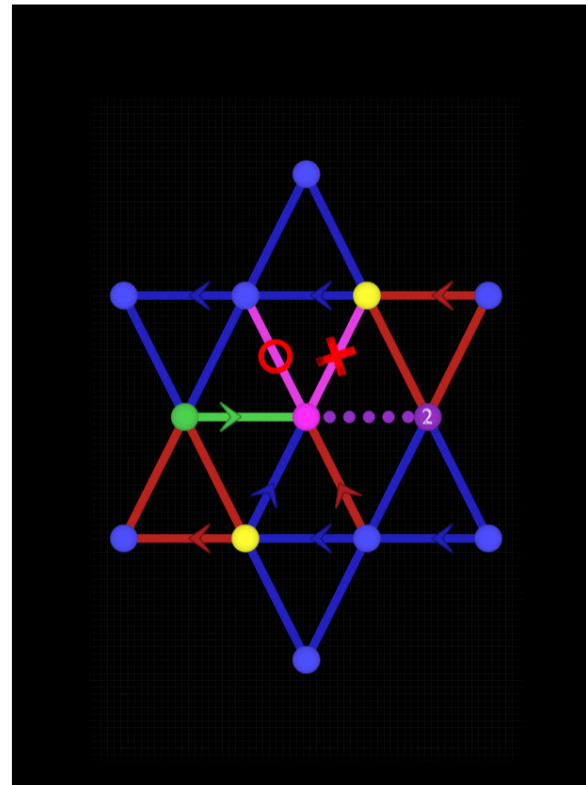
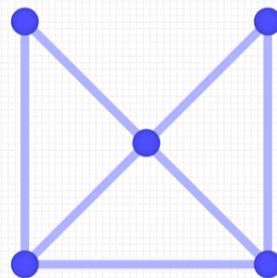
★★★★★ 4,5 • 50 Bewertungen

Gratis · In-App-Käufe möglich

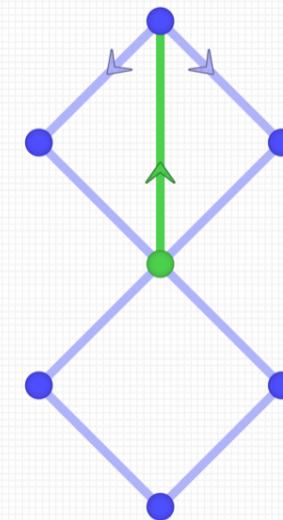
Anzeigen in: [Mac App Store](#) ↗

Screenshots iPad iPhone

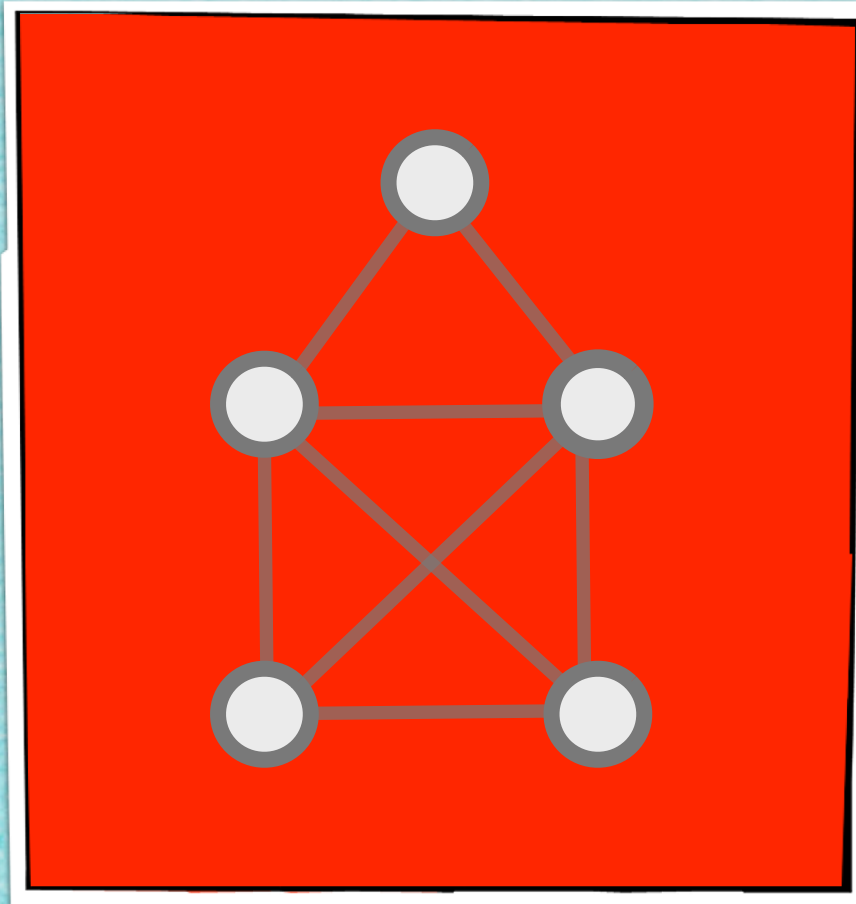
Draw all lines without repeat.



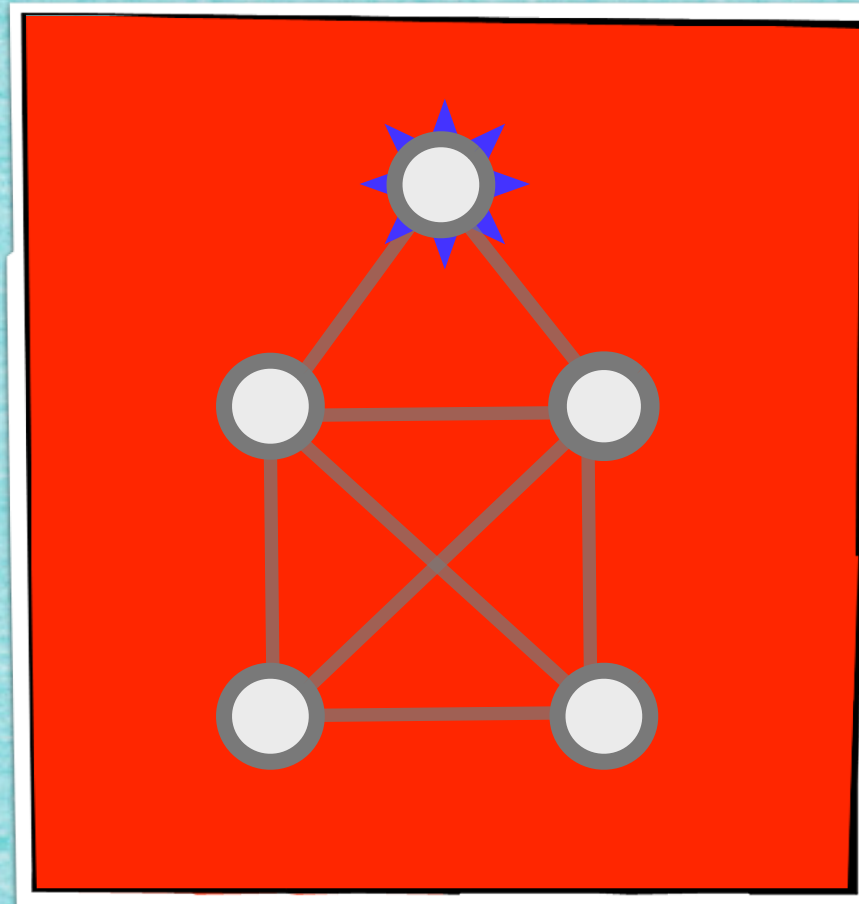
Green point is a "Direction trigger". The direction of Green line will be changed by the trigger.



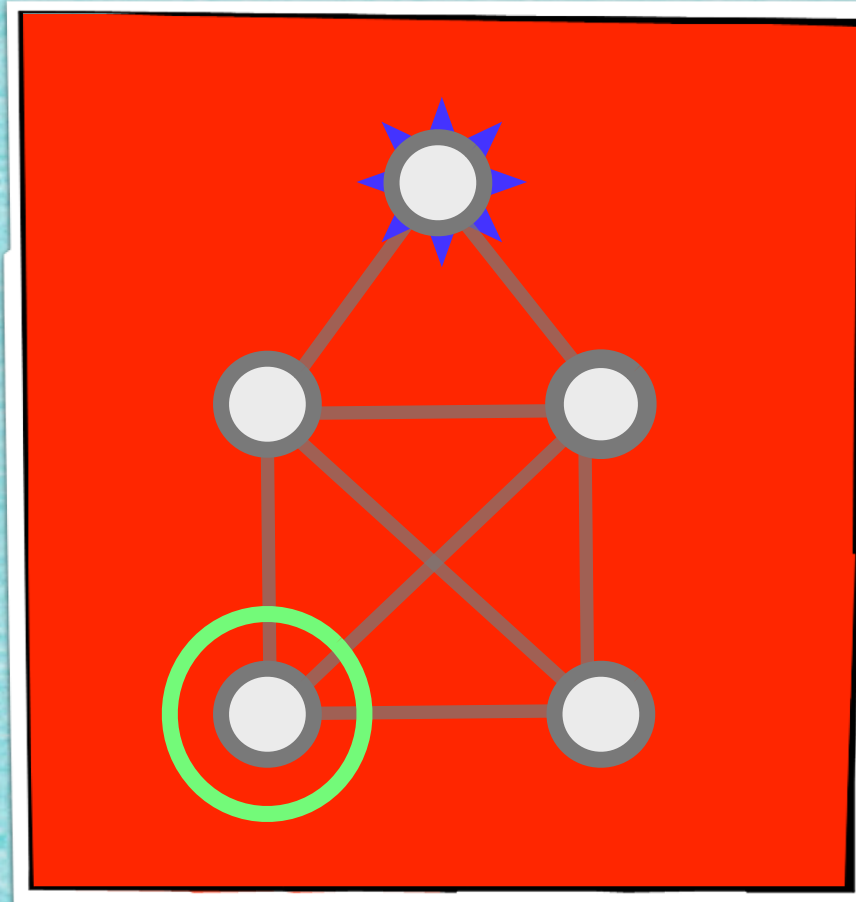
Das Haus des Nikolaus



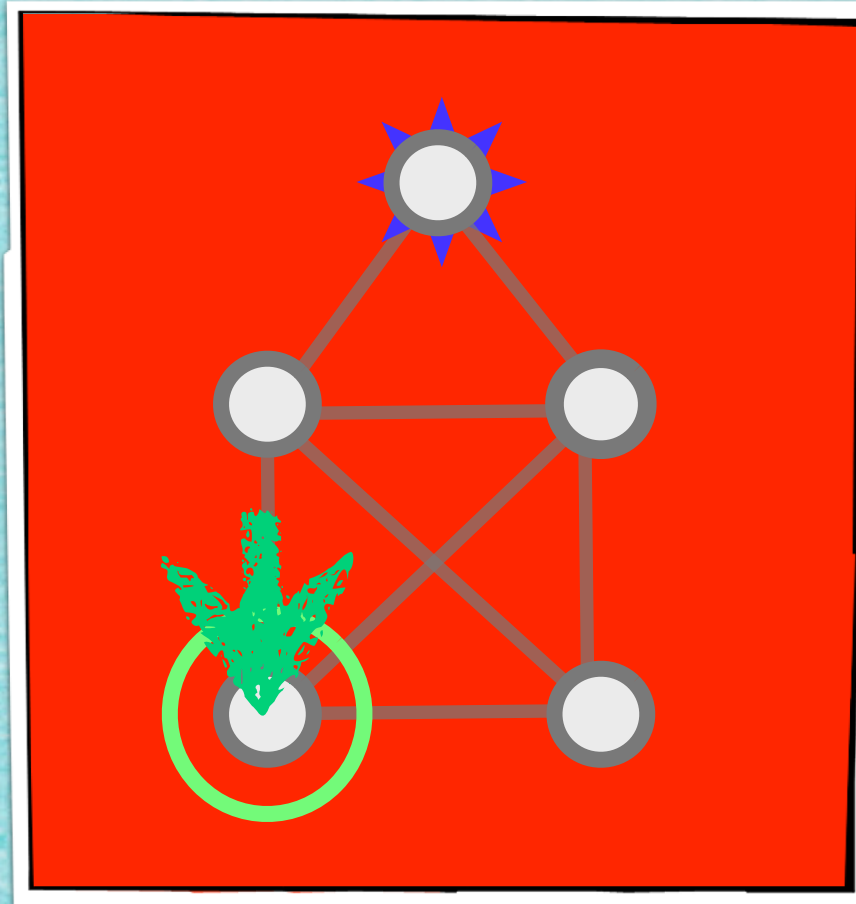
Das Haus des Nikolaus



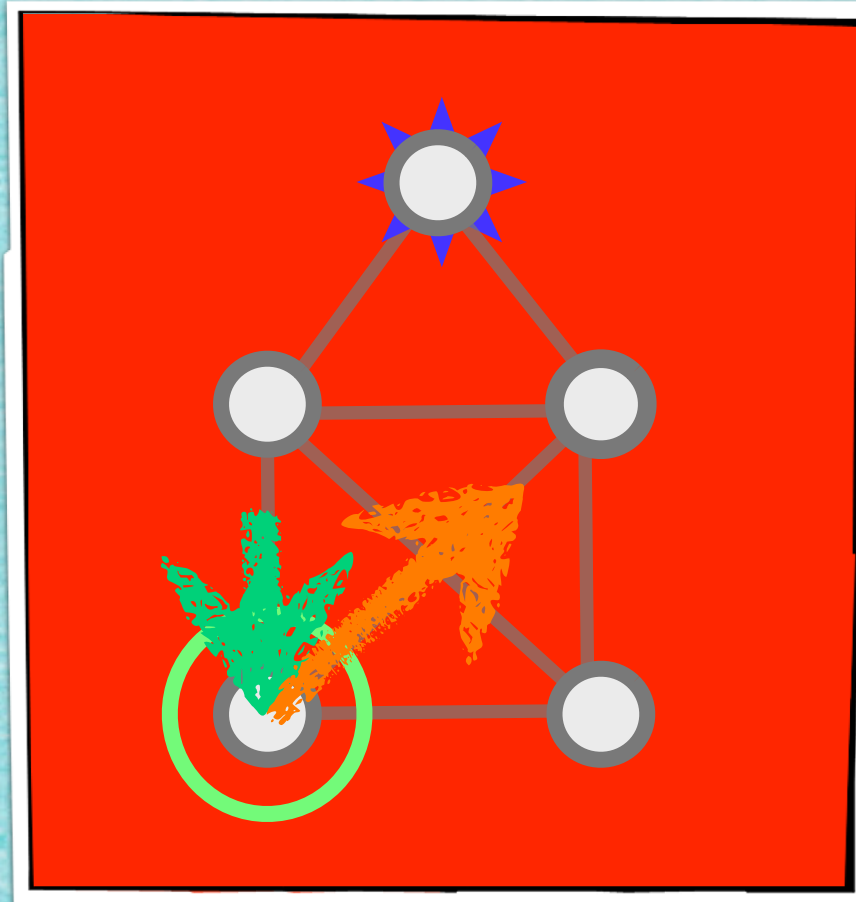
Das Haus des Nikolaus



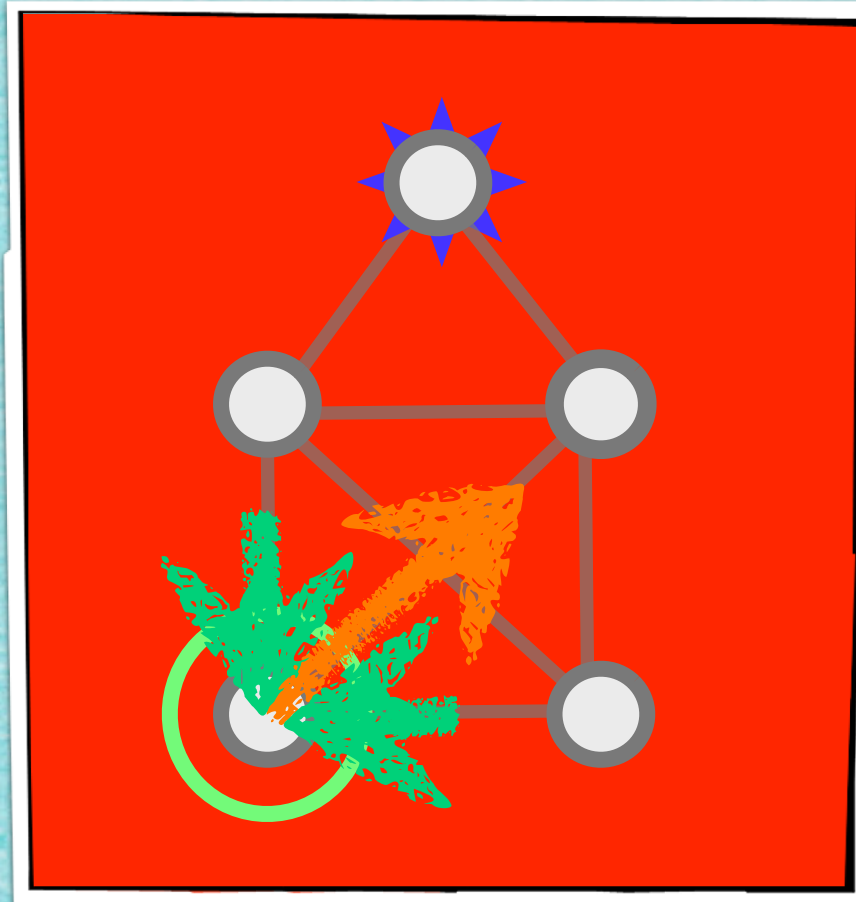
Das Haus des Nikolaus



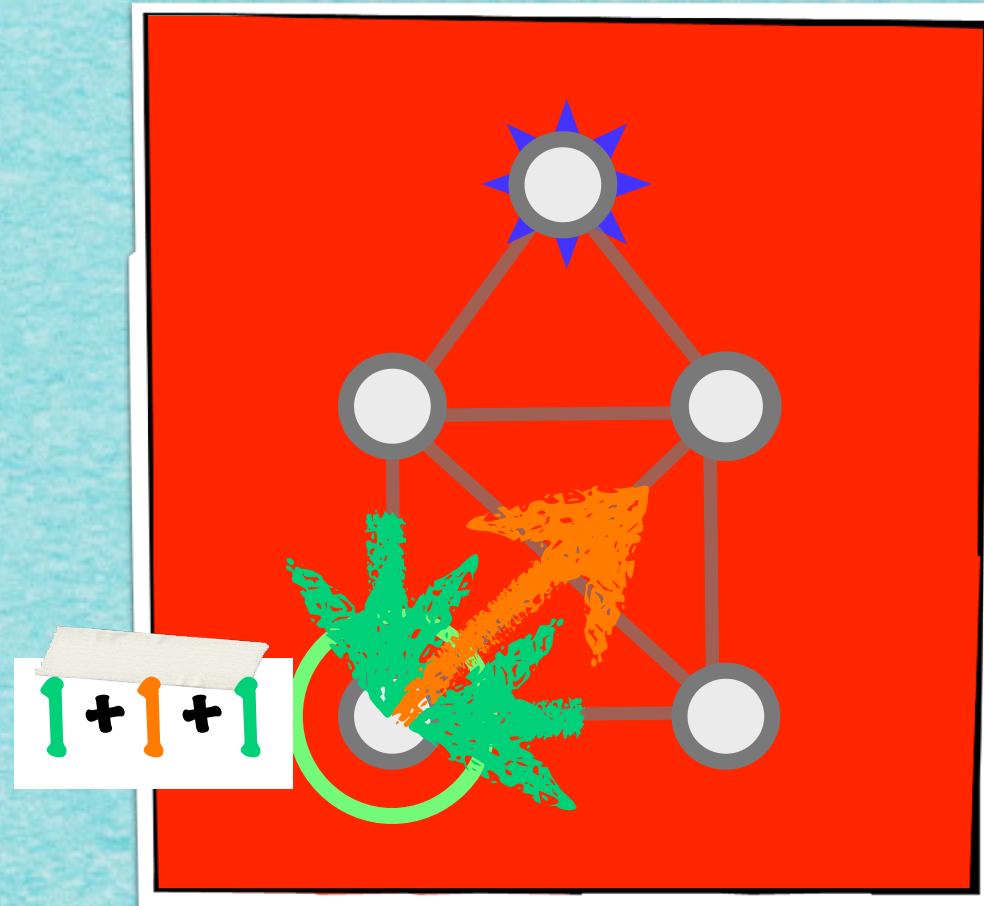
Das Haus des Nikolaus



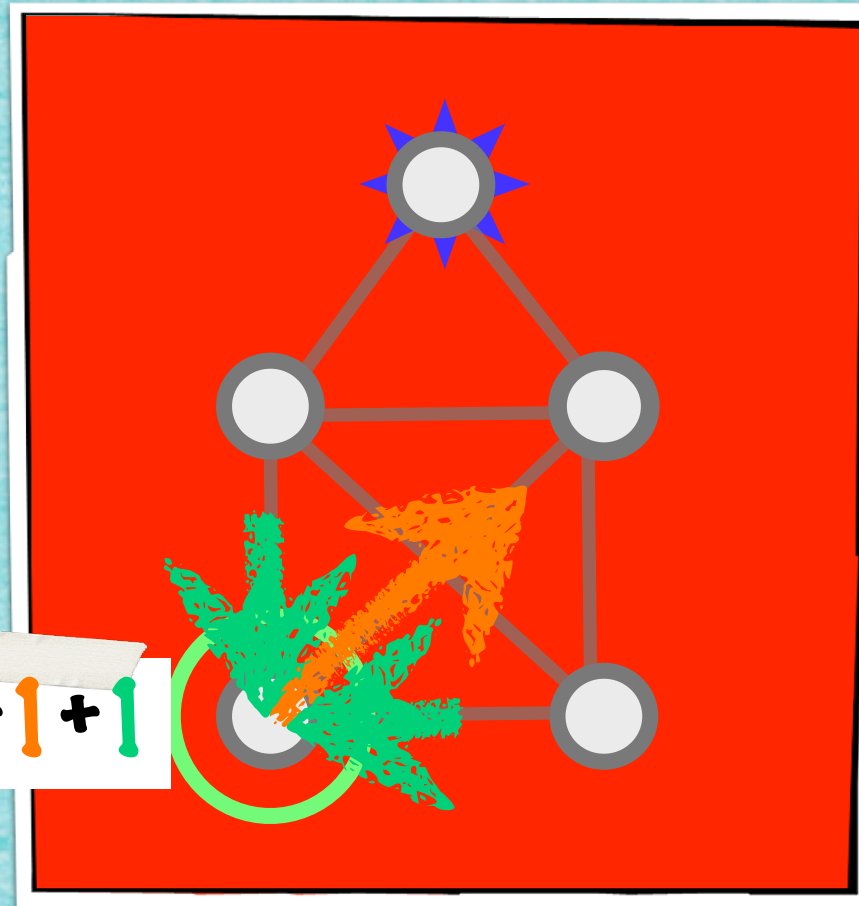
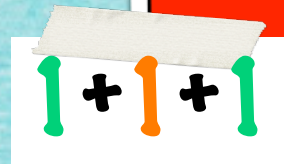
Das Haus des Nikolaus



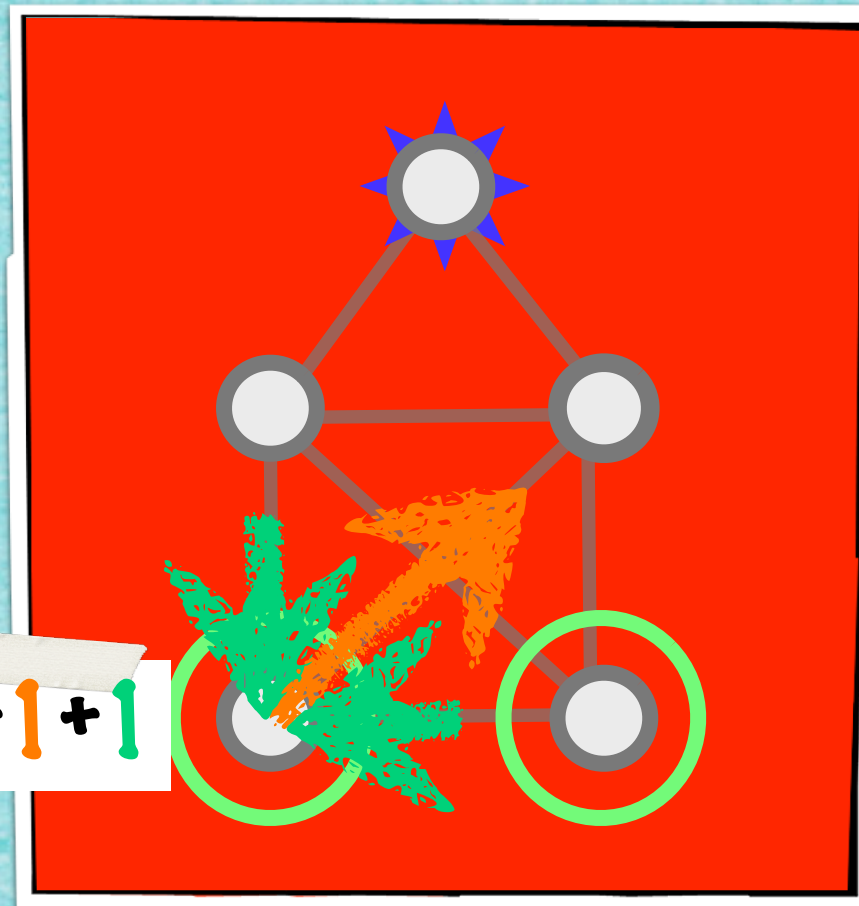
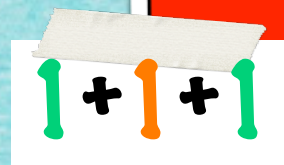
Das Haus des Nikolaus



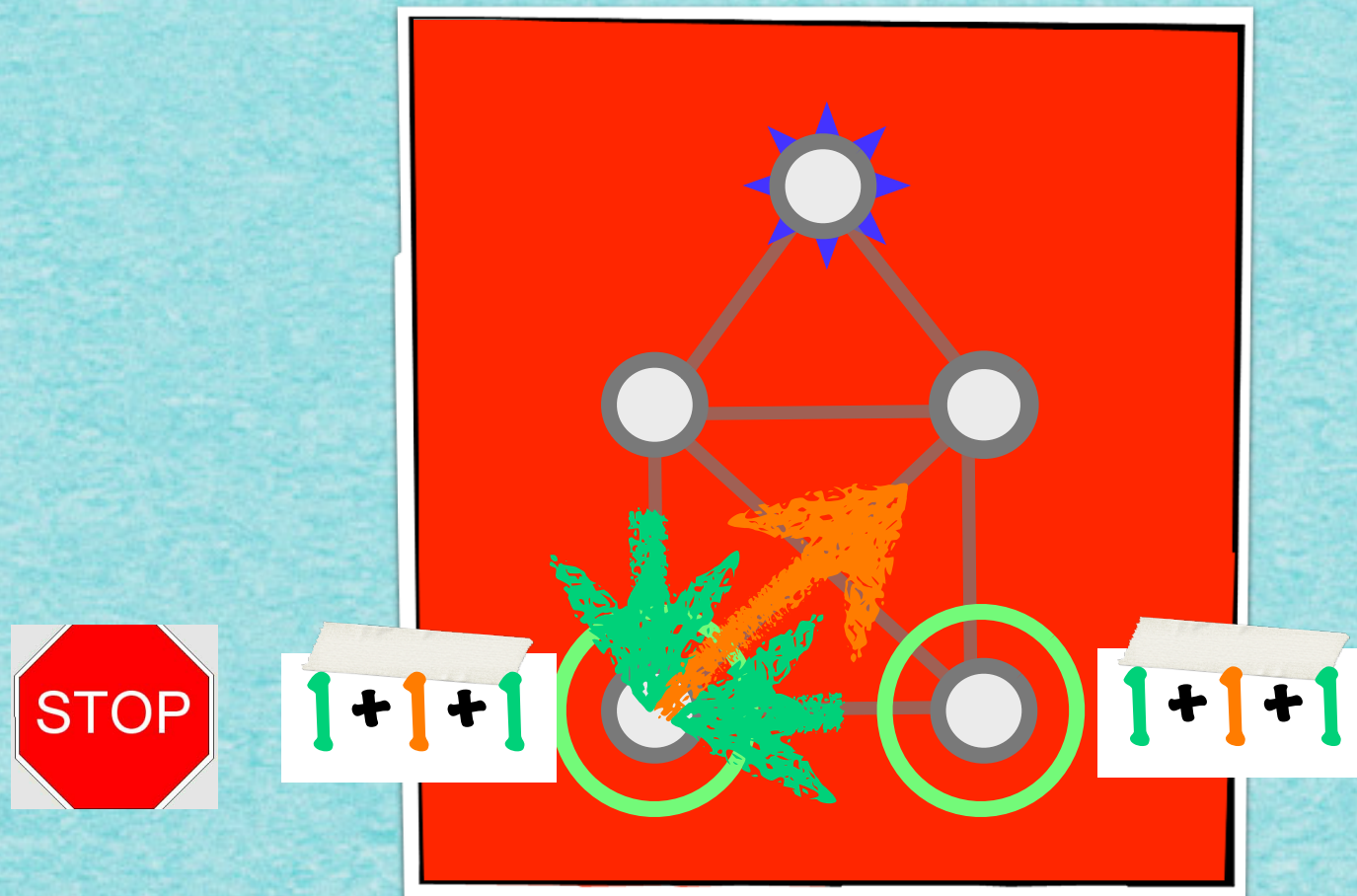
Das Haus des Nikolaus



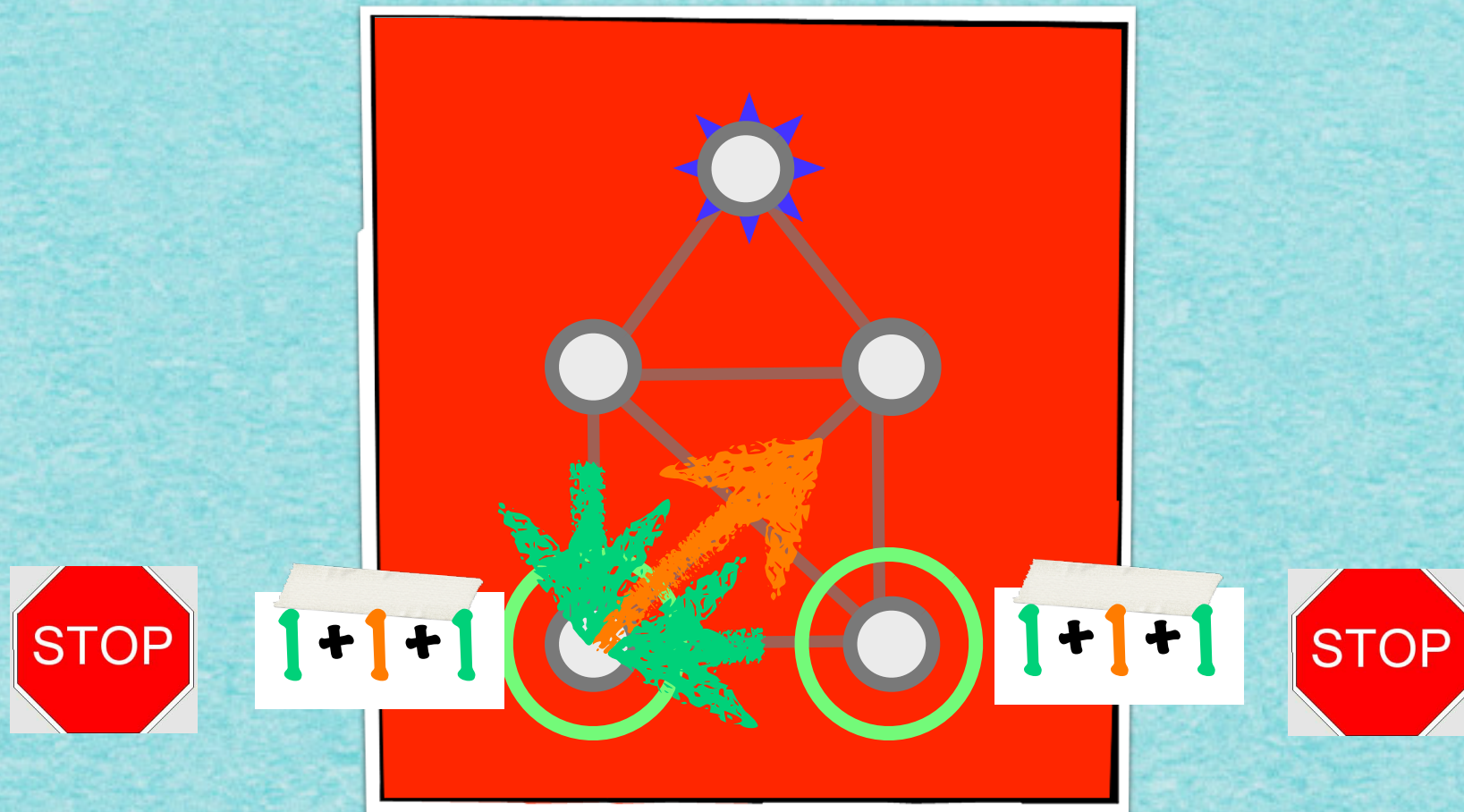
Das Haus des Nikolaus



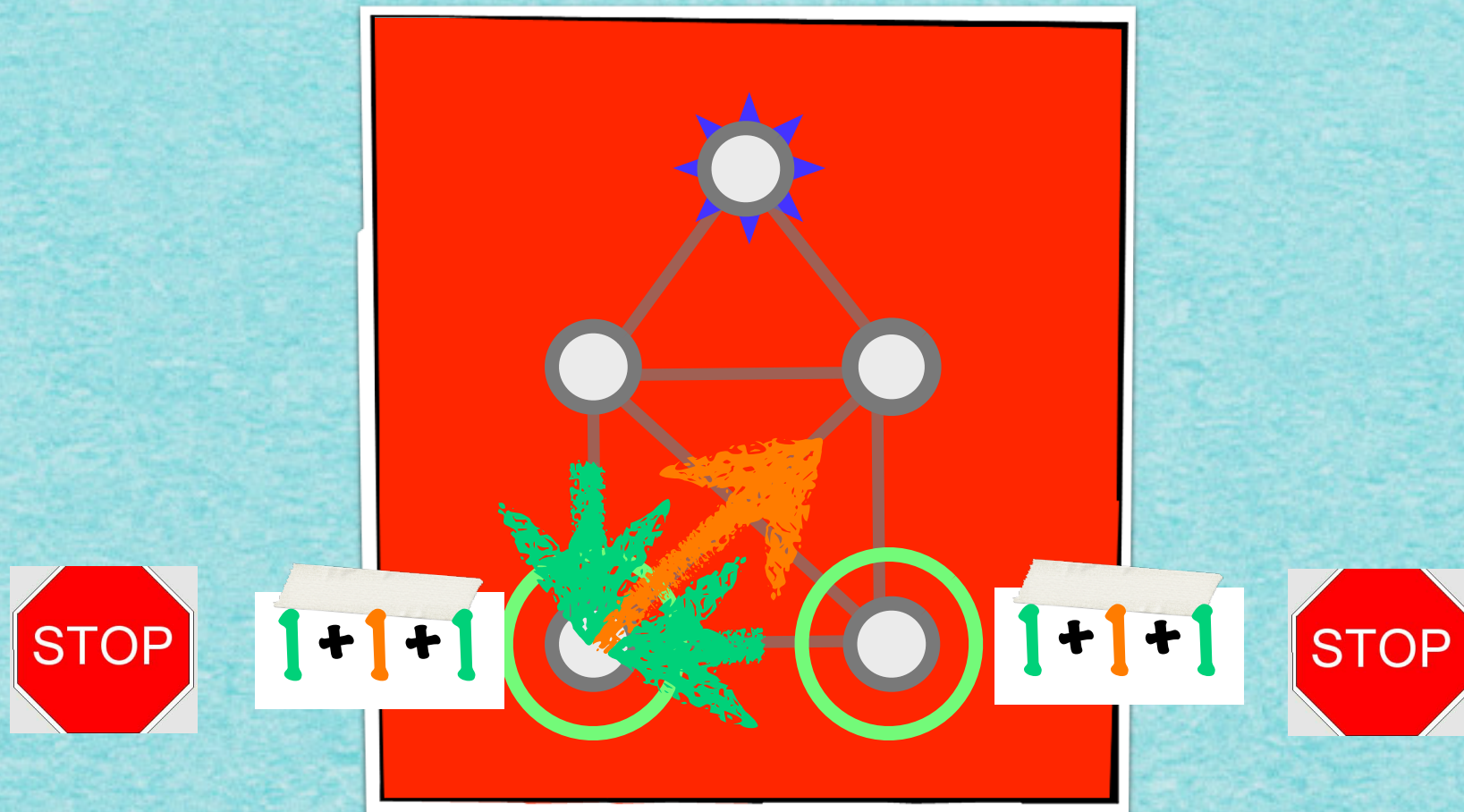
Das Haus des Nikolaus



Das Haus des Nikolaus

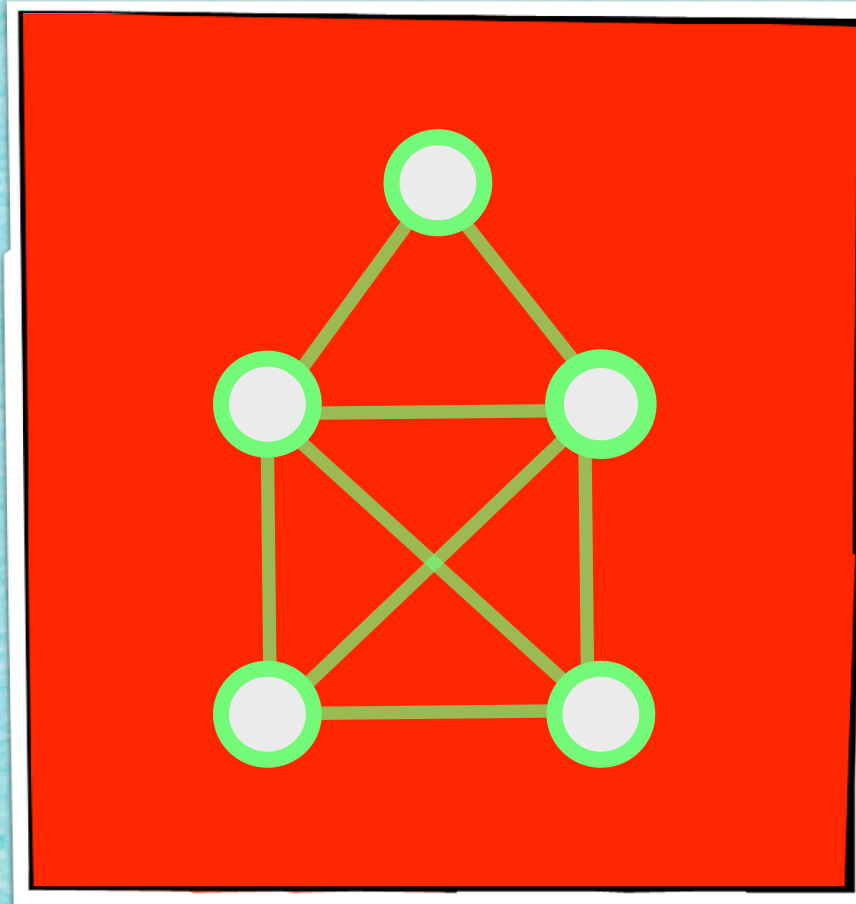


Das Haus des Nikolaus

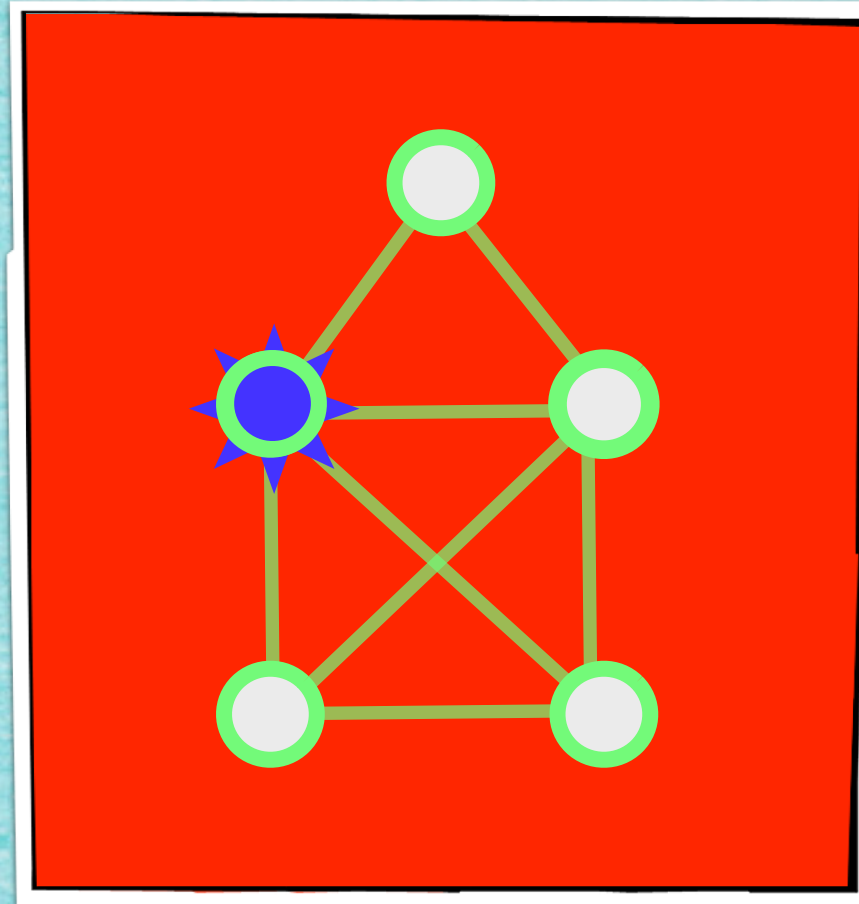


Hmmmm...

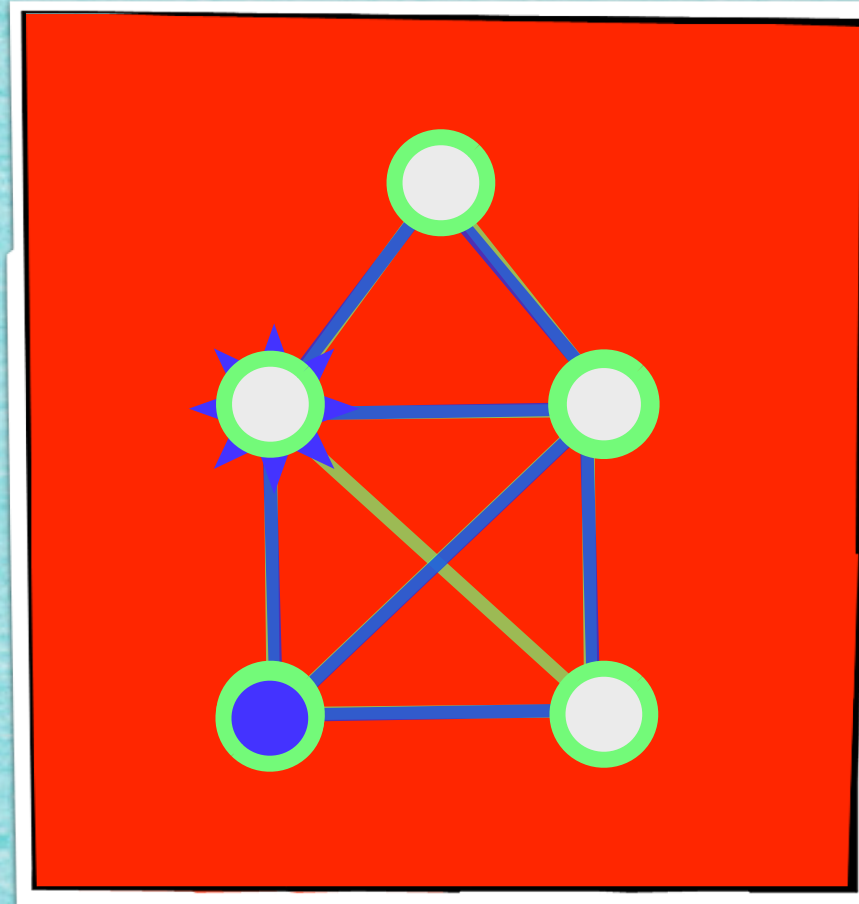
Das Haus des Nikolaus



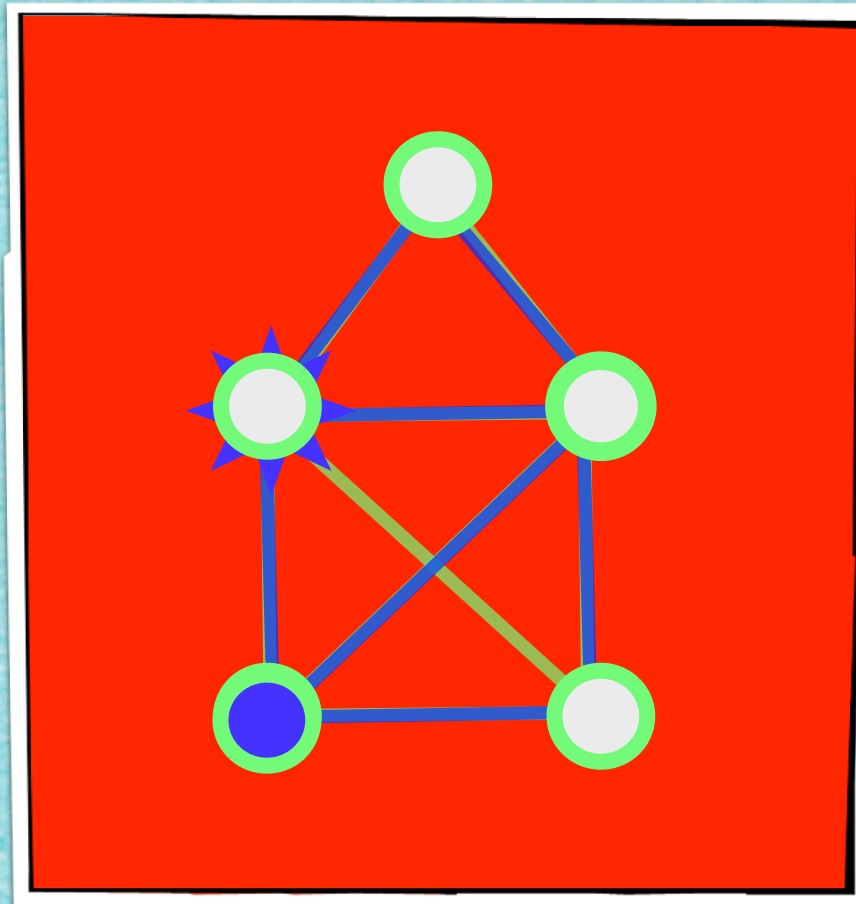
Das Haus des Nikolaus



Das Haus des Nikolaus

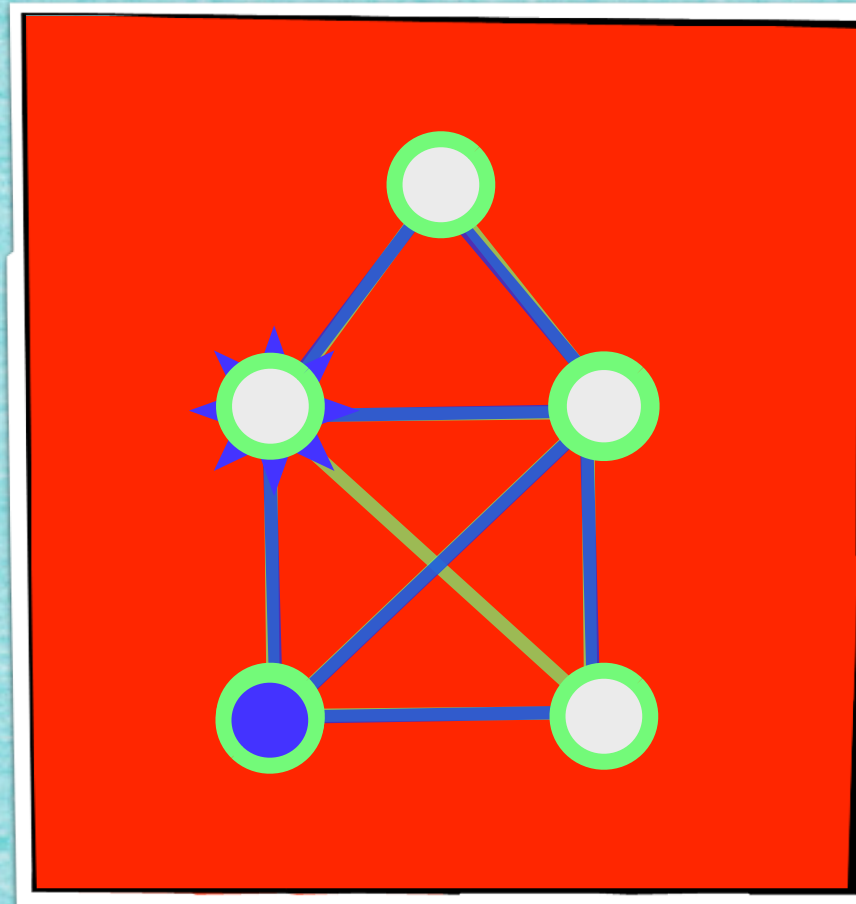


Das Haus des Nikolaus



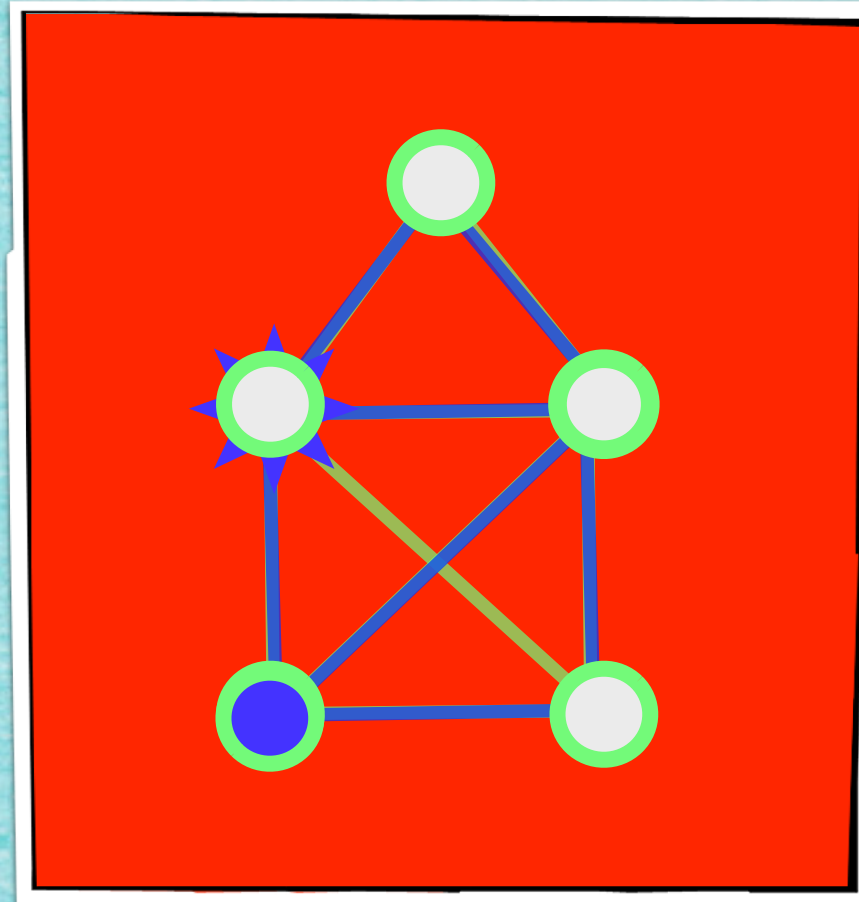
Ooooooooooch...

Das Haus des Nikolaus



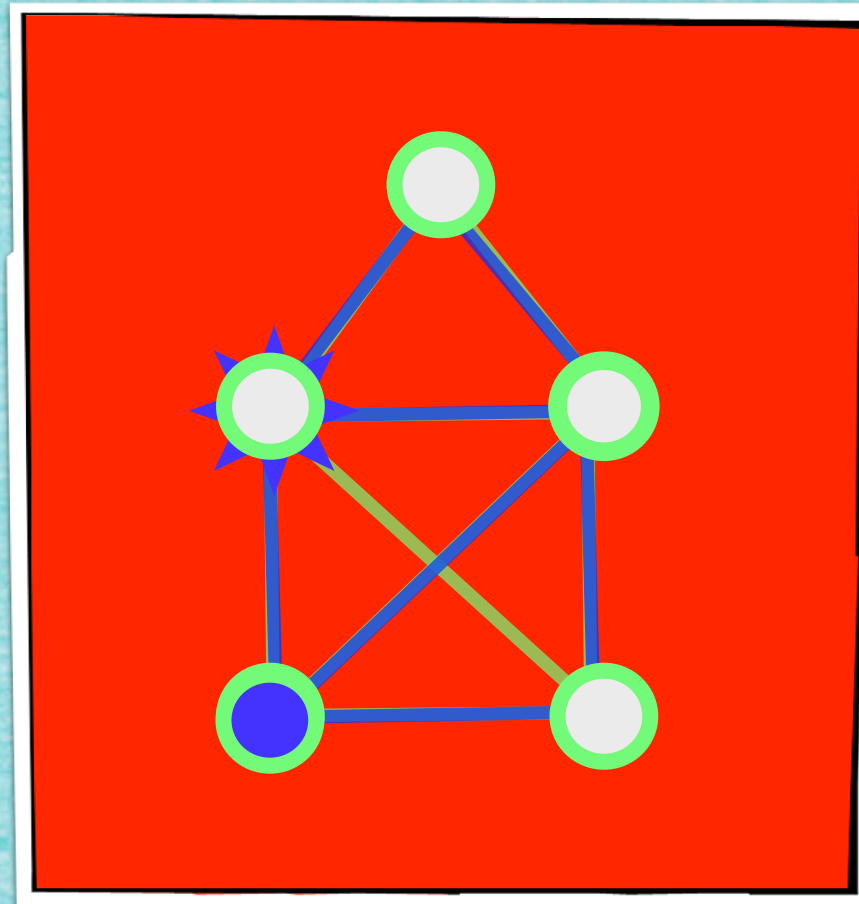
Ooooooooooch...

Das Haus des Nikolaus

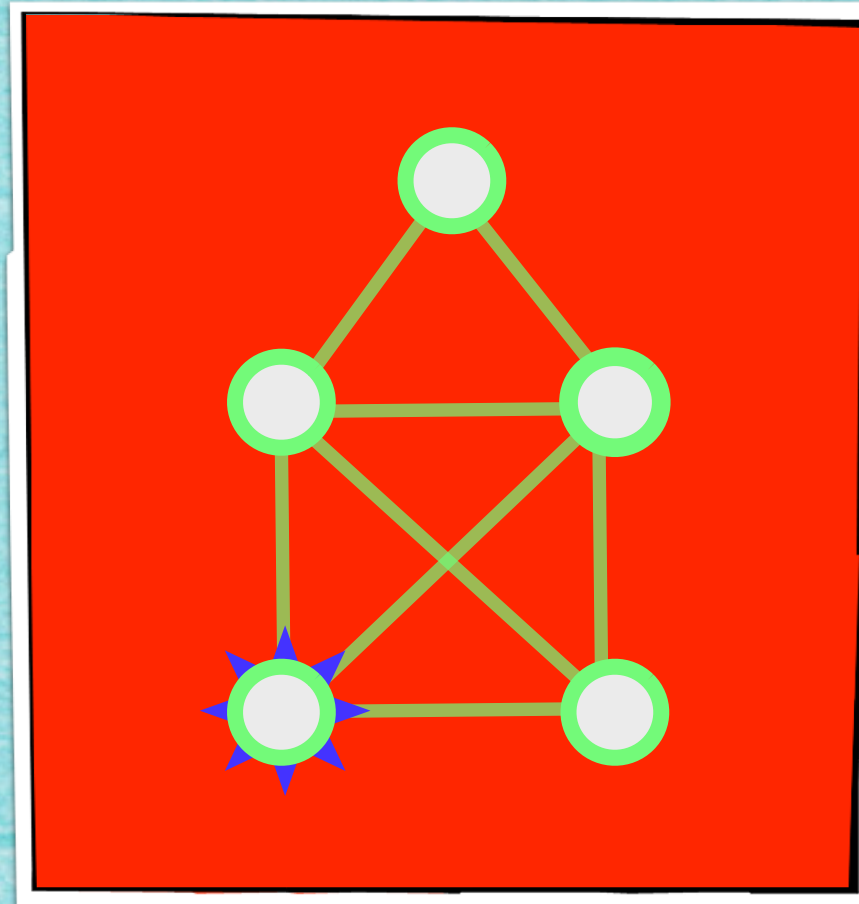


Ooooooooooch...

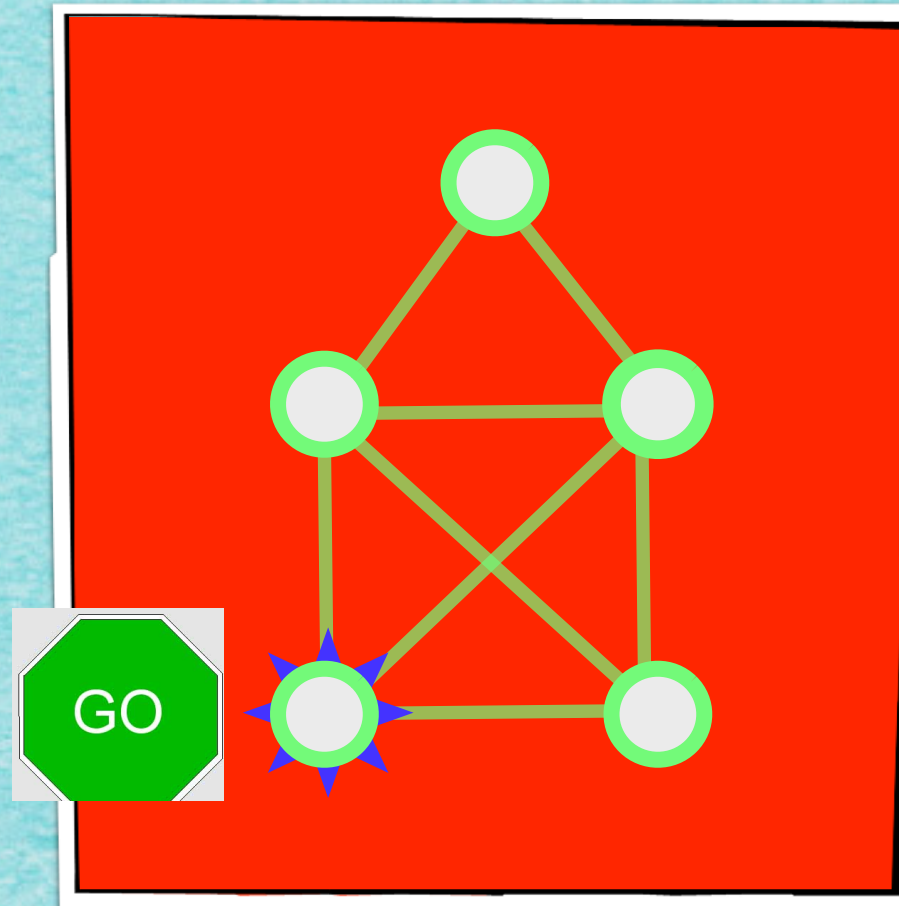
Das Haus des Nikolaus



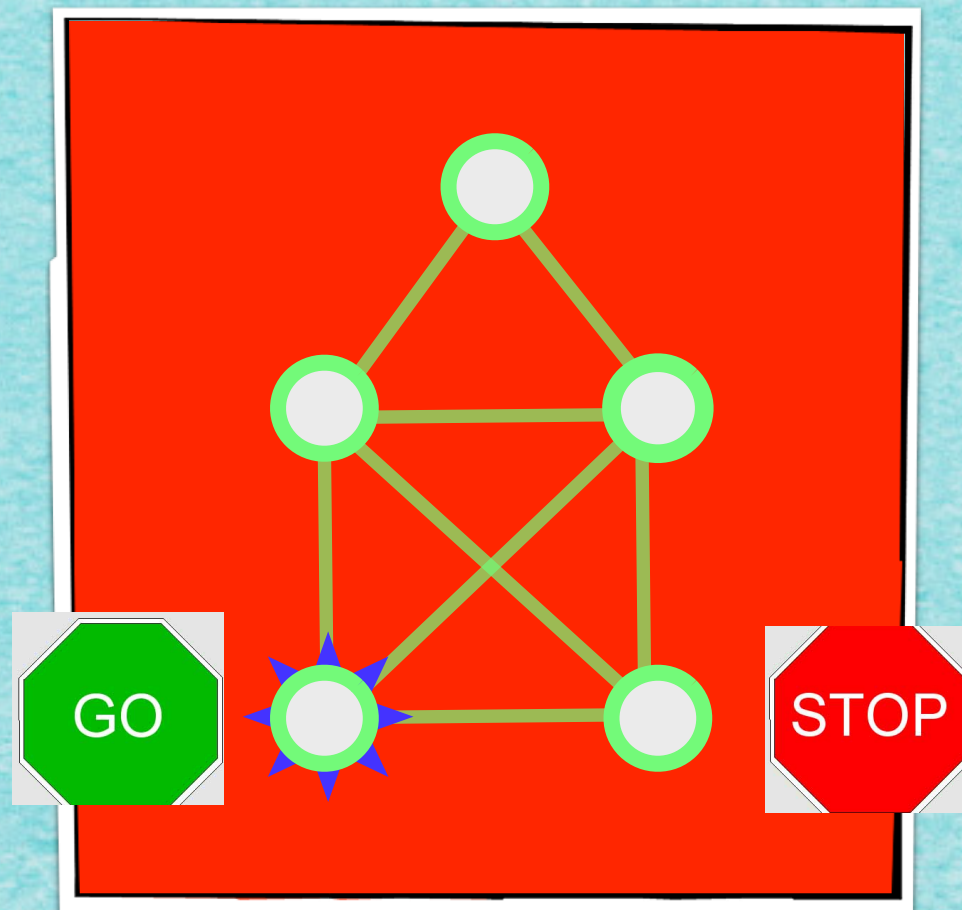
Das Haus des Nikolaus



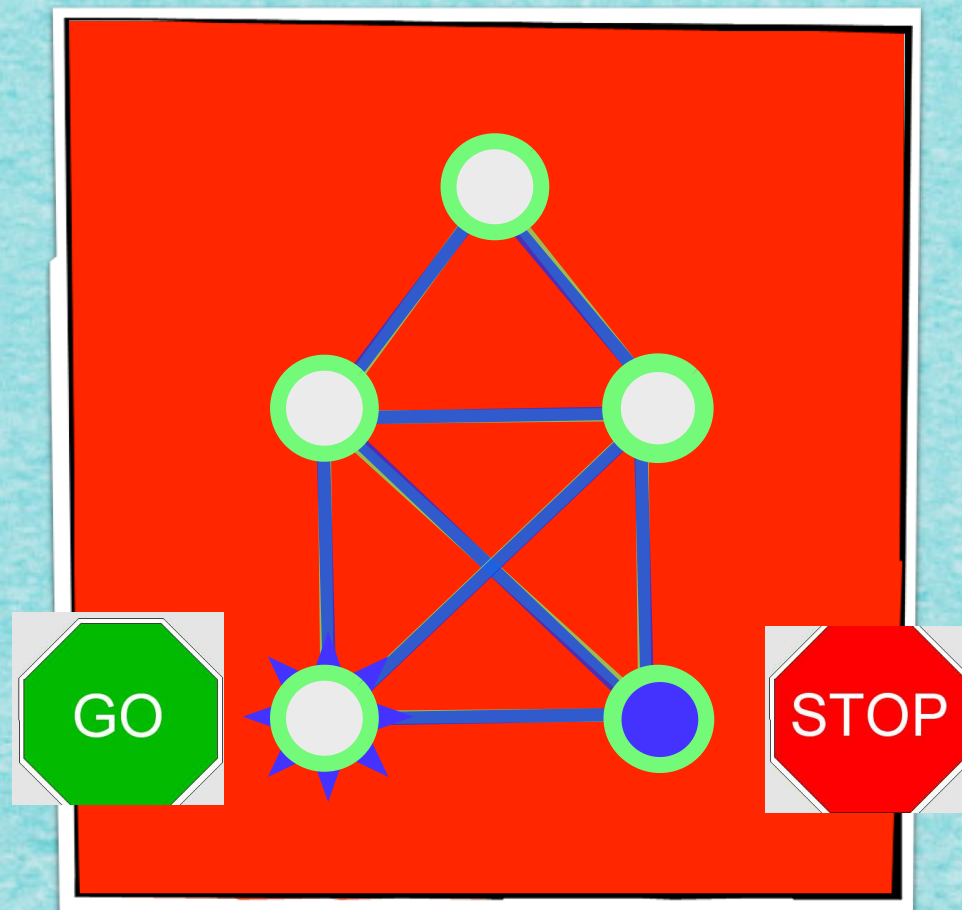
Das Haus des Nikolaus



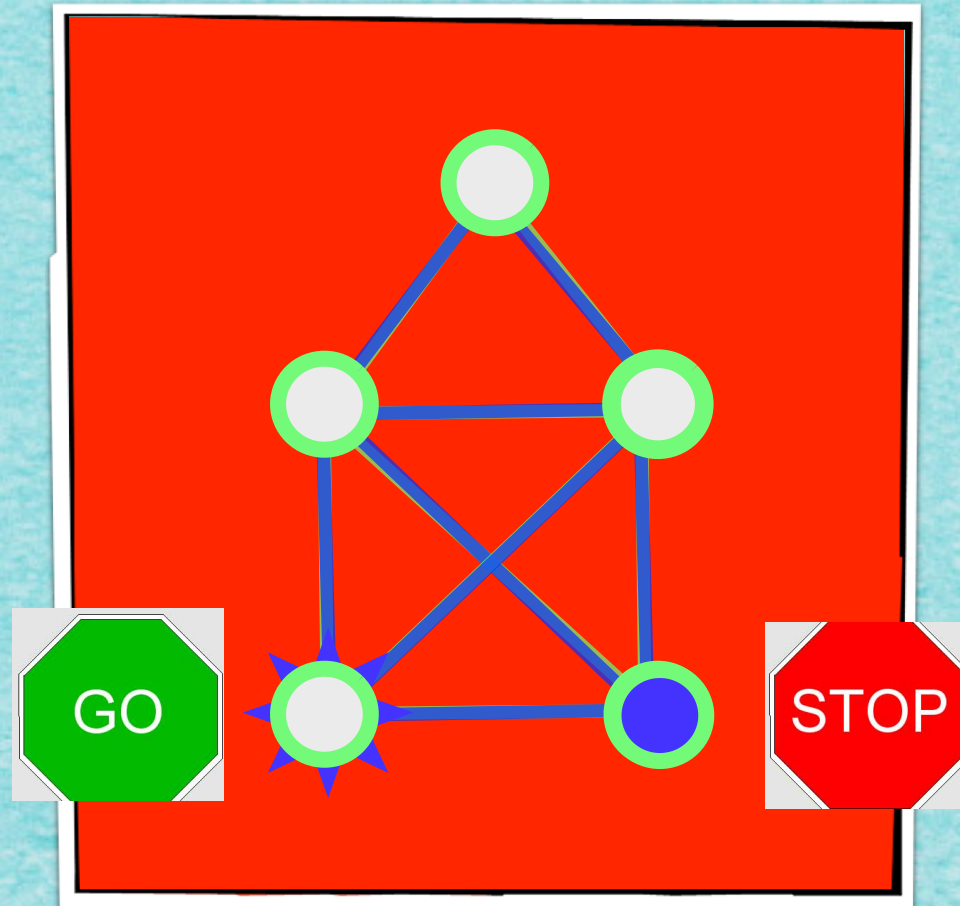
Das Haus des Nikolaus



Das Haus des Nikolaus

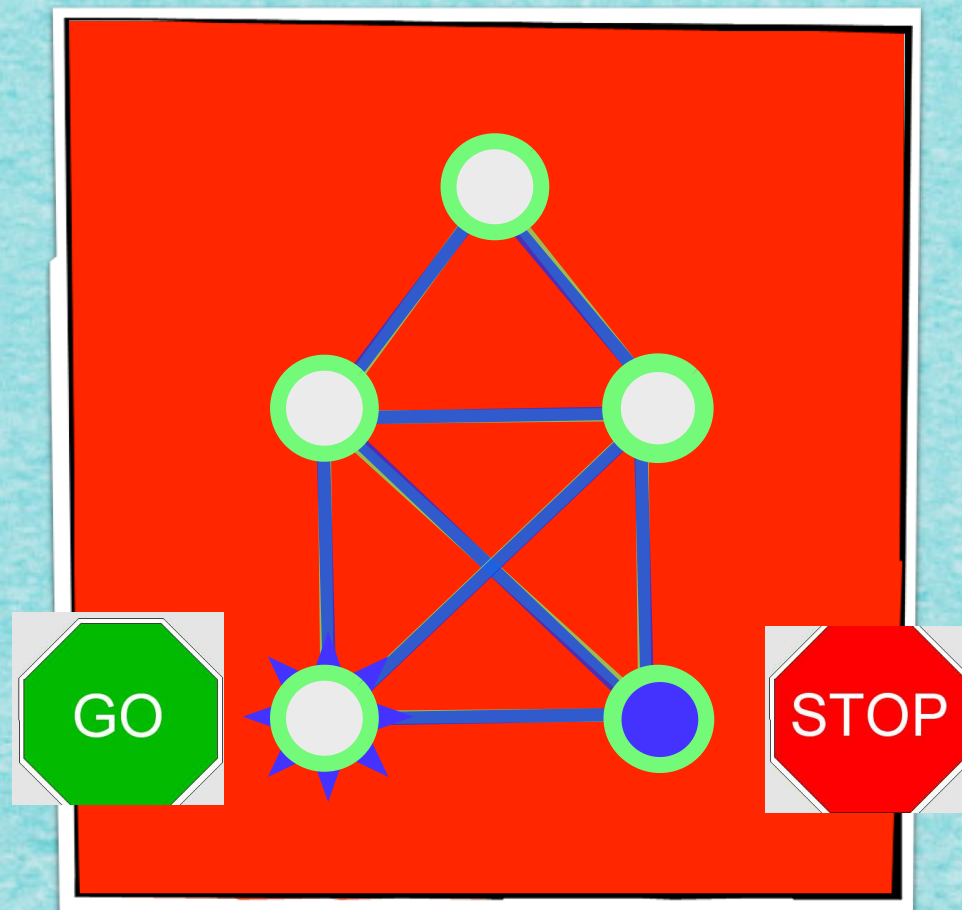


Das Haus des Nikolaus

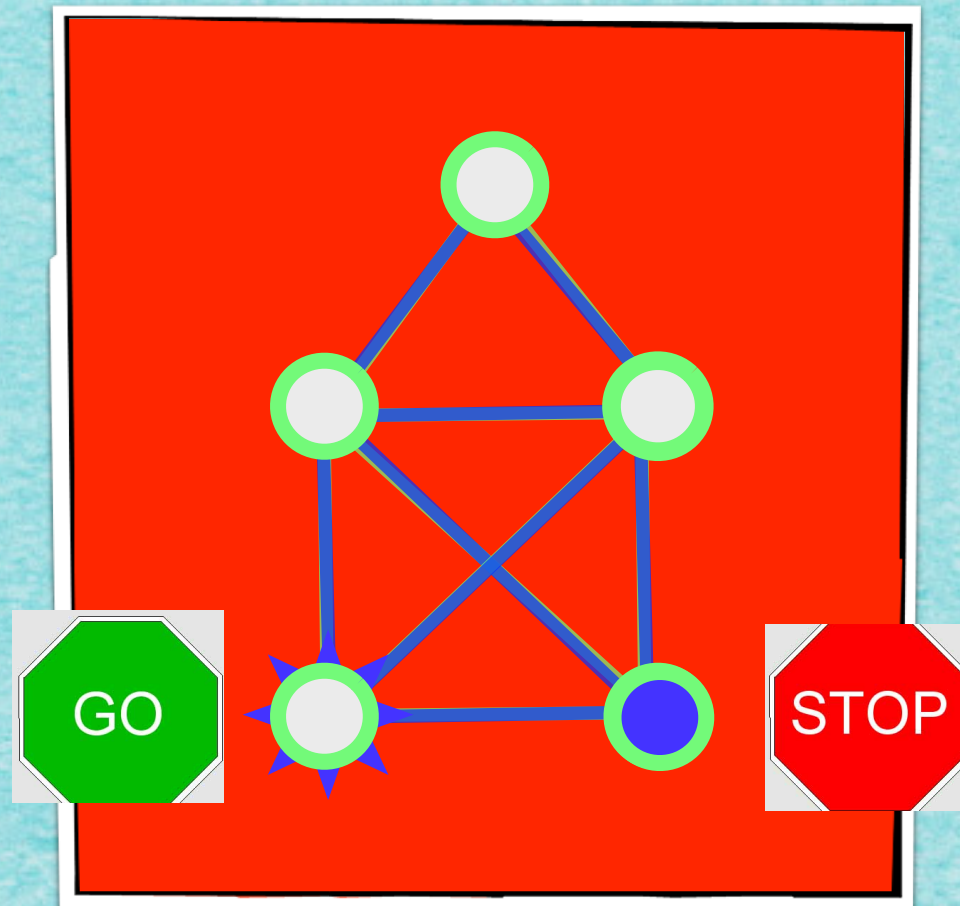


Ahhhhhhhh!

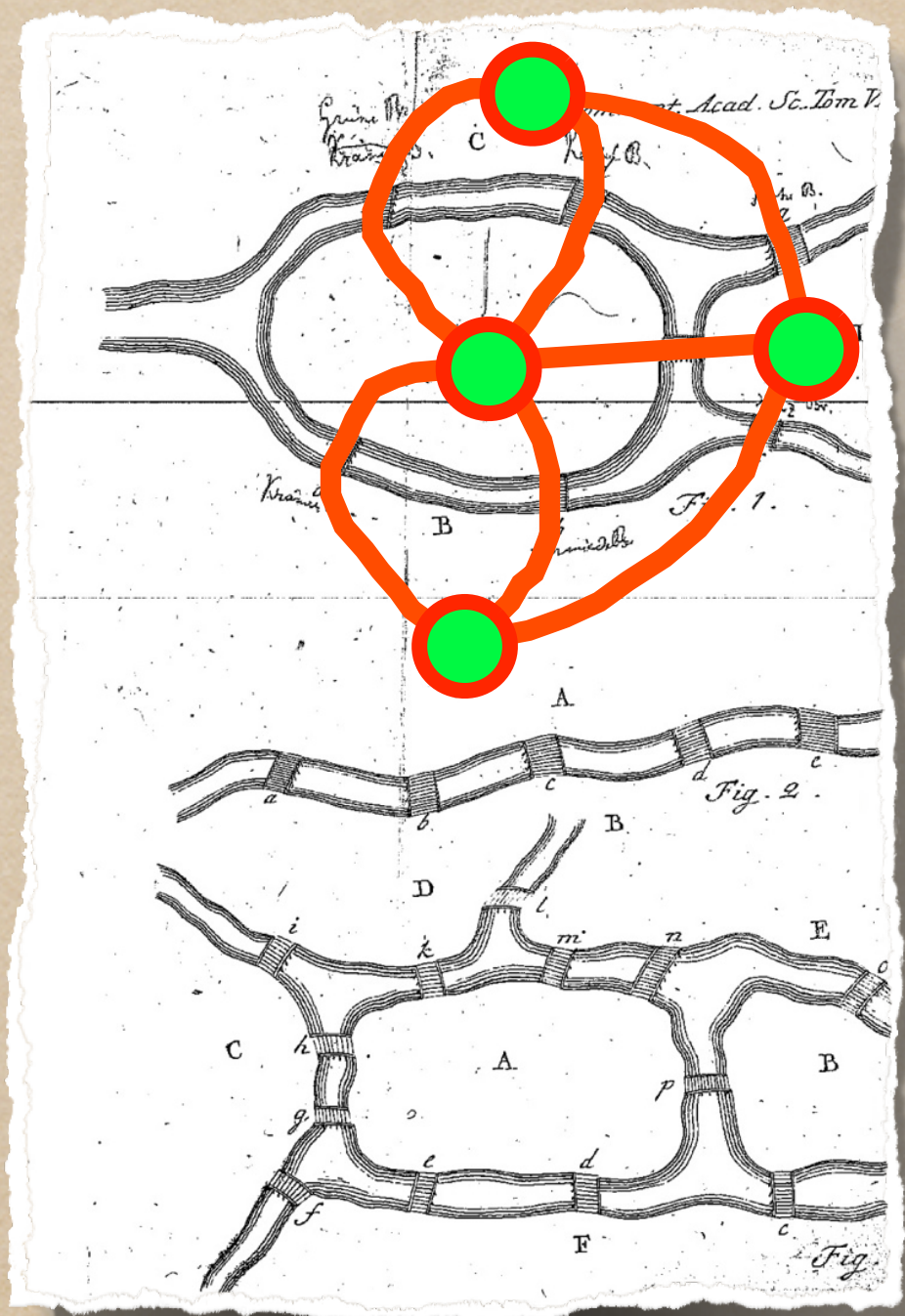
Das Haus des Nikolaus

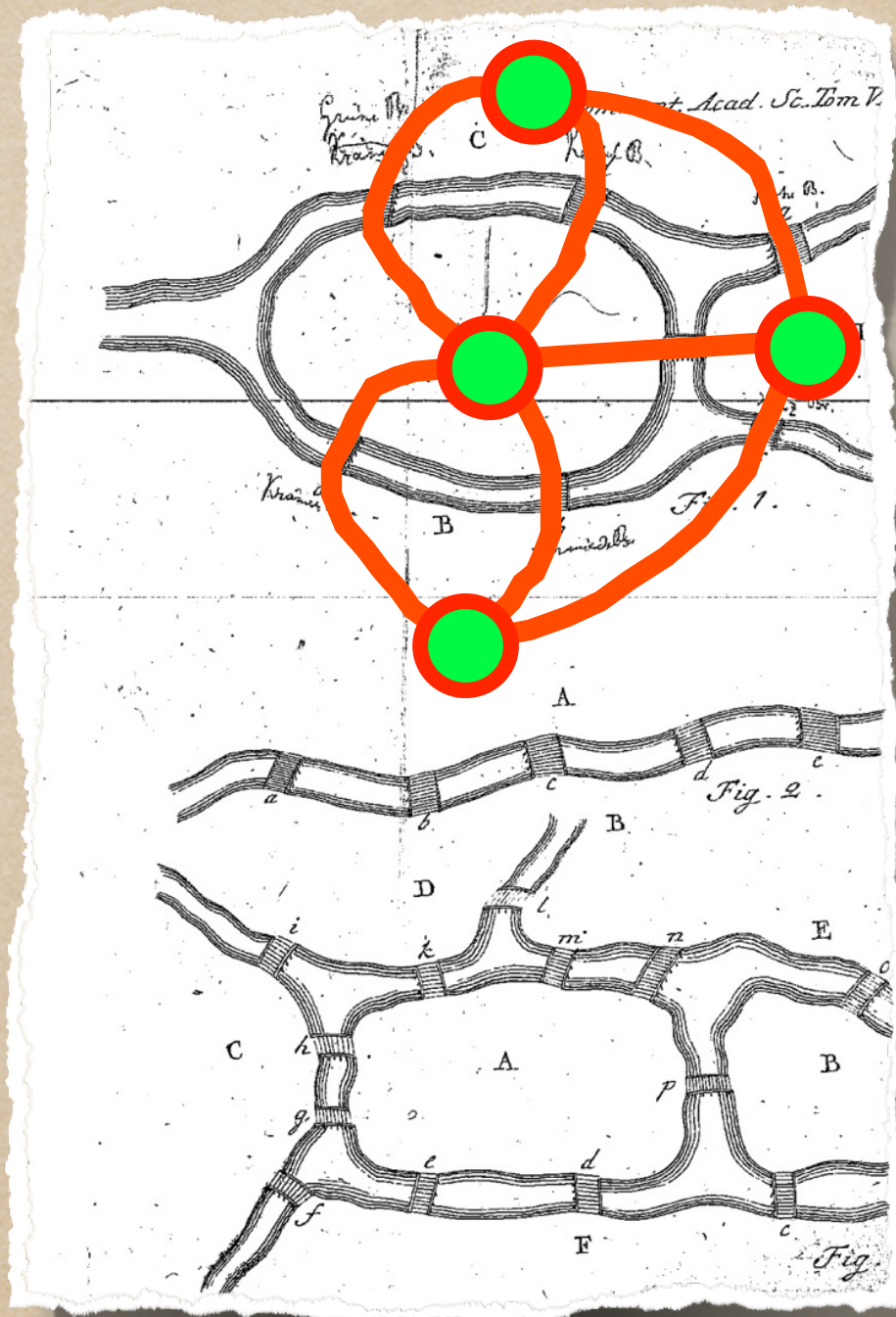


Das Haus des Nikolaus

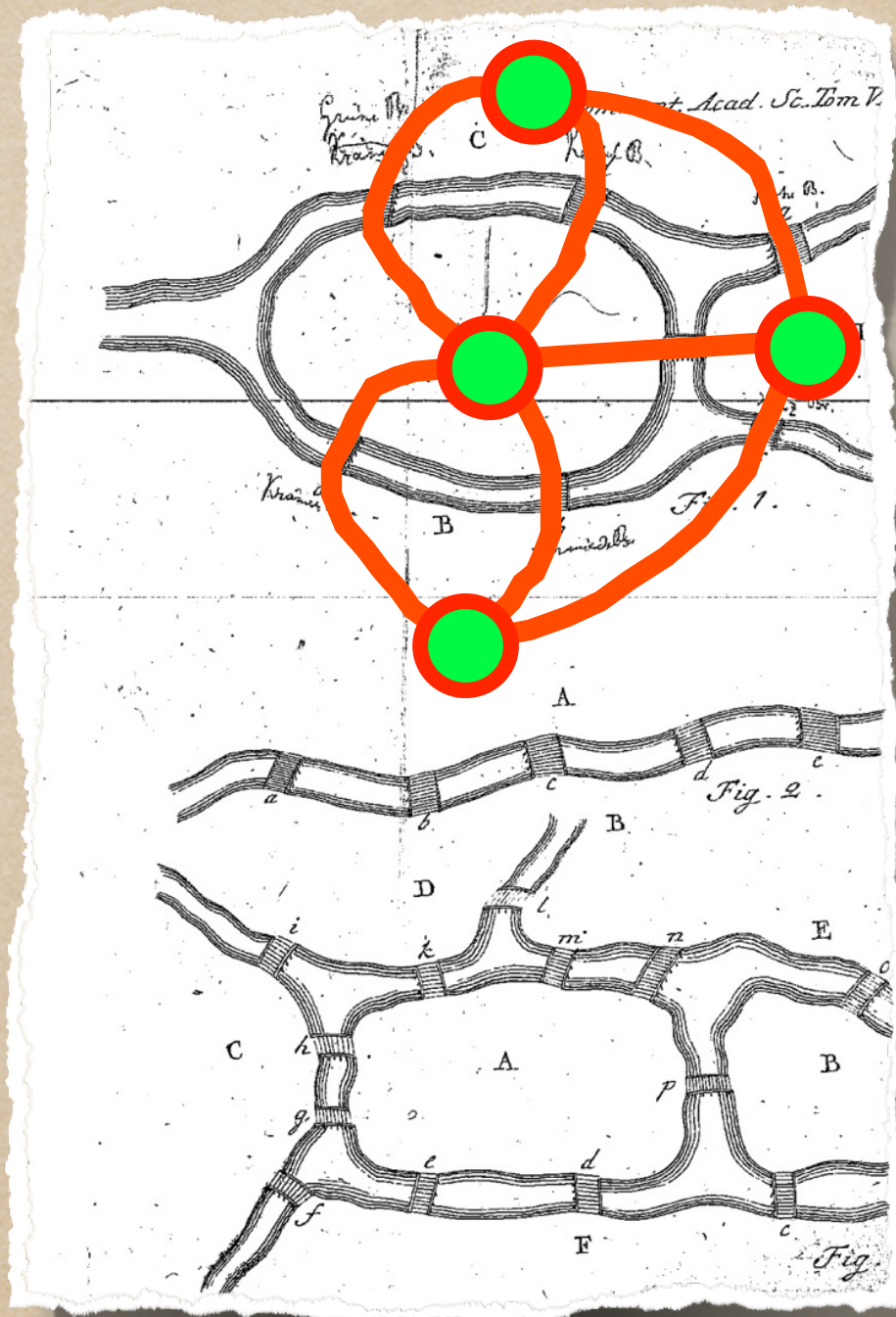


Wichtig: An einem der Knoten mit drei Kanten anfangen, weil man sonst irgendwann dort nicht mehr weg kommt!

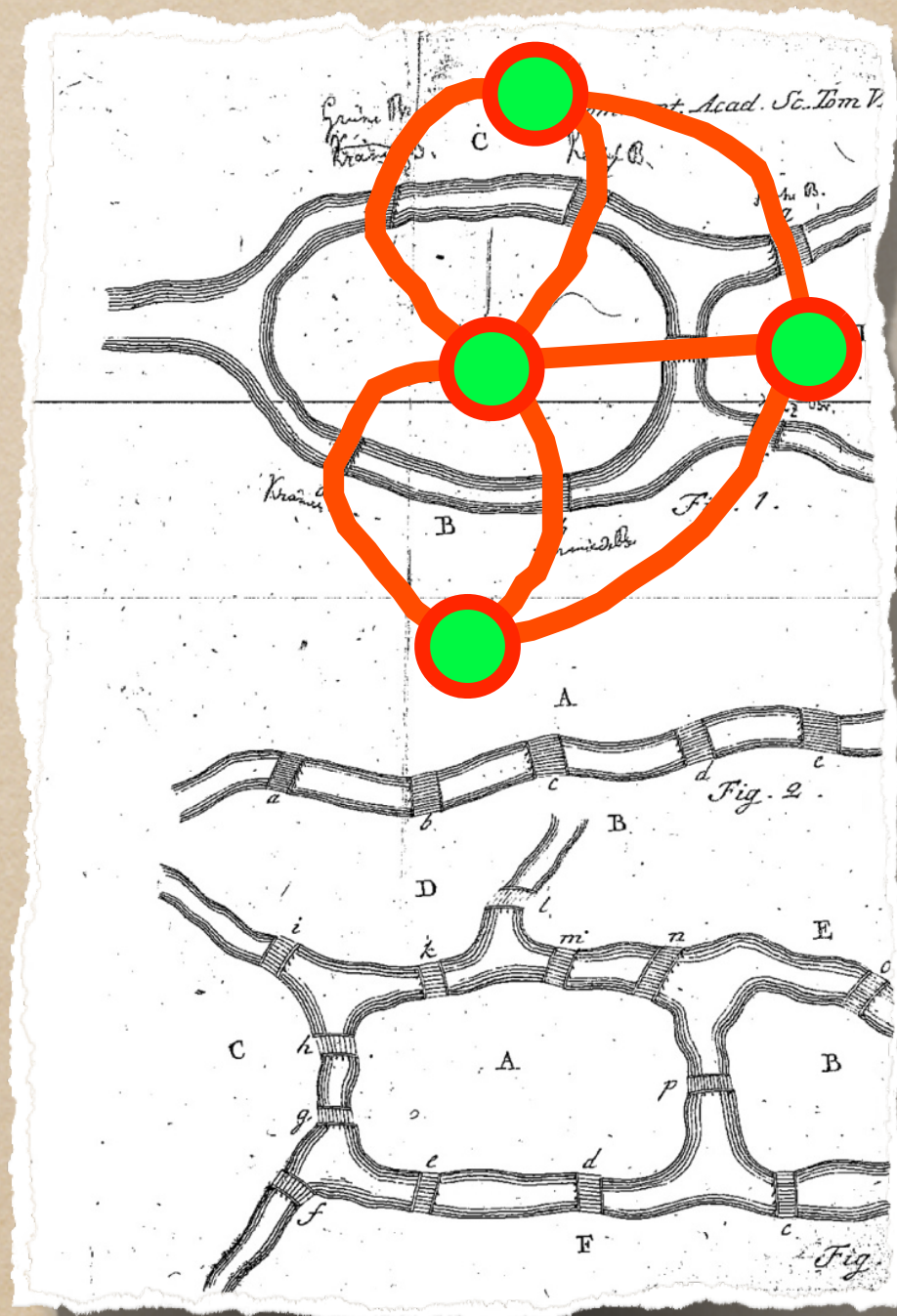




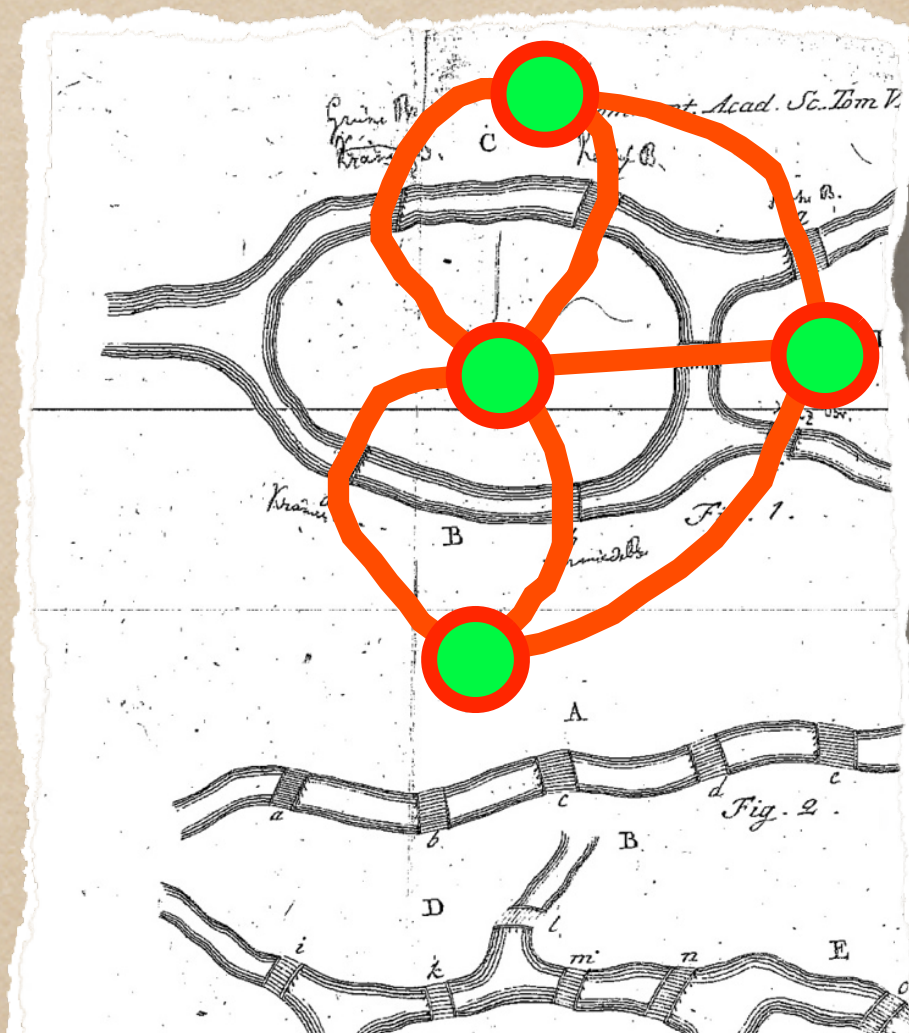
- Alle Knoten sind ungerade?!



- Alle Knoten sind ungerade?!
- Man müsste an allen anfangen oder aufhören!



- Alle Knoten sind ungerade?!
- Man müsste an allen anfangen oder aufhören!
- Das geht nicht an einem Stück!



- Alle Knoten sind ungerade?!
- Man müsste an allen anfangen oder aufhören!
- Das geht nicht an einem Stück!

Euler: (1) Das gilt für jede beliebige Instanz: Mit mehr als zwei ungeraden Knoten gibt es keinen solchen Weg.

(2) Man kann auch charakterisieren, unter welchen Bedingungen es einen Weg tatsächlich gibt.

SOLVTIO PROBLEMATIS

AD

GEOMETRIAM SITVS

PERTINENTIS.

AVCTORE

Leonb. Eulero.

§. I.

Tabula VIII.

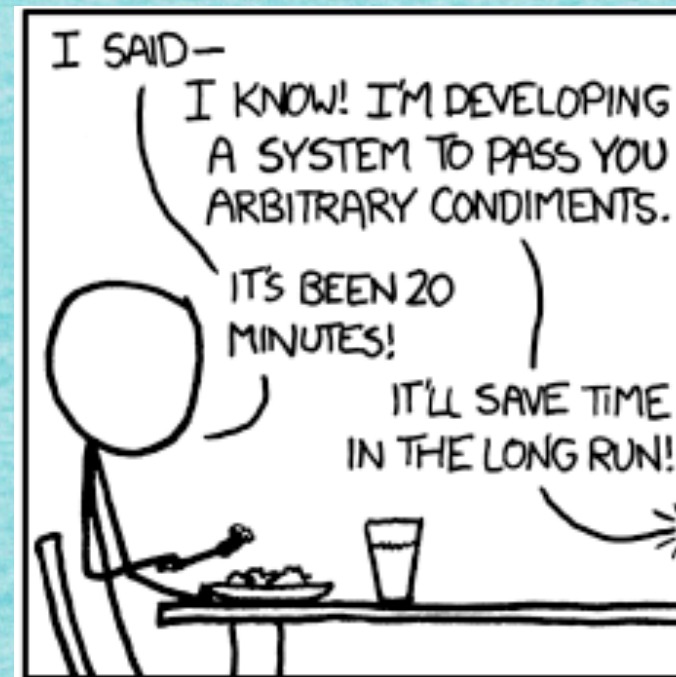
Praeter illam Geometriae partem, quae circa quantitates versatur, et omni tempore summo studio est exulta, alterius partis etiamnum admodum ignotae primus mentionem fecit *Leibnitzius*, quam Geometriam situs vocauit. Ista pars ab ipso in solo situ determinando, situsque proprietatibus eruendis occupata esse statuitur; in quo negotio neque ad quantitates respiciendum, neque calculo quantitatum vtendum sit. Cuiusmodi autem problemata ad hanc situs Geometriam pertineant, et quali methodo in iis resoluendis vti oporteat, non satis est definitum. Quamobrem, cum nuper problematis cuiusdam mentio esset facta, quod quidem ad geometriam pertinere videbatur, at ita erat comparatum, vt neque determinationem quantitatum requireret, neque solutionem calculi quantitatum ope admitteret, id ad geometriam situs referre haud dubitavi: praesertim quod in eius solutione solus situs in considerationem veniat, calculus vero nullius prorsus sit vfus. Methodum ergo meam quam ad huius generis problemata

- Alle Knoten sind ungerade?!
- Man müsste an allen anfangen oder aufhören!
- Das geht nicht an einem Stück!

Euler: (1) Das gilt für jede beliebige Instanz: Mit mehr als zwei ungeraden Knoten gibt es keinen solchen Weg.

(2) Man kann auch charakterisieren, unter welchen Bedingungen es einen Weg tatsächlich gibt.

2.1 Historie

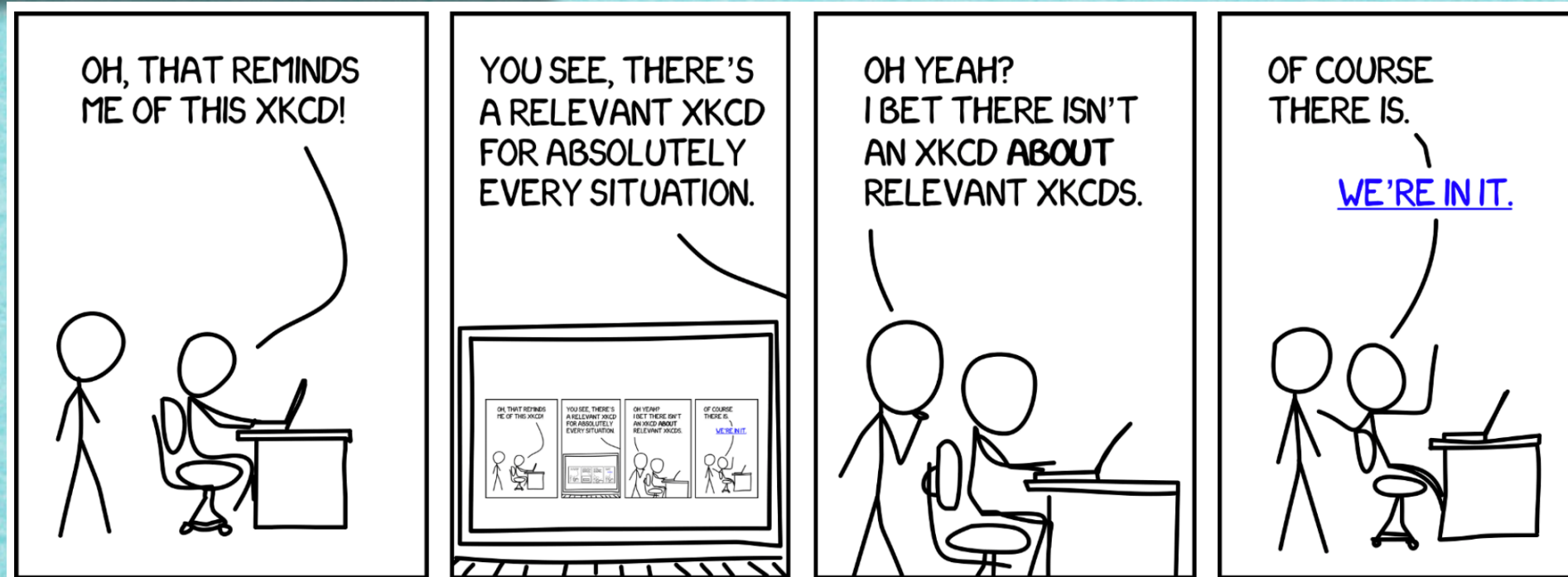


Euler hat:

- eine Instanz betrachtet
- ein Problem gelöst
- ein Gebiet begründet



2.1 Historie



Euler hat:

- eine Instanz betrachtet
- ein Problem gelöst
- ein Gebiet begründet

2.1 Historie

Leonhard Euler:

1707 Geboren in Basel
1720 Studienbeginn in Basel
1723 Magister
1727 Berufung an Petersburger
Akademie
1731 Professur für Physik



Erik Demaine:

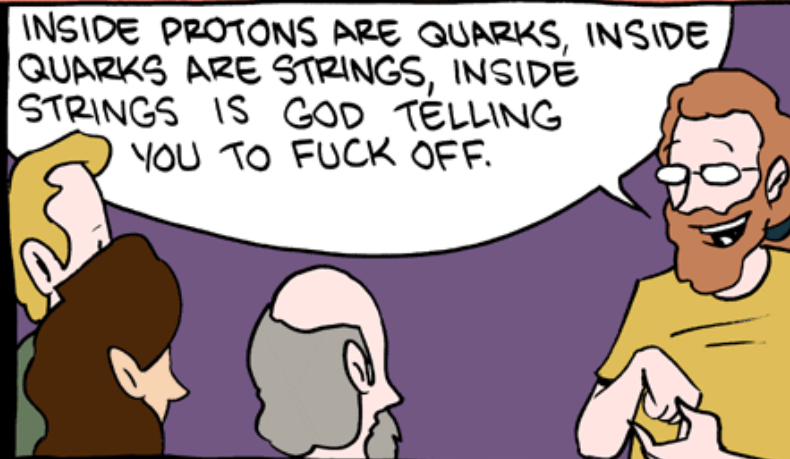
1981 Geboren in Halifax
1993 Studienbeginn in Halifax
1995 Bachelor
1996 Master
2001 Ph.D.
2001 Assistenzprofessor am MIT
2005 Full Professor am MIT



DR. DEMAINÉ CREATED AN ALGORITHM THAT SOLVED ALL MATHEMATICAL THEOREMS.



SOON AFTER, ALL PHYSICS QUESTIONS WERE ANSWERED



THEN ENGINEERING, CHEMISTRY, BIOLOGY, NEUROSCIENCE, PSYCHIATRY...

$P \neq NP$, COLD FUSION WILL NEVER WORK, THE RED QUEEN HYPOTHESIS IS RIGHT, CONSCIOUSNESS IS AN ILLUSION, AND YOUR MOTHER NEVER LOVED YOU.



HAVING COMPLETED SCIENCE, HE MOVED ON TO PHILOSOPHICAL AND LITERARY QUESTIONS.

IS ALL THAT WE SEE OR SEEM BUT A DREAM WITHIN A DREAM?

YES.



THEN UNINTERESTING RHETORICAL QUESTIONS

ARE WE GONNA GIVE 110% TONIGHT?!

NO.

WHO'S A CUTE KITTY?

SCRUFFLES IS.



FINALLY, ALL THAT WAS LEFT WAS SENSELESS HALF-CONCEIVED QUESTIONS FROM STONED PHILOSOPHY UNDERGRADS.

DO THINGS, LIKE, MAN, YOU KNOW, WOAH?

NO.

WOAH.





New geometric algorithms for fully connected staged self-assembly ☆

Erik D. Demaine^a ✉, Sándor P. Fekete^b ✉, Christian Scheffer^b ✉, Arne Schmidt^b ✉

✚ Show more

<https://doi.org/10.1016/j.tcs.2016.11.020>

[Get rights and content](#)

Abstract

We consider *staged self-assembly systems*, in which can be added to bins in several stages. Within these connect to each other, depending on the *glue types* work by Demaine et al. showed that a relatively small suffices to produce arbitrary shapes in this model. However, constructions were only based on a spanning tree of so they did not produce full connectivity of the underlying case of shapes with holes; self-assembly of fully connected with a polylogarithmic number of stages was left as a



Folding polyominoes with holes into a cube ☆

Oswin Aichholzer^a ✉, Hugo A. Akitaya^b ✉, Kenneth C. Cheung^c ✉, Erik D. Demaine^d ✉, Martin L. Demaine^d ✉, Sándor P. Fekete^e ✉, Linda Kleist^e ✉, Irina Kostitsyna^f ✉, Maarten Löffler^g ✉, Zuzana Masárová^h ✉, Klara Mundilova^d ✉, Christiane Schmidtⁱ ✉

Show more ▼

<https://doi.org/10.1016/j.comgeo.2020.101700>

[Get rights and content](#)

Abstract

Jetzt wird's genauer!

s.fekete@tu-bs.de