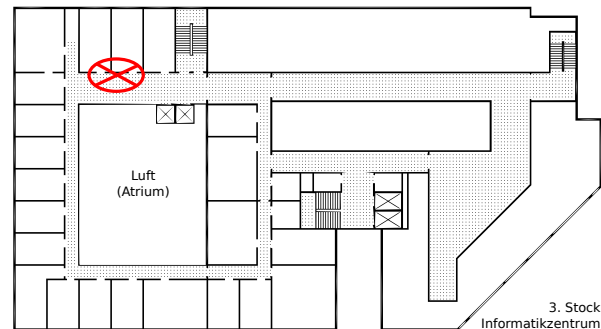


## Hausaufgabenblatt 5

Abgabe der Lösungen bis zum Dienstag, den 21.01.2025 um 13:00 Uhr im Hausaufgabenschrank bei Raum IZ 337 (siehe Skizze rechts). Es werden nur mit einem dokumentenechten Stift (kein Rot!) geschriebene Lösungen gewertet.

**Schreibe auf die Abgabe unbedingt deinen Namen, Matrikel- und Gruppennummer! Mehrere Blätter tackern!**



### Hausaufgabe 1 (Klausurvorbereitung):

(1 Punkte)

Schreibt uns die folgenden Daten *leserlich* (in Druckschrift) auf eure Abgabe, in folgendem Format:

- Vorname: [dein Vorname]
- Nachname: ...
- Matrikelnummer: ...
- Studiengang: ...
- Angestrebter Abschluss: ...

Diese Angaben brauchen wir für die Weiterleitung der Klausurergebnisse, also gebt Euch bitte Mühe. ☺

### Hausaufgabe 2 (Mergesort):

(5 Punkte)

Sortiere das Array  $A$  aus Tabelle 1 mit dem Algorithmus MERGESORT. Gib (separat und in chronologischer Reihenfolge, also **nicht** für mehrere Teilmengen im selben Schritt) das Array  $A$  nach jedem Aufruf von MERGE an. Elemente, die nicht zum im jeweiligen Mergeschritt betrachteten Teilarray gehören, müssen nicht angegeben werden. Die Aufrufe von MERGE auf einem Teilarray der Länge 1 müssen nicht angegeben werden. Nutze zur Bearbeitung der Aufgabe die Tabelle 1. Beachte folgende Hinweise:

- Ein Mergeschritt im rechten Teilarray wird erst vorgenommen, wenn das linke Teilarray komplett sortiert worden ist.
- Ein Array mit Indizes  $p, \dots, r$  wird in Teilarrays mit Indizes  $p, \dots, q$  und  $q+1, \dots, r$  mit  $q = \lfloor \frac{p+r}{2} \rfloor$  aufgeteilt.

|           |    |   |    |    |   |    |    |   |    |    |    |
|-----------|----|---|----|----|---|----|----|---|----|----|----|
| $A =$     | 17 | 4 | 13 | 12 | 1 | 20 | 17 | 8 | 31 | 10 | 19 |
| 1. $A =$  |    |   |    |    |   |    |    |   |    |    |    |
| 2. $A =$  |    |   |    |    |   |    |    |   |    |    |    |
| 3. $A =$  |    |   |    |    |   |    |    |   |    |    |    |
| 4. $A =$  |    |   |    |    |   |    |    |   |    |    |    |
| 5. $A =$  |    |   |    |    |   |    |    |   |    |    |    |
| 6. $A =$  |    |   |    |    |   |    |    |   |    |    |    |
| 7. $A =$  |    |   |    |    |   |    |    |   |    |    |    |
| 8. $A =$  |    |   |    |    |   |    |    |   |    |    |    |
| 9. $A =$  |    |   |    |    |   |    |    |   |    |    |    |
| 10. $A =$ |    |   |    |    |   |    |    |   |    |    |    |

**Tabelle 1:** Tabelle für Mergesort.

### Hausaufgabe 3 (Mastertheorem):

(11 Punkte)

Bestimme das asymptotische Wachstum der folgenden Funktionen mithilfe des in der Vorlesung vorgestellten Mastertheorems, oder begründe in einem Satz, warum man das Theorem nicht anwenden kann. Gib beim Anwenden alle im Mastertheorem auftretenden Parameter an.

a)  $P(n) = 3 \cdot P\left(\frac{1}{5}n\right) - P\left(\frac{1}{3}n\right) + n^4 - 3n^3 \log n$

b)  $Q(n) = n^2 + 2 \cdot Q\left(\frac{n}{4}\right) - n + 8n^2 \log n + Q\left(\frac{n}{2}\right)$

c)  $R(n) = (n+3)^2 - \sqrt{n} + R\left(\frac{2n}{3}\right) + R\left(\frac{2n}{3}\right) + 4 \cdot R\left(\frac{n}{6}\right)$

d)  $S(n) = n^2 \cdot \sqrt{n} + S\left(\frac{n}{2}\right)$

e)  $T(n) = 8 \cdot T\left(\frac{n}{4}\right) + 6 \cdot T\left(\frac{n}{2}\right) + 3n^2$

### Hausaufgabe 4 (Erstellen von binären Suchbäumen):

(3 Punkte)

Sei  $X$  ein unsortiertes Array von  $n$  vergleichbaren Elementen.

Zeige: Jeder beliebige Algorithmus zum Erstellen eines binären Suchbaums mit den Elementen aus  $X$  benötigt Zeit  $\Omega(n \log n)$ . (Hinweis: Was hat das Ganze mit Sortieren zu tun?)