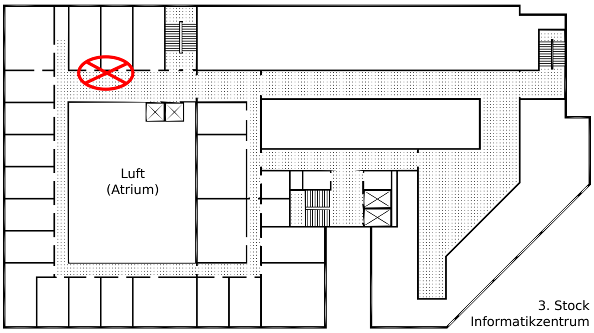
Algorithmen und Datenstrukturen **Winter 2024/25**

Prof. Dr. Sándor P. Fekete
Ramin Kosfeld
Chek-Manh Loi

Abgabe: 26.11.2024
Rückgabe: ab 02.12.2024

Hausaufgabenblatt 2

Abgabe der Lösungen bis zum Dienstag, den 26.11.2024 um 13:00 Uhr im Hausaufgabenschrank bei Raum IZ 337 (siehe Skizze rechts). Es werden nur mit einem dokumentenechten Stift (kein Rot!) geschriebene Lösungen gewertet.
Schreibe auf die Abgabe unbedingt deinen Namen, Matrikel- und Gruppennummer! Mehrere Blätter tackern!



Hausaufgabe 1 (Breiten- und Tiefensuche): **(4+4 Punkte)**

Betrachte den in Abbildung 1 dargestellten Graphen G.

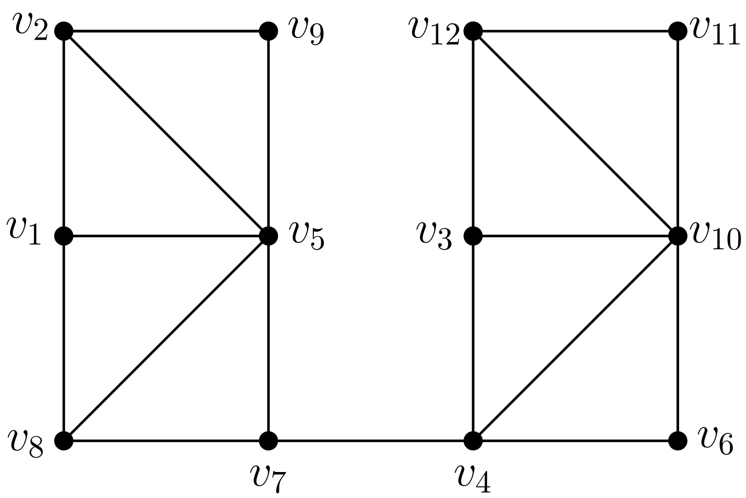


Abbildung 1: Abbildung des Graphen G.

a) Wende Breitensuche auf G mit Startknoten v_1 an. Gib die entsprechende Datenstruktur R nach **jeder** Änderung an. Gib den gefundenen Baum an. Kommen zu einem Zeitpunkt mehrere Knoten in Frage, wähle den Knoten mit kleinstem Index.

b) Wende Tiefensuche auf G mit Startknoten v_1 an. Gib die entsprechende Datenstruktur R nach **jeder** Änderung an. Gib den gefundenen Baum an. Kommen zu einem Zeitpunkt mehrere Knoten in Frage, wähle den Knoten mit kleinstem Index.

(Hinweis: Breiten- und Tiefensuche wird in der Vorlesung 7 besprochen.)

Hausaufgabe 2 (Gerichtete Graphen): **(4 Punkte)**
In einem *gerichteten* Graphen $D = (V, E)$ haben die Kanten eine *Richtung*. Eine Kante ist also keine ungeordnete Menge, sondern ein geordnetes Paar $(u, v) \in E$ von Knoten, wobei die Kante von u zu v führt.

Der *Eingangsgrad* eines Knotens v in einem gerichteten Graphen wird mit $d^-(v)$ bezeichnet und der *Ausgangsgrad* mit $d^+(v)$. Formal ist der Eingangsgrad eines Knotens v definiert als $d^-(v) := |\{(u, w) \in E : w = v\}|$. Damit ist der Eingangsgrad von v die Zahl der Kanten, die von einem anderen Knoten heraus in v hinein führen. Analog dazu ist der Ausgangsgrad von v die Zahl der Kanten, die von v heraus in andere Knoten hinein führen. Ein Knoten mit $d^-(v) = 0$ wird *Quelle* genannt, ein Knoten mit $d^+(v) = 0$ *Senke*.

Wir modifizieren Algorithmus 3.7 nun so, dass in Zeile 9 (im Skript) eine gerichtete Kante erzeugt wird.

$$\text{(vorher) } w \leftarrow \text{wähle } w \in V \setminus Y \text{ mit } e = \{v, w\} \in E$$
$$\rightarrow$$
$$\text{(modifiziert) } w \leftarrow \text{wähle } w \in V \setminus Y \text{ mit } e = (v, w) \in E$$

Der modifizierte Algorithmus wird jetzt auf einem Graphen G ausgeführt.

Zeige, dass der resultierende gerichtete aufspannende Baum T genau eine Quelle besitzt.

Hausaufgabe 3 (Stapel und Warteschlange): **(1+4 Punkte)**
Betrachte die in Abbildung 2 dargestellte Warteschlange.

1	9	5	7	2	42	1
	↑ ende[Q]				↑ kopf[Q]	

Abbildung 2: Abbildung der Warteschlange Q auf einem Array mit sieben Feldern.

a) Gib alle Elemente der in Abbildung 2 dargestellten Warteschlange an.

b) Wende die folgenden Operationen auf die in Abbildung 2 dargestellte Warteschlange Q an. Nutze dabei jeweils die resultierende Warteschlange aus der vorangegangenen Teilaufgabe. Gib die Arrays (inkl. Kopf- und Endezeiger) nach jeder Operation an. Gib bei Dequeue-Operationen zusätzlich das zurückgegebene Element an.
(Hinweis: Umsetzung von Queues auf Arrays gibt es in der Vorlesung 7)

(i) Dequeue(Q)

(ii) Enqueue(Q,-7)

(iii) Dequeue(Q)

(iv) Enqueue(Q,5)

Hausaufgabe 4 (Pseudocode): **(3 Punkte)**
Schreibe Pseudocode für einen Algorithmus SumStack(S), der einen Stack S von Zahlen als Eingabe bekommt und die Summe der Elemente zurück gibt.