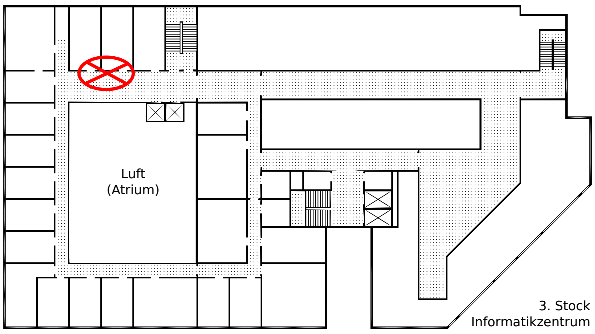
Algorithmen und Datenstrukturen
Prof. Dr. Sándor P. Fekete
Ramin Kosfeld
Chek-Manh Loi

Winter 2024/25
Abgabe: 12.11.2024
Rückgabe: ab 18.11.2024

Hausaufgabenblatt 1

Abgabe der Lösungen bis zum Dienstag, den 12.11.2024 um 13:00 Uhr im Hausaufgabenschrank bei Raum IZ 337 (siehe Skizze rechts). Es werden nur mit einem dokumentenechten Stift (kein Rot!) geschriebene Lösungen gewertet.
Schreibe auf die Abgabe unbedingt deinen Namen, Matrikel- und Gruppennummer! Mehrere Blätter tackern!



Hausaufgabe 1 (Hamilton): **(5 Punkte)**
Betrachte die in Abbildung 1 dargestellten Graphen. Untersuche, welcher dieser Graphen einen Hamiltonkreis besitzt. Begründe deine Antworten für beide Graphen.

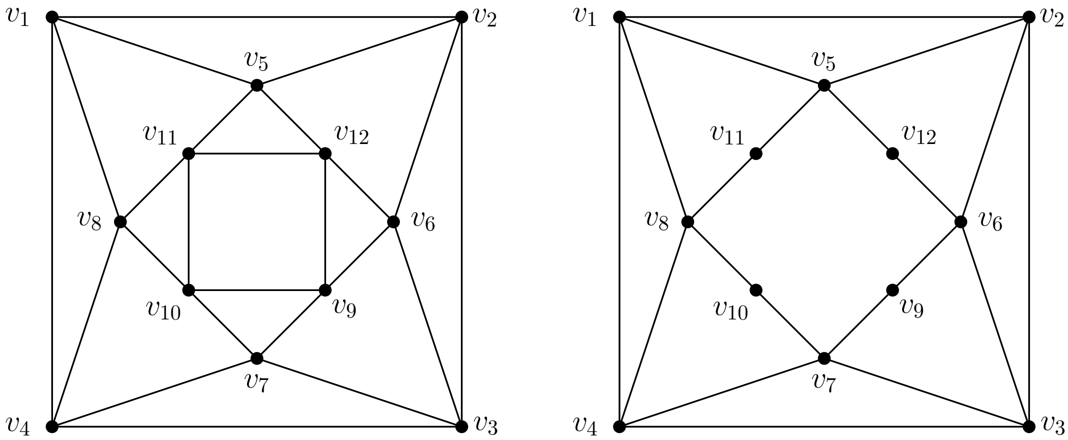


Abbildung 1: Abbildung von zwei Graphen.

Hausaufgabe 2 (Graphen): **(3 Punkte)**
Zeichne einen einfachen, zusammenhängenden Graphen mit $n = 7$ Knoten und $m = 9$ Kanten, sodass dieser eine Eulertour, aber keinen Hamiltonpfad bzw. Hamiltonkreis besitzt. Begründe außerdem kurz, warum dein Graph diese Eigenschaften erfüllt.

Hausaufgabe 3 (Eulersche Graphen): **(4 Punkte)**
Sei G ein einfacher, zusammenhängender Graph. Betrachte den Graphen G' (bei dem parallele Kanten erlaubt sind), der entsteht, wenn in G alle Kanten verdoppelt werden.

Zeige oder widerlege: G' besitzt eine Eulertour.
(Hinweis: Hinreichende und notwendige Bedingungen für Eulertouren werden am 30.10.24 vorgestellt.)

Hausaufgabe 4 (Euler): **(8 Punkte)**

Wende Fleurys Algorithmus zum Finden einer Eulertour (siehe Vorlesung vom 30.10.24 oder Pseudocode in Algorithmus 1) auf den in Abbildung 2 dargestellten Graphen H an. Starte bei dem Knoten v_1. Gib die Eulertour als *Knotenliste* an, also eine durch Kommas getrennte Auflistung der entsprechenden Knoten in der richtigen Reihenfolge. Stehen zu einem Zeitpunkt mehrere Knoten zur Auswahl, benutze denjenigen mit dem kleinsten Index.

function FLEURY(Graph $G = (V, E)$)
    Lege eine Liste $L \leftarrow E$ mit allen zu benutzenden Kanten im Graphen an
    Starte in einem Knoten v_0
      (wenn einer mit ungeradem Grad existiert, dort, sonst beliebig)
    Setze $i \leftarrow 0$
    while Es gibt eine zum aktuellen Knoten v_i inzidente Kante $\{v_i, v_j\}$ in L **do**
        Wähle eine Kante $e_i \leftarrow \{v_i, v_j\}$,
          die den Restgraphen $(V, L \setminus e_i)$ zusammenhängend lässt
        Laufe zum Nachbarknoten v_j
        Lösche die Kante e_i aus der Liste L der zu benutzenden Kanten
        Setze $v_{i+1} \leftarrow v_j$
        Setze $i \leftarrow i + 1$
    end while
end function

Algorithmus 1: Fleurys Algorithmus

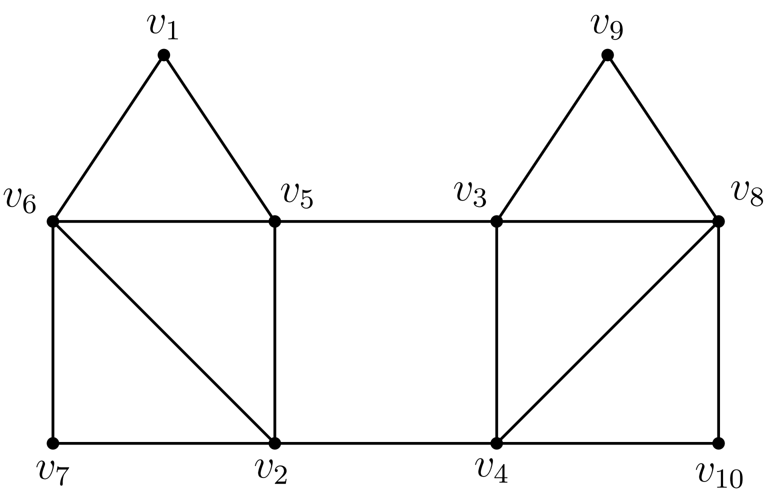


Abbildung 2: Abbildung des Graphen H