



PROF. DR. SÁNDOR FEKETE

Abteilung Algorithmik, TU Braunschweig

THEMA

GEHT'S NICHT NOCH
ETWAS SCHNELLER?

Eine Rundreise durch gelöste und ungelöste
Probleme des algorithmischen Alltags

Algorithmen

Datenstrukturen

I get the job done.
What the hell do
you want?

I don't make
things difficult.
That's the way
they get, all by
the

Locker drauf,
zielorientiert

Then don't.



Can you make it
without killing
yourself?

Ordentlich,
hält Regeln ein,
work with you.

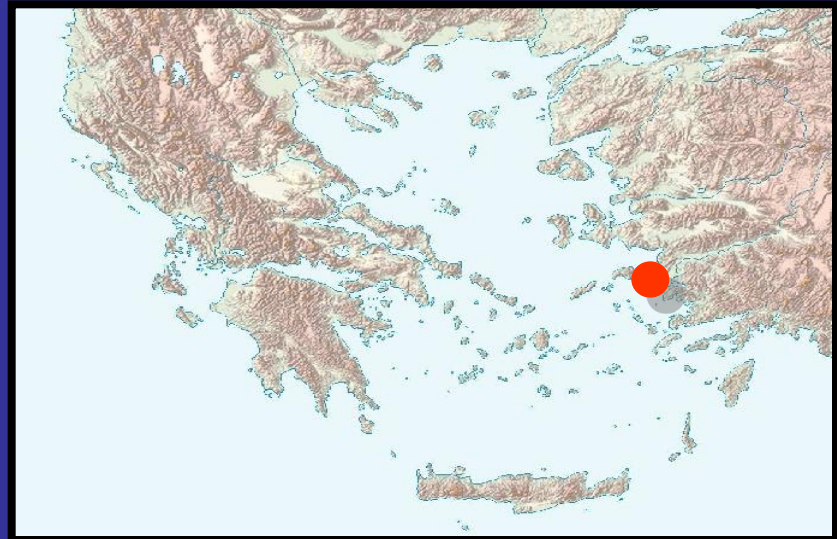
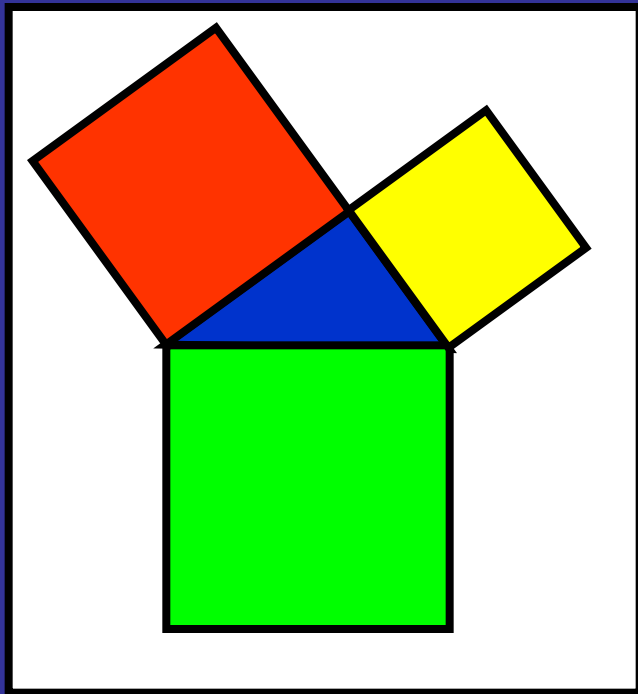
Ain't got no choice.

I'm getting too old
for this...

mathematische

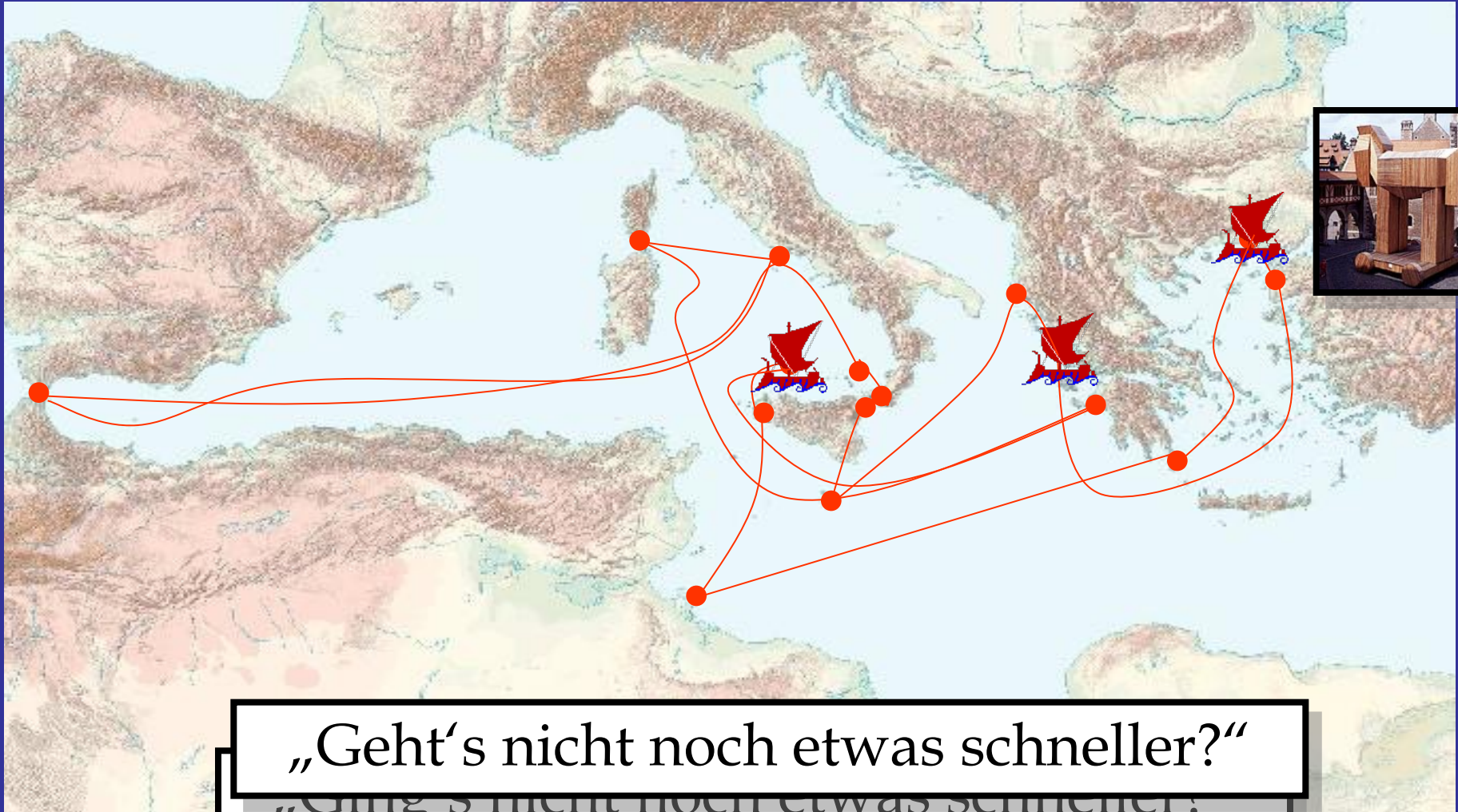
Die bekannteste Formel aller Zeiten

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Pythagoras (ca. 500 v.Chr.)

Ein 20 Jahre früher

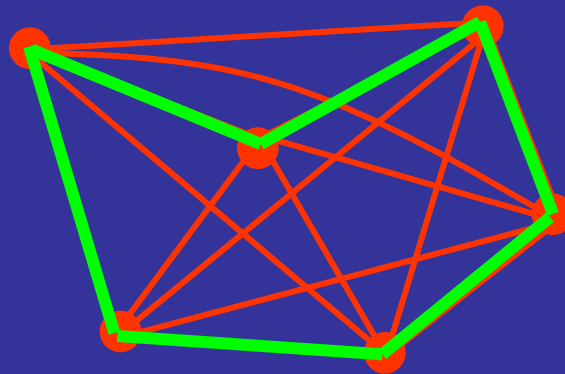


„Geht's nicht noch etwas schneller?“

„Ging's nicht noch etwas schneller.“

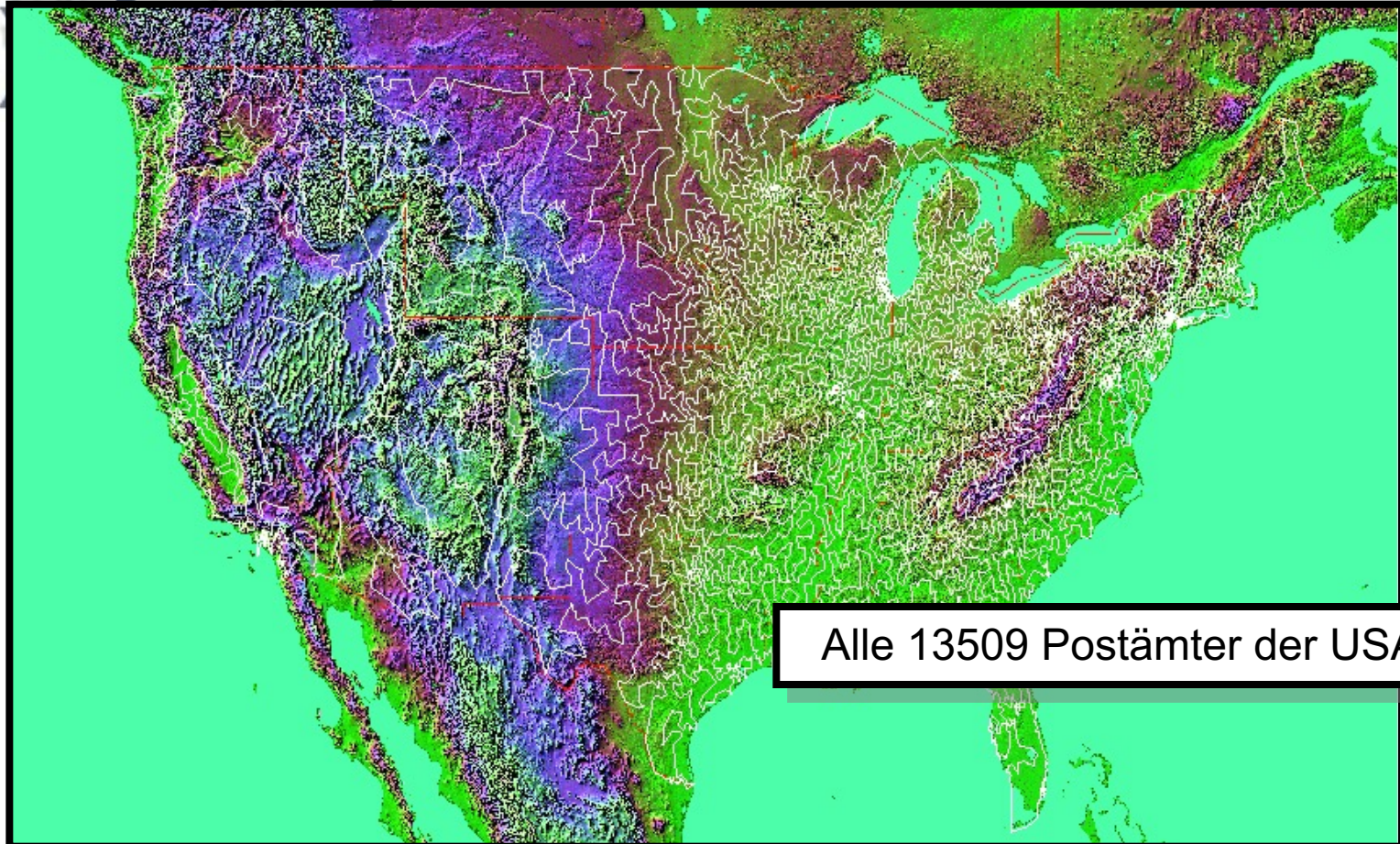
Das Rundreiseproblem

Gegeben: Ein Graph $G = (V, E)$
mit Kantenlängen w_e



Gesucht: Eine kürzeste Rundreise

Eine optimale Rundreise in der Neuen Welt



Alle 13509 Postämter der USA

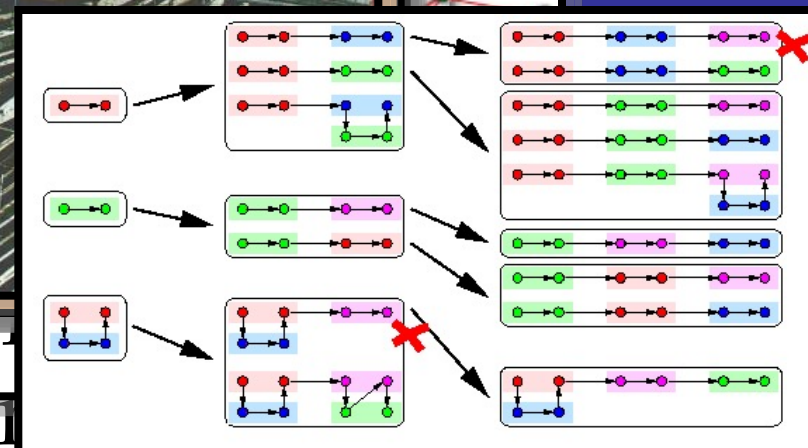
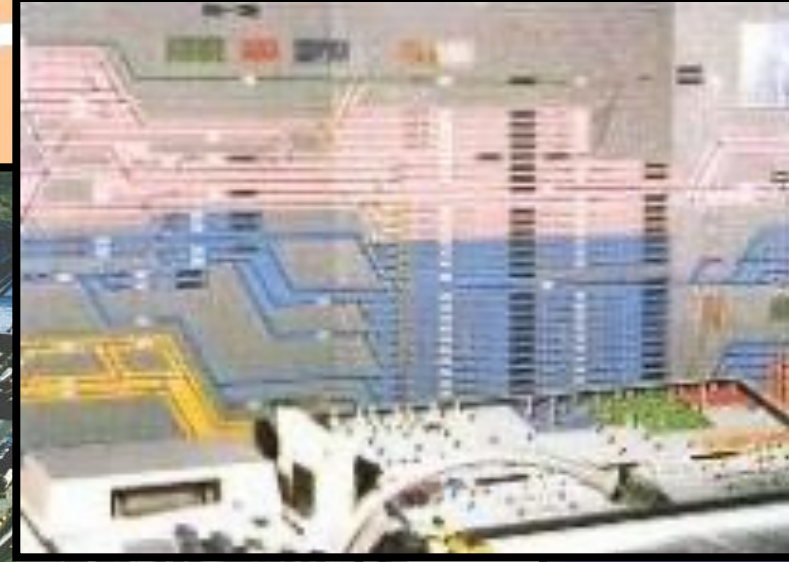
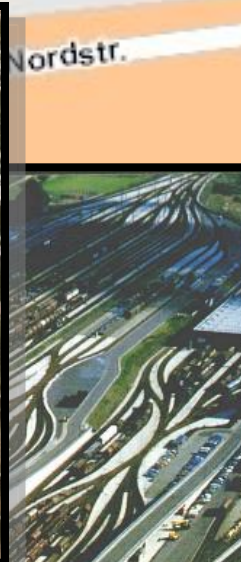
What's the complexity class of the best linear programming cutting-plane techniques? I couldn't find it anywhere. Man, the Garfield guy doesn't have these problems.

10 Jahre (!) CPU-Zeit

Beale-Orchard-Hayas-Preis 2000

schneller?“

Probleme optimaler Reisegestaltung



Eisenbahnplanung

Andere diskrete Optimierungsprobleme



Stabile Kommunikationsnetzwerke

Ein algorithmisches Problem

Gegeben: n Puzzleteile



Einfach so:

$$O(n^2)$$

Für n=6: 21

Für n=100: 5.050

Für n=5000: 12.502.500

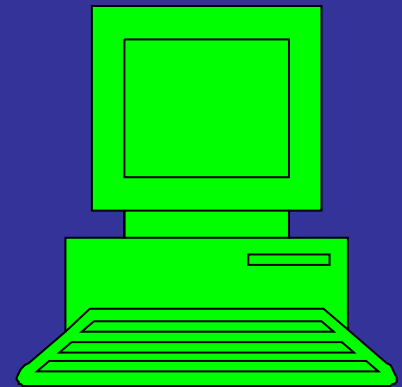
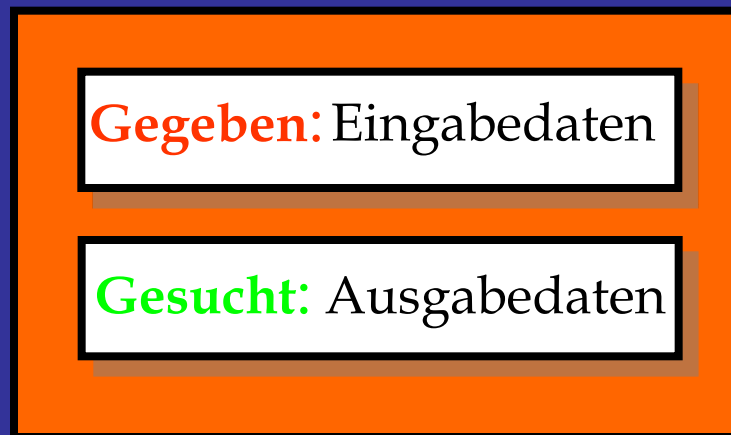
Raffiniert sortiert:

$$O(n \log n)$$

Gesucht: Eine systematische Anordnung der n Teile

Konstruktives Lösen von Problemen

Gegeben: Eine Problembeschreibung



Gesucht: Ein Algorithmus, der das Problem löst

„Geht's nicht noch etwas schneller?“

Die Laufzeit von Algorithmen

Gegeben: Eine Problembeschreibung der Größe $O(n)$

Gegeben: $O(n)$ Zahlen

Gesucht: $O(n)$ Zahlen



$O(n^k)$

Die Klasse P

Gesucht: Ein polynomieller Algorithmus

Sortieren von Objekten

Gegeben: n Objekte unterschiedlicher Größe

23 17 13 19 33 28 15

Zahl der Vergleiche:

$O(n \log n)$

Gesucht:

„Geht's nicht noch etwas schneller?“

Ein untere Laufzeitschranke

Gegeben: n Objekte in einer beliebigen Anordnung

(1)

Insgesamt gibt es $n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 = n!$ mögliche Anordnungen

(2)

Jeder Vergleich teilt die verbleibenden Anordnungen in zwei Mengen

(3)

Im schlechtesten Fall bleibt die größere Menge übrig

(4)

Insgesamt benötigen wir
 $\log(n!) = \Omega(n \log n)$
Vergleiche.

Ein algorithmisches Problem

Gegeben: n Puzzleteile

 Das Bild kann nicht angezeigt werden.



Probieren:

$$\Omega(n! 4^{n-1})$$

Für n=9: 23.781.703.680

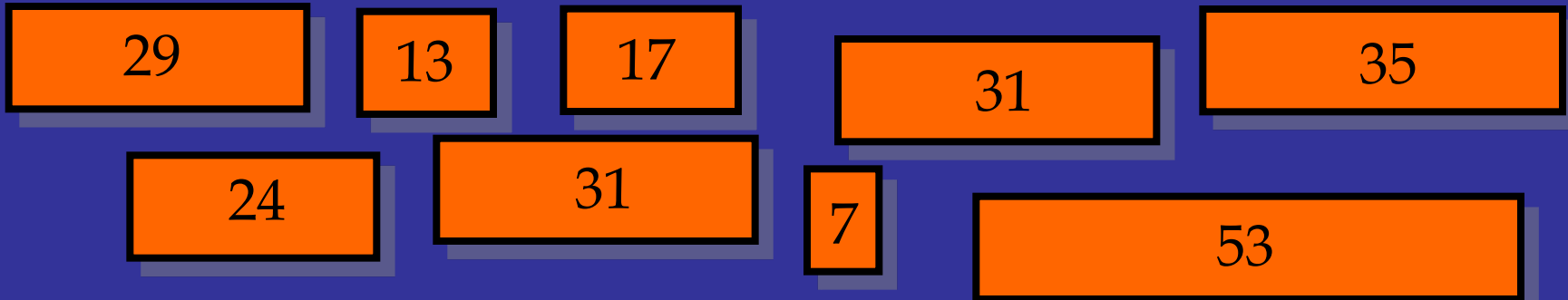
Raffiniert?!

Problem: „Sackgassen“!

Gesucht: Eine systematische Annahmehierarchie der Teile

Kofferpacken für die Reise

Gegeben: Eine Menge von n Objekten, jedes mit einer Größe l_i ; Gesamtgröße $\sum_{i=1}^n l_i = 2K$



„Geht's nicht noch etwas schneller?“

Gesucht: Eine Verteilung auf zwei Koffer der Größe K

Eigenschaften des Problems

(1)

Wenn es eine Lösung gibt, so lässt sie sich ziemlich schnell *NachPrüfen*.

Die Klasse NP

(2)

Wenn es *keine* Lösung gibt, lässt sich das anscheinend nur schlecht *beweisen*.

Alle 2^{n-1} Möglichkeiten?

Probleme, für die man pfiffig „schnell“ eine Lösung *Pfinden* kann:

Die Klasse P

(Echt pfundig - gepfundenes Pfressen für Algorithmiker!)

Wo ist mein Schlüssel??

All

Ein

komplexitätstheoretischer

Glaubenssatz



Universalaussagen
lassen sich nicht
verifizieren,
sondern nur
falsifizieren.

Also: Nachprüfen allein ist noch lange nicht Pfindig!

Karl Popper (1902-1994)

(Oder Pfiffig)

Noch schlechtere Nachrichten

Ein

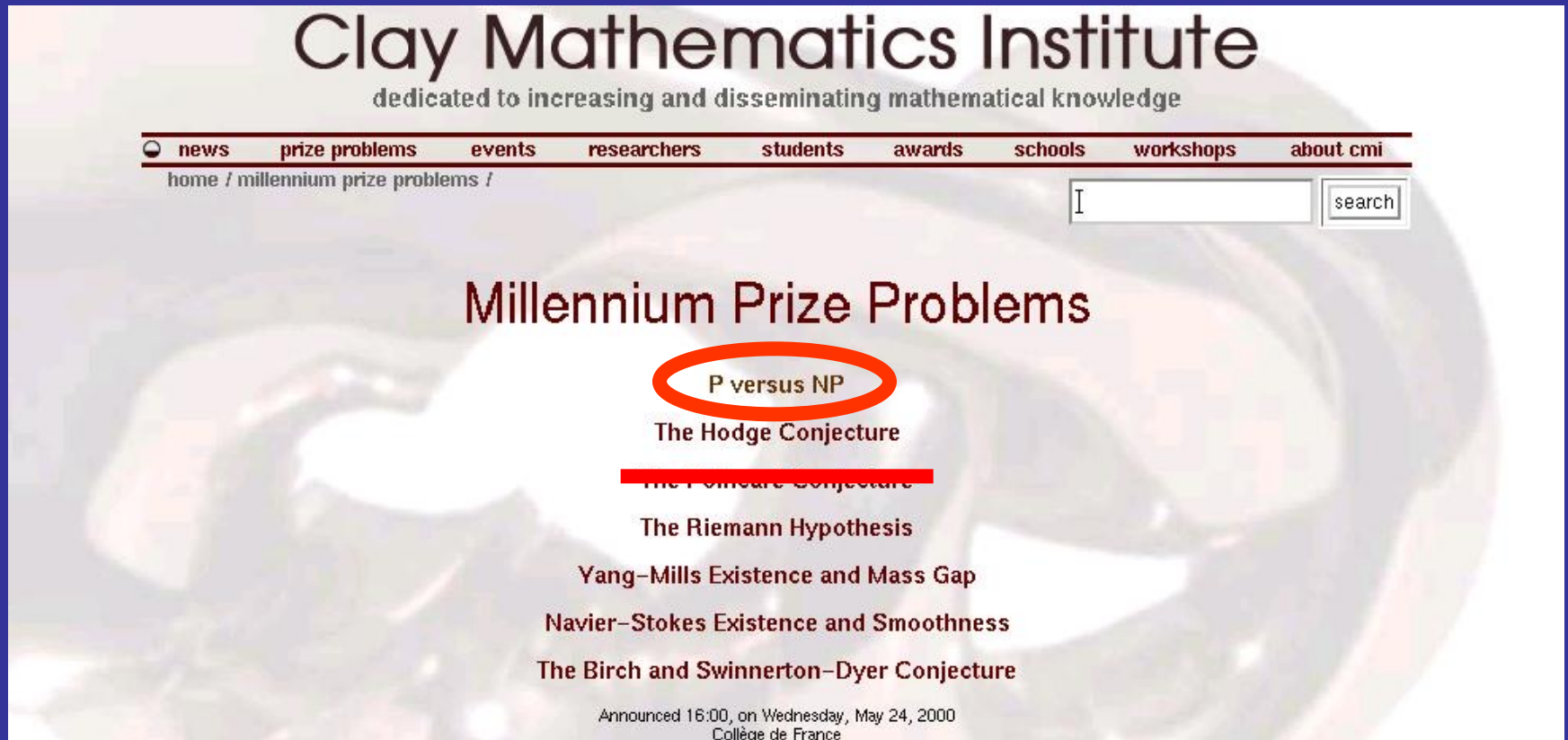
Satz von Cook (1973):

Es gibt schwerste
Probleme in NP,
sogenannte
„NP-vollständige
Probleme“

bede

$P = NP$

Ein Millenniumproblem



Clay Mathematics Institute
dedicated to increasing and disseminating mathematical knowledge

[news](#) [prize problems](#) [events](#) [researchers](#) [students](#) [awards](#) [schools](#) [workshops](#) [about cmi](#)

[home / millennium prize problems /](#)

Millennium Prize Problems

- P versus NP**
- The Hodge Conjecture
- ~~The Poincaré Conjecture~~
- The Riemann Hypothesis
- Yang–Mills Existence and Mass Gap
- Navier–Stokes Existence and Smoothness
- The Birch and Swinnerton–Dyer Conjecture

Announced 16:00, on Wednesday, May 24, 2000
Collège de France

Preisgeld: 1.000.000 \$

