# Algorithmen und Datenstrukturen

Prof. Dr. Sándor P. Fekete Ramin Kosfeld Chek-Manh Loi

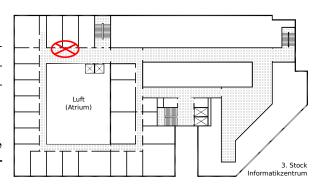
# Winter 2023/24

**Abgabe:** 29.01.2024 **Rückgabe:** ab 05.02.2024

# Hausaufgabenblatt 5

Abgabe der Lösungen bis zum Montag, den 29.01.2024 um 14:00 Uhr im Hausaufgabenschrank bei Raum IZ 337 (siehe Skizze rechts). Es werden nur mit einem dokumentenechten Stift (kein Rot!) geschriebene Lösungen gewertet.

Auf deine Abgabe unbedingt Namen, Matrikelnummer und deine Gruppennummer schreiben! Die Blätter bitte zusammenheften!



### Hausaufgabe 1 (Klausurvorbereitung):

(1 Punkte)

Gib deinen Namen (Format: Nachname, Vorname), Matrikelnummer, Studiengang und angestrebten Abschluss *leserlich* (in Druckschrift) an. Diese Angaben brauchen wir für die Weiterleitung der Klausurergebnisse, also gebt Euch bitte Mühe. ©

#### Hausaufgabe 2 (Erstellen von binären Suchbäumen):

(3 Punkte)

Sei X eine unsortierte Menge von n vergleichbaren Elementen.

Zeige: Jeder beliebige Algorithmus zum Erstellen eines binären Suchbaums mit den Elementen aus X benötigt Zeit  $\Omega(n \log n)$ .

#### Hausaufgabe 3 (Mastertheorem):

(11 Punkte)

Bestimme das asymptotische Wachstum der folgenden Funktionen mithilfe des in der Vorlesung vorgestellten Mastertheorems, oder begründe in einem Satz, warum man das Theorem nicht anwenden kann. Gib beim Anwenden alle im Mastertheorem auftretenden Parameter an.

a) 
$$P(n) = n^3 \cdot P\left(\frac{n}{4}\right) - 16 \cdot P\left(\frac{n}{4}\right)$$

b) 
$$Q(n) = 6 \cdot Q\left(\frac{n}{2}\right) + 16 \cdot Q\left(\frac{n}{4}\right) - 2n\log n + 9n^3$$

c) 
$$R(n) = n^2 + 27 \cdot R\left(\frac{n}{3}\right) - 3\log n$$

d) 
$$S(n) = 2 \cdot S\left(\frac{n}{16}\right) + 4\sqrt{n} + 2 \cdot S\left(\frac{n}{25}\right)$$

e) 
$$T(n) = 3 \cdot T\left(\frac{n}{4}\right) + n^2 \log n - 3 \log n$$

## Hausaufgabe 4 (Mergesort):

(5 Punkte)

Gegeben sei folgendes Array:

$$A = [13, 11, 4, 12, 3, 1, 13, 5, 28, 2, 19]$$

Gib separat und in chronologischer Reihenfolge die Ergebnisse aller Mergeschritte an, indem Du die Zeilen der Tabelle 1 ausfüllst. Die Mergeschritte auf einem Teilarray der Länge 1 müssen nicht angegeben werden.

#### (Hinweise:

- (1) Ein Mergeschritt im rechten Teilarray wird erst vorgenommen, wenn das linke Teilarray komplett sortiert worden ist.
- (2) Ein Array mit Indizes  $p, \ldots, r$  wird in Teilarrays mit Indizes  $p, \ldots, q$  und  $q+1, \ldots, r$  mit  $q=\lfloor \frac{p+r}{2} \rfloor$  aufgeteilt.
- (3) Elemente, die nicht zum im jeweiligen Mergeschritt betrachteten Teilarray gehören, müssen nicht angegeben werden.)

A =	13	11	4	12	3	1	13	5	28	2	19
1. A =											
2. A =											
3. $A =$											
4. $A =$											
5. $A =$											
6. $A =$											
7. $A =$											
8. $A =$											
9. $A =$											
10. A =											

**Tabelle 1:** Tabelle für Mergesort