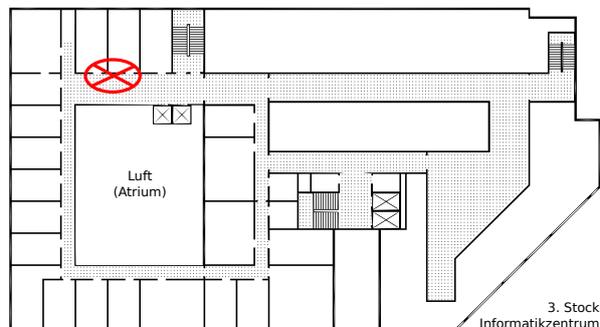


## Hausaufgabenblatt 4

Abgabe der Lösungen bis zum 16.01.2023 um 14:00 Uhr im Hausaufgabenschrank bei Raum IZ 337 (siehe Skizze rechts). Es werden nur mit einem dokumentenechten Stift (kein Rot!) geschriebene Lösungen gewertet.

**Bitte die Blätter zusammenheften und vorne mit Namen, Matrikelnummer und Gruppennummer versehen!**



### Hausaufgabe 1 (Binäre Suchbäume):

(3+4+3 Punkte)

- a) Wir nennen einen Knoten im Suchbaum *Blatt*, wenn dieser keine Kinder besitzt. Ein Knoten mit Kindern ist ein *innerer Knoten*. Sei nun  $b$  die Anzahl der Blätter in einem binären Suchbaum und  $i$  die Anzahl an inneren Knoten.

Zeige oder widerlege: In einem vollen binären Suchbaum mit mindestens einem Knoten gilt  $i = b - 1$ .

- b) Zeige mit vollständiger Induktion, dass ein AVL-Baum der Höhe  $h$  mindestens  $F_{h+2} - 1$  Knoten enthält.

(Hinweis:  $F_n$  beschreibt die  $n$ -te Fibonacci-Zahl mit  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$  und  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ .)

- c) Betrachte einen binären Suchbaum  $T$ , in welchem kein Schlüssel doppelt vorhanden ist. Angenommen, die Suche nach einem Schlüssel mit Wert  $k$  in  $T$  endet in einem Blatt. Dieser Suchpfad von der Wurzel zum Blatt teilt die Schlüssel von  $T$  in die drei Mengen  $A_L$ ,  $A_P$  und  $A_R$ , die links vom, auf dem, bzw. rechts vom Suchpfad liegen.

Zeige oder widerlege: Für alle  $a_1 \in A_L$ ,  $a_2 \in A_P$ ,  $a_3 \in A_R$  gilt  $a_1 \leq a_2 \leq a_3$ .

(Hinweis: Achtung, ist beispielsweise  $A_R$  leer (besitzt also keine Schlüssel), so gilt  $a_2 \leq a_3$ .)

### Hausaufgabe 2 (Suche in binären Suchbäumen):

(3 Punkte)

Gib einen rekursiven Algorithmus mit Laufzeit  $O(n)$  in Pseudocode mit maximal zehn Zeilen an, der in einem gegebenen binären Suchbaum  $T$  mit Wurzel  $v$  zählt, wie viele gerade Zahlen in  $T$  enthalten sind. Zeige außerdem, dass die Laufzeit eingehalten wird.

(Hinweis: Ein Korrektheitsbeweis ist nicht nötig. Eine Zahl  $k$  ist gerade, wenn  $k \bmod 2 = 0$ .)

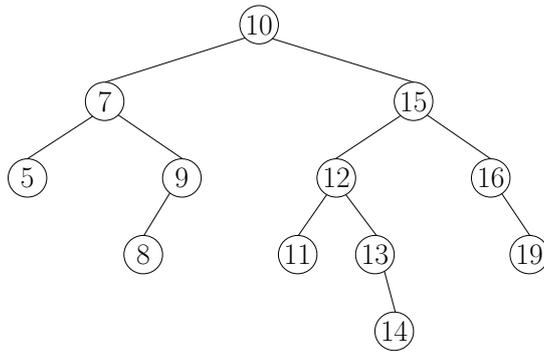
### Hausaufgabe 3 (AVL-Bäume):

(3+2+2 Punkte)

Betrachte in den Aufgabenteilen a) bis d) den Baum, der in der jeweiligen Abbildung dargestellt ist. Führe die Operation des jeweiligen Aufgabenteils und die damit verbundenen Restrukturierungsmaßnahmen zum Erhalt der AVL-Eigenschaft auf dem entsprechenden Baum aus. Zeichne dabei das Resultat nach jeder einzelnen ausgeführten Operation INSERT, DELETE und RESTRUCTURE in einen separaten Baum:

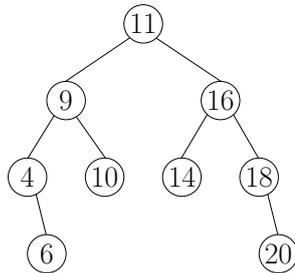
a) DELETE( $T_1, 5$ )

$T_1$ :



b) DELETE( $T_2, 11$ )

$T_2$ :



c) INSERT( $T_3, 8$ )

$T_3$ :

