



Kapitel 5.5:
Nichtlineare Rekursionen
Algorithmen und Datenstrukturen
WS 2021/22

Prof. Dr. Sándor Fekete

5.3.3 Master-Theorem: Lineare Rekursionen

5.3.3 Master-Theorem: Lineare Rekursionen

Satz 5.9 (Master-Theorem)

Sei $T: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$T(n) = \sum_{i=1}^m T(\alpha_i n) + \Theta(n^k),$$

wobei $\alpha_i \in \mathbb{R} : 0 < \alpha_i < 1$, $m \in \mathbb{N}$, $k \in \mathbb{R}$.

Dann gilt

$$T(n) \in \begin{cases} \Theta(n^k) & \text{für } \sum_{i=1}^m \alpha_i^k < 1 \\ \Theta(n^k \log n) & \text{für } \sum_{i=1}^m \alpha_i^k = 1 \\ \Theta(n^c) & \text{mit } \sum_{i=1}^m \alpha_i^c = 1 \text{ für } \sum_{i=1}^m \alpha_i^k > 1 \end{cases}$$

QUIZ!

- ▶ [menti.com](https://www.menti.com)
- ▶ 7654 9270

5.4 Nichtlineare Rekursionen

5.4 Nichtlineare Rekursionen

5.4.1 Logistische Rekursion

5.4 Nichtlineare Rekursionen

5.4.1 Logistische Rekursion

Wachstum proportional zu einer Größe:

5.4 Nichtlineare Rekursionen

5.4.1 Logistische Rekursion

Wachstum proportional zu einer Größe:

$$x_{n+1} = (1 + q)x_n$$

5.4 Nichtlineare Rekursionen

5.4.1 Logistische Rekursion

Wachstum proportional zu einer Größe:

$$x_{n+1} = (1 + q)x_n$$

Ergebnis:

5.4 Nichtlineare Rekursionen

5.4.1 Logistische Rekursion

Wachstum proportional zu einer Größe:

$$x_{n+1} = (1 + q)x_n$$

Ergebnis:

$$x_n = (1 + q)^n x_0$$

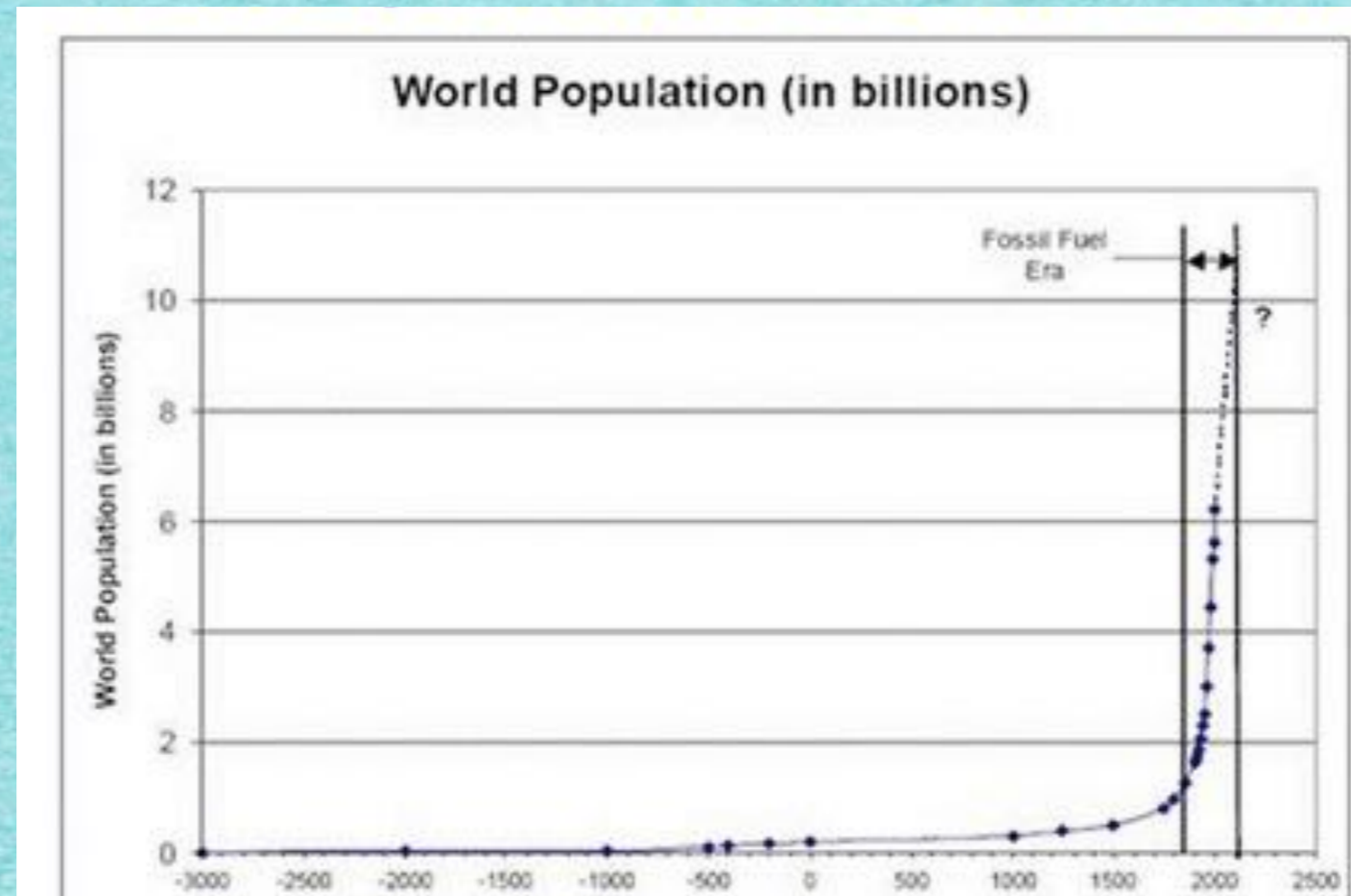
5.4.1 Logistische Rekursion

5.4.1 Logistische Rekursion

Exponentielles Wachstum:

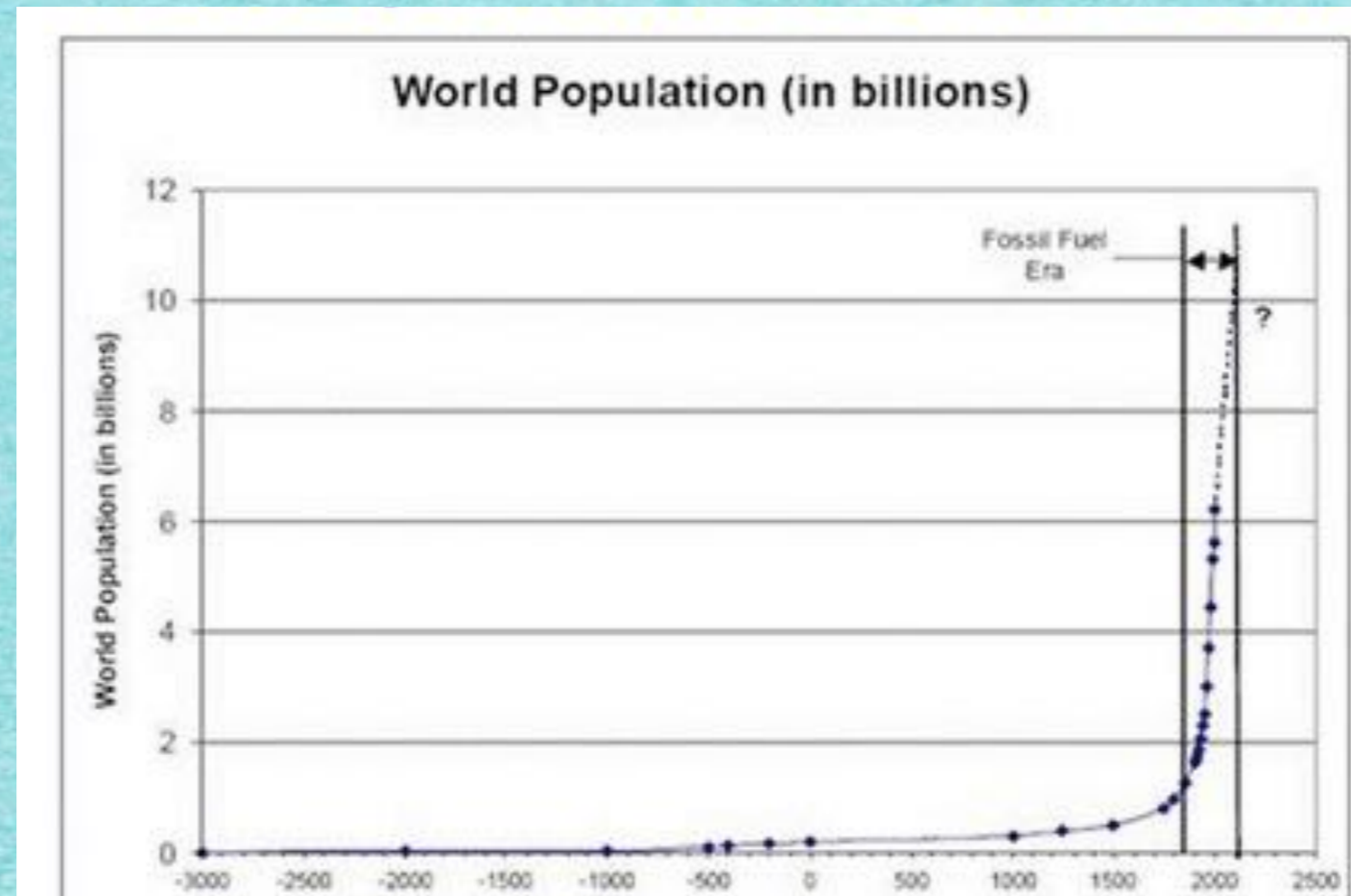
5.4.1 Logistische Rekursion

Exponentielles Wachstum:



5.4.1 Logistische Rekursion

Exponentielles Wachstum:



Das geht nicht beliebig lange weiter!

5.4.1 Logistische Rekursion

5.4.1 Logistische Rekursion



5.4.1 Logistische Rekursion



Pierre-François Verhulst
(1804-1849)

5.4.1 Logistische Rekursion



Pierre-François Verhulst
(1804-1849)

*Notice sur la loi que la population
poursuit dans son accroissement.*

5.4.1 Logistische Rekursion



Pierre-François Verhulst
(1804-1849)

*Notice sur la loi que la population
poursuit dans son accroissement.*

*“Notiz über das Gesetz,
das die Bevölkerung bei ihrem
Wachstum befolgt.”*

5.4.1 Logistische Rekursion



Pierre-François Verhulst
(1804-1849)

*Notice sur la loi que la population
poursuit dans son accroissement.*

In: *Corresp. Math. Phys.*, 10, 1838, S. 113–121

*“Notiz über das Gesetz,
das die Bevölkerung bei ihrem
Wachstum befolgt.”*

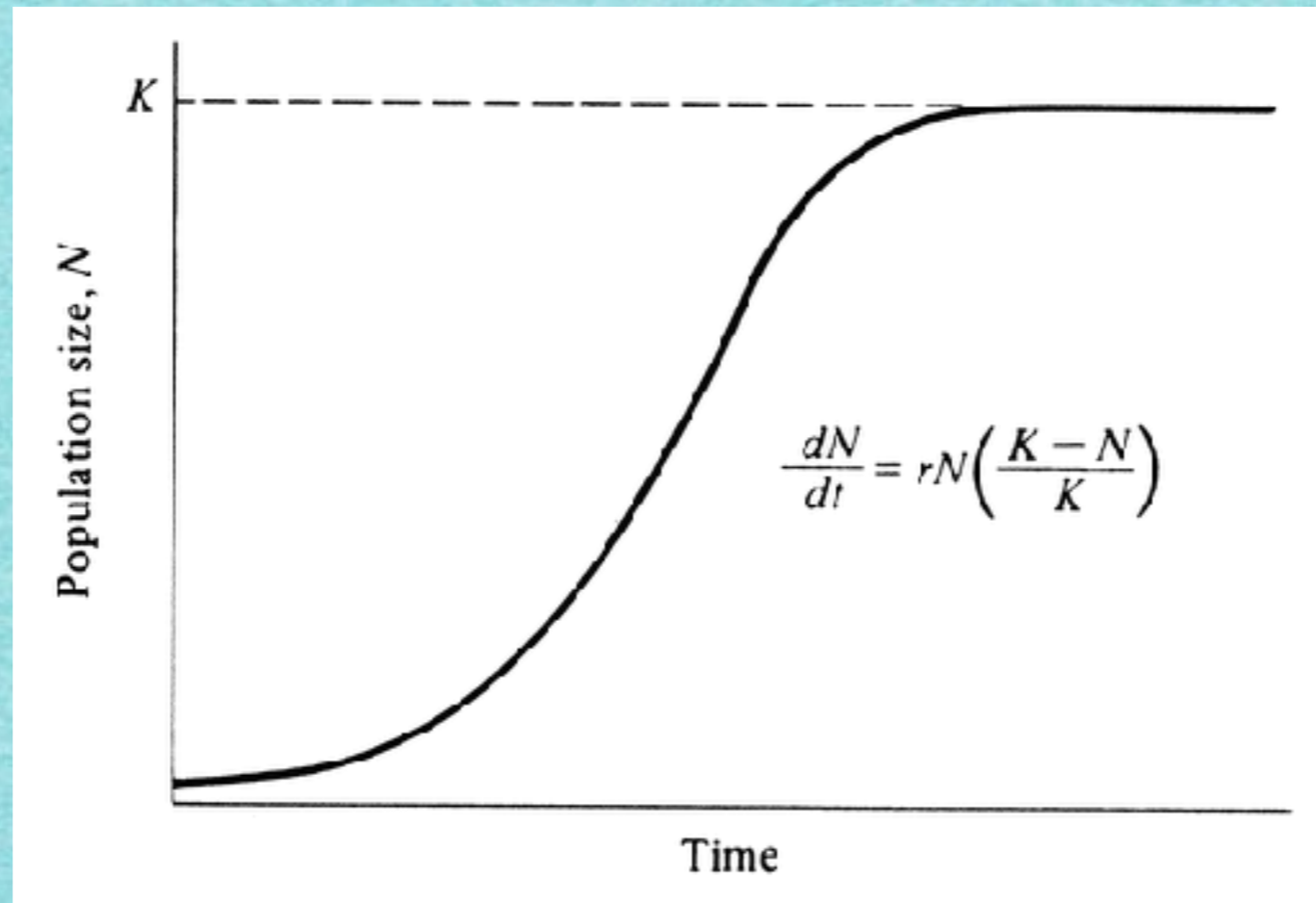
5.4.1 Logistische Rekursion

5.4.1 Logistische Rekursion

Verhulst ursprünglich: Stetiger Prozess!

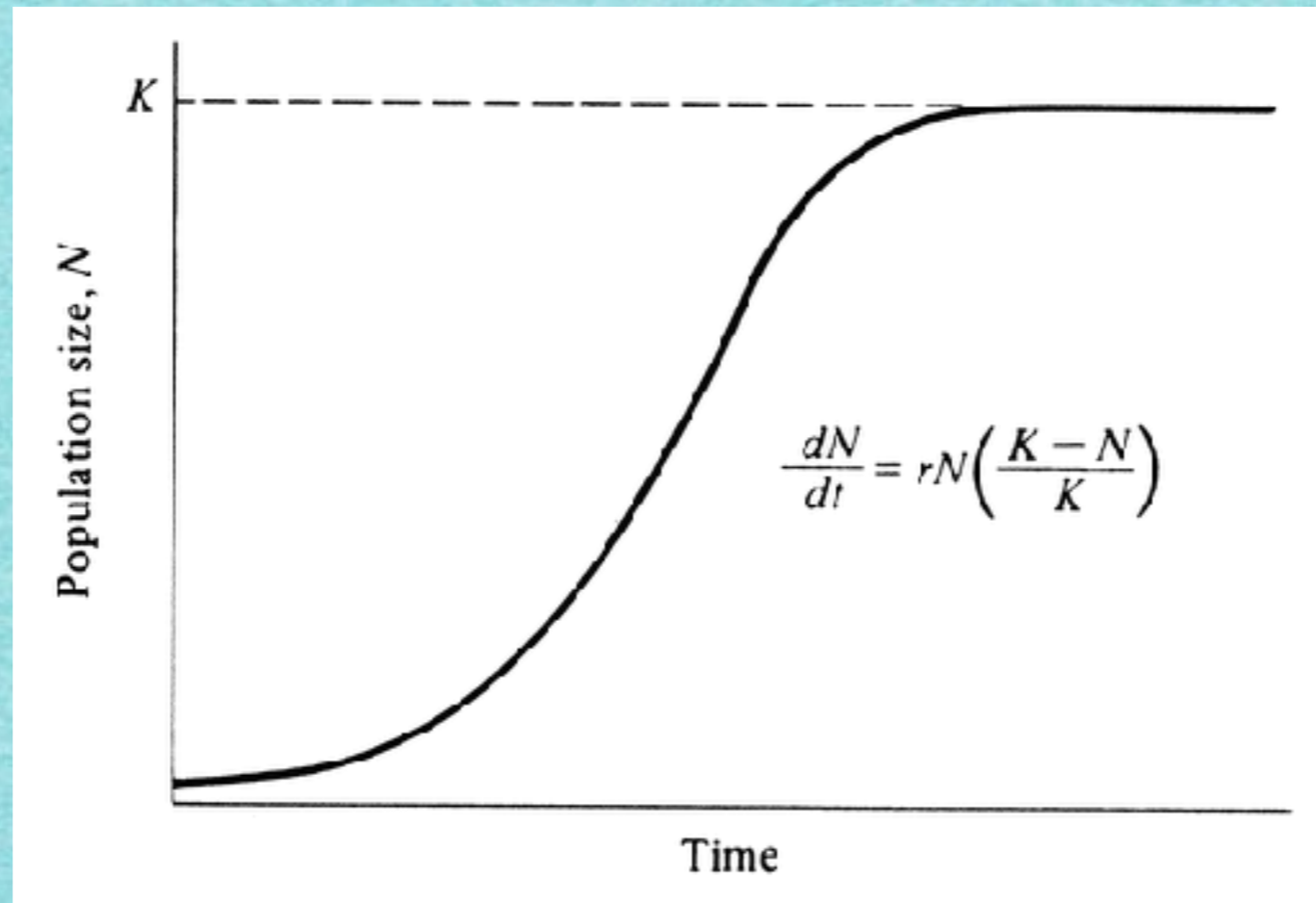
5.4.1 Logistische Rekursion

Verhulst ursprünglich: Stetiger Prozess!



5.4.1 Logistische Rekursion

Verhulst ursprünglich: Stetiger Prozess!



**In Populationsdynamik beobachtet:
Diskreter Prozess!**

5.4.1 Logistische Rekursion

5.4.1 Logistische Rekursion

Zuwachs durch Fruchtbarkeit:

5.4.1 Logistische Rekursion

Zuwachs durch Fruchtbarkeit:

$$x_{n+1} = q_f x_n$$

5.4.1 Logistische Rekursion

Zuwachs durch Fruchtbarkeit:

$$x_{n+1} = q_f x_n$$

Schwund durch Verhungern (etc.):

5.4.1 Logistische Rekursion

Zuwachs durch Fruchtbarkeit:

$$x_{n+1} = q_f x_n$$

Schwund durch Verhungern (etc.):

$$x_{n+1} = q_f (G - x_n)$$

5.4.1 Logistische Rekursion

Zuwachs durch Fruchtbarkeit:

$$x_{n+1} = q_f x_n$$

Schwund durch Verhungern (etc.):

$$x_{n+1} = q_f (G - x_n)$$

Zusammen:

5.4.1 Logistische Rekursion

Zuwachs durch Fruchtbarkeit:

$$x_{n+1} = q_f x_n$$

Schwund durch Verhungern (etc.):

$$x_{n+1} = q_f (G - x_n)$$

Zusammen:

$$x_{n+1} = q_f q_v x_n (G - x_n)$$

5.4.1 Logistische Rekursion

Zuwachs durch Fruchtbarkeit:

$$x_{n+1} = q_f x_n$$

Schwund durch Verhungern (etc.):

$$x_{n+1} = q_f (G - x_n)$$

Zusammen:

$$x_{n+1} = q_f q_v x_n (G - x_n)$$

Normiert:

5.4.1 Logistische Rekursion

Zuwachs durch Fruchtbarkeit:

$$x_{n+1} = q_f x_n$$

Schwund durch Verhungern (etc.):

$$x_{n+1} = q_f (G - x_n)$$

Zusammen:

$$x_{n+1} = q_f q_v x_n (G - x_n)$$

Normiert:

$$x_{n+1} = r x_n (1 - x_n)$$

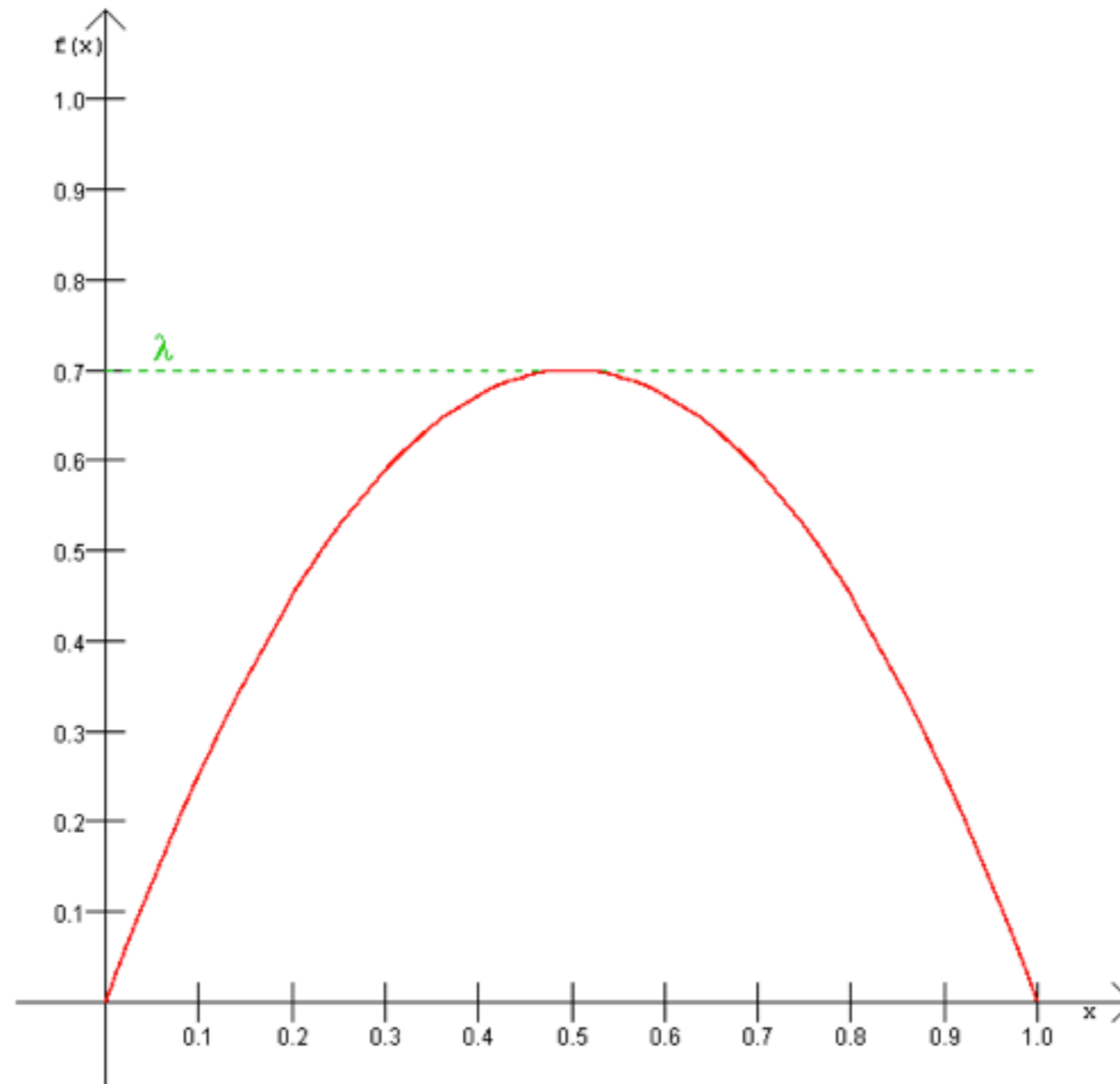
5.4.1 Logistische Rekursion

5.4.1 Logistische Rekursion

Bildlich:

5.4.1 Logistische Rekursion

Bildlich:



5.4.1 Logistische Rekursion

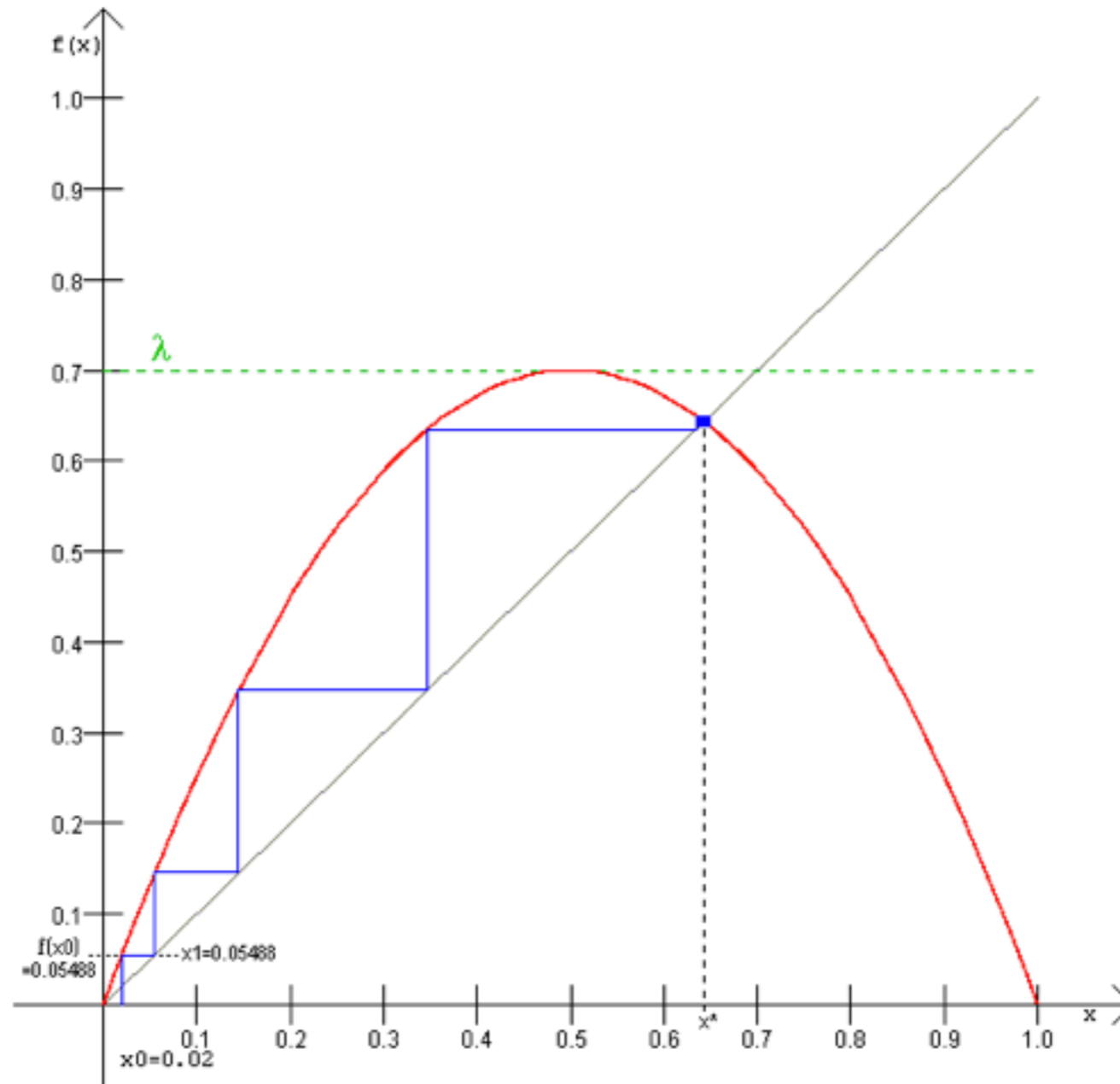
5.4.1 Logistische Rekursion

Rekursion:

5.4.1 Logistische Rekursion

Rekursion:

x_n	$f(x_n) = x_{n+1}$
1	0.05488
2	0.14523092
3	0.34758892
4	0.63495841
5	0.64900143
6	0.63783600
7	0.64680346
8	0.63965648
9	0.64538899
10	0.64081372
11	0.64448019
12	0.64155133
13	0.64389702
14	0.64202221
15	0.64352313
16	0.64232311
17	0.64328357
18	0.64251549
19	0.64313014
20	0.64263854



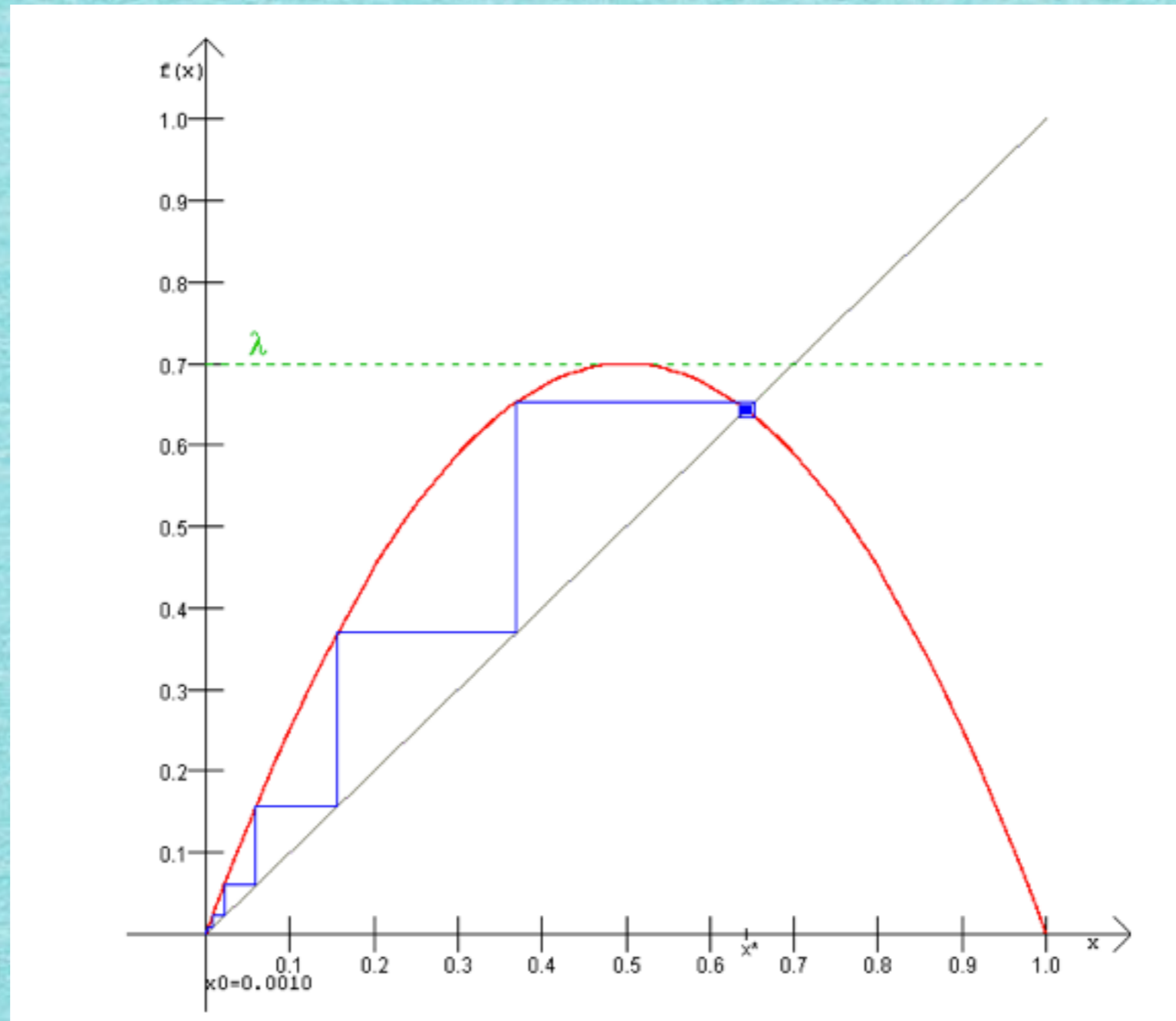
5.4.1 Logistische Rekursion

5.4.1 Logistische Rekursion

Rekursion strebt gegen Fixpunkt:

5.4.1 Logistische Rekursion

Rekursion strebt gegen Fixpunkt:



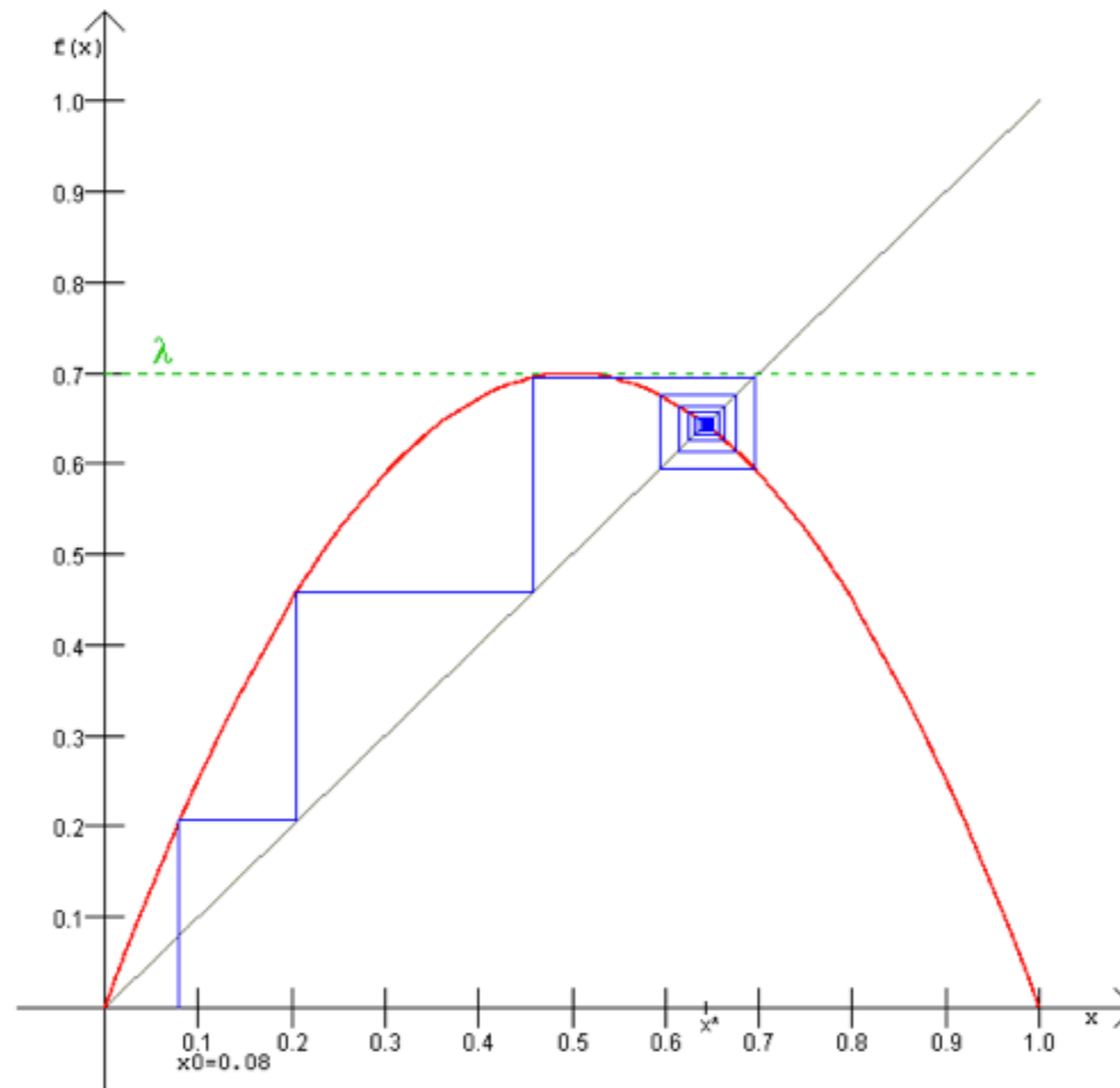
5.4.1 Logistische Rekursion

5.4.1 Logistische Rekursion

Rekursion strebt gegen Fixpunkt:

5.4.1 Logistische Rekursion

Rekursion strebt gegen Fixpunkt:



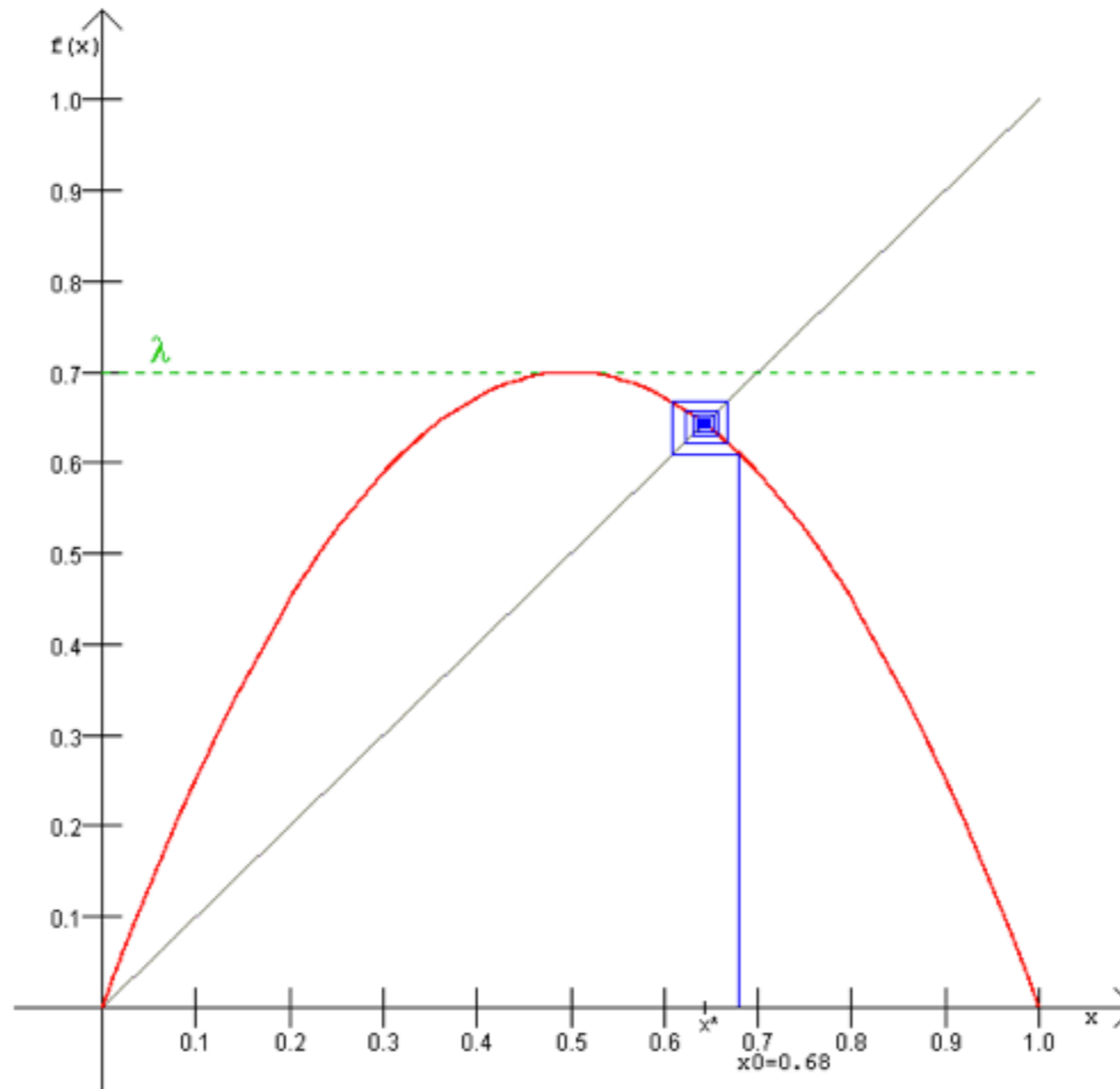
5.4.1 Logistische Rekursion

5.4.1 Logistische Rekursion

Rekursion strebt gegen Fixpunkt:

5.4.1 Logistische Rekursion

Rekursion strebt gegen Fixpunkt:



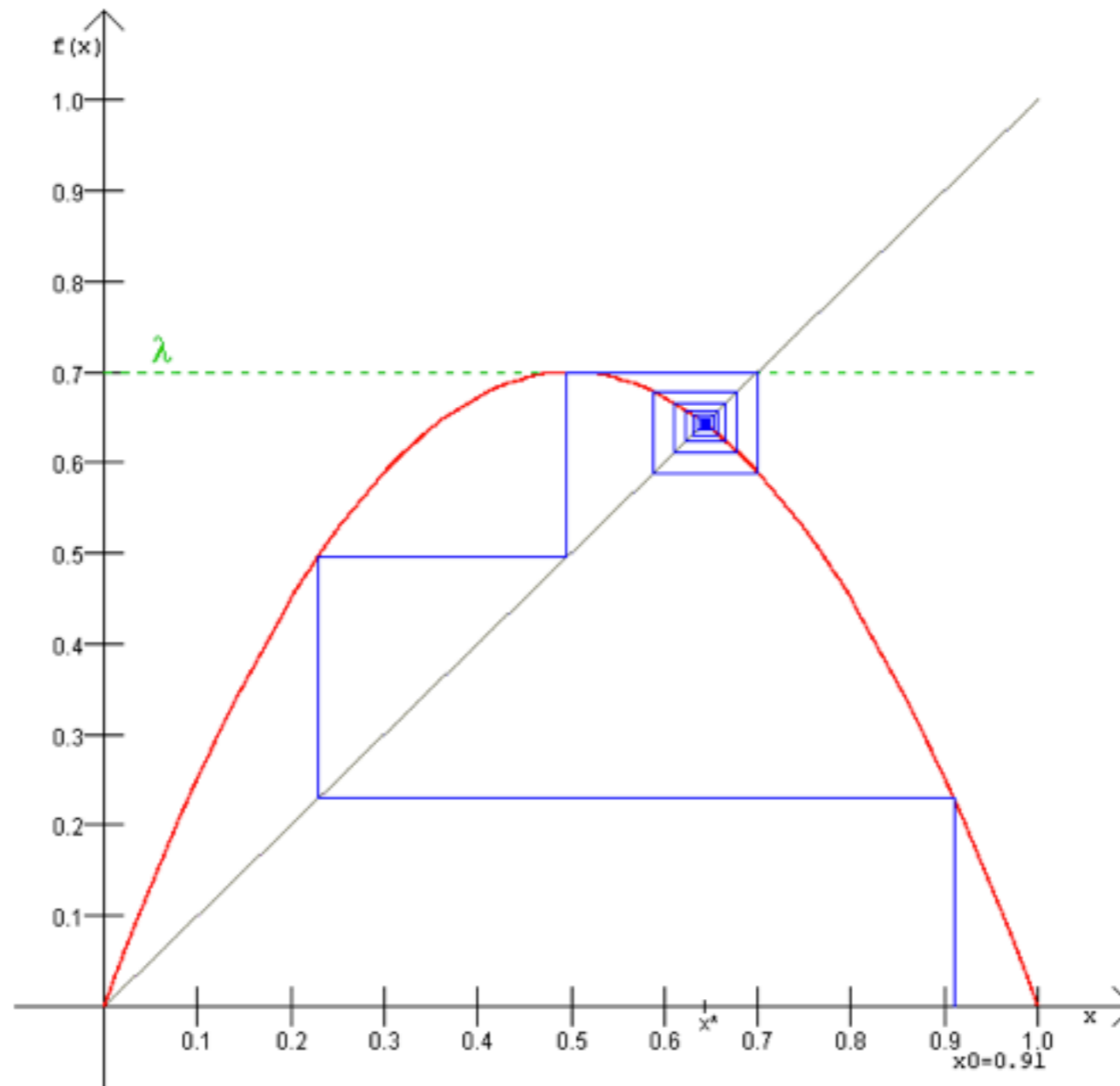
5.4.1 Logistische Rekursion

5.4.1 Logistische Rekursion

Rekursion strebt gegen Fixpunkt:

5.4.1 Logistische Rekursion

Rekursion strebt gegen Fixpunkt:



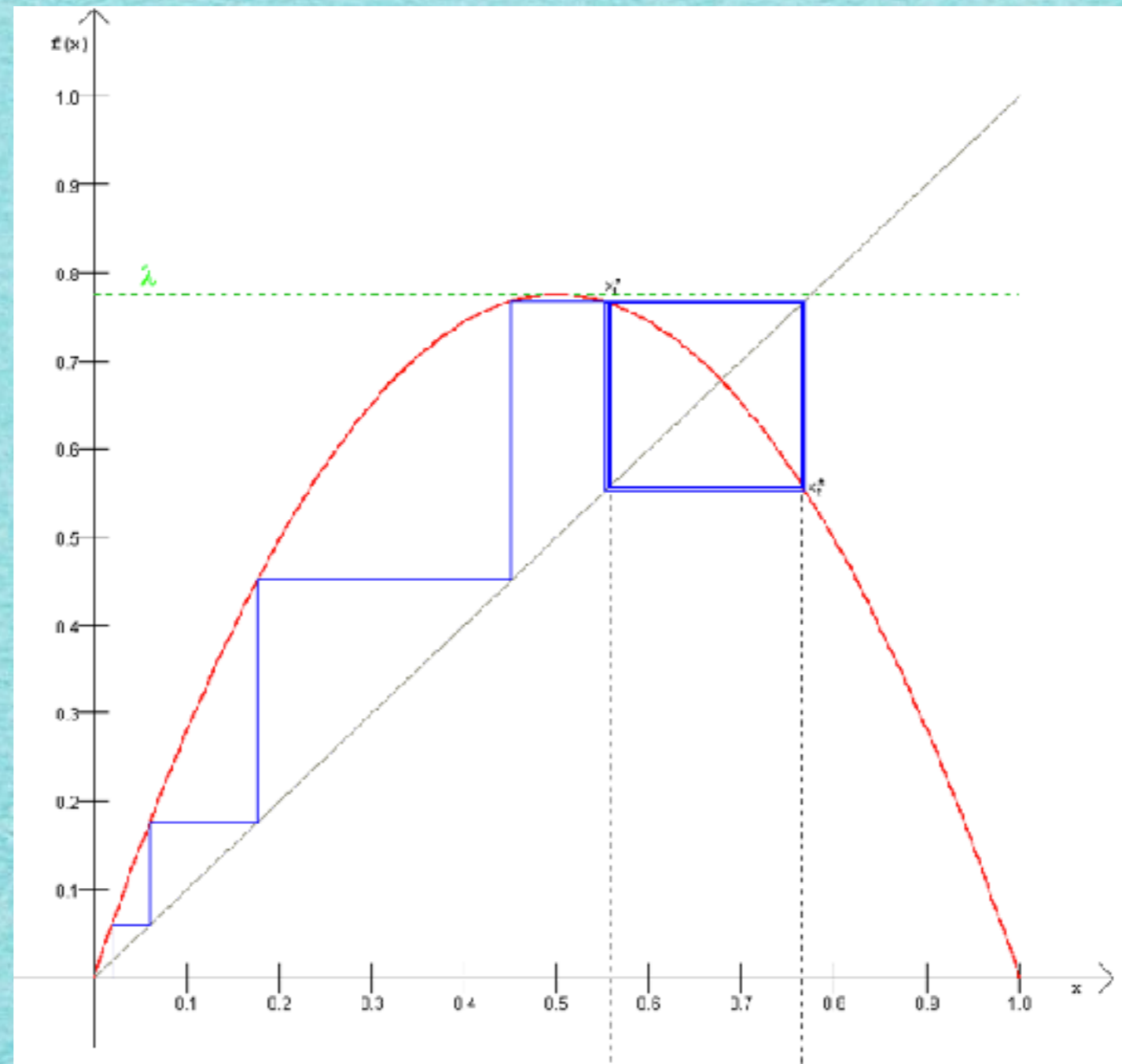
5.4.1 Logistische Rekursion

5.4.1 Logistische Rekursion

Zwei Fixpunkte!

5.4.1 Logistische Rekursion

Zwei Fixpunkte!



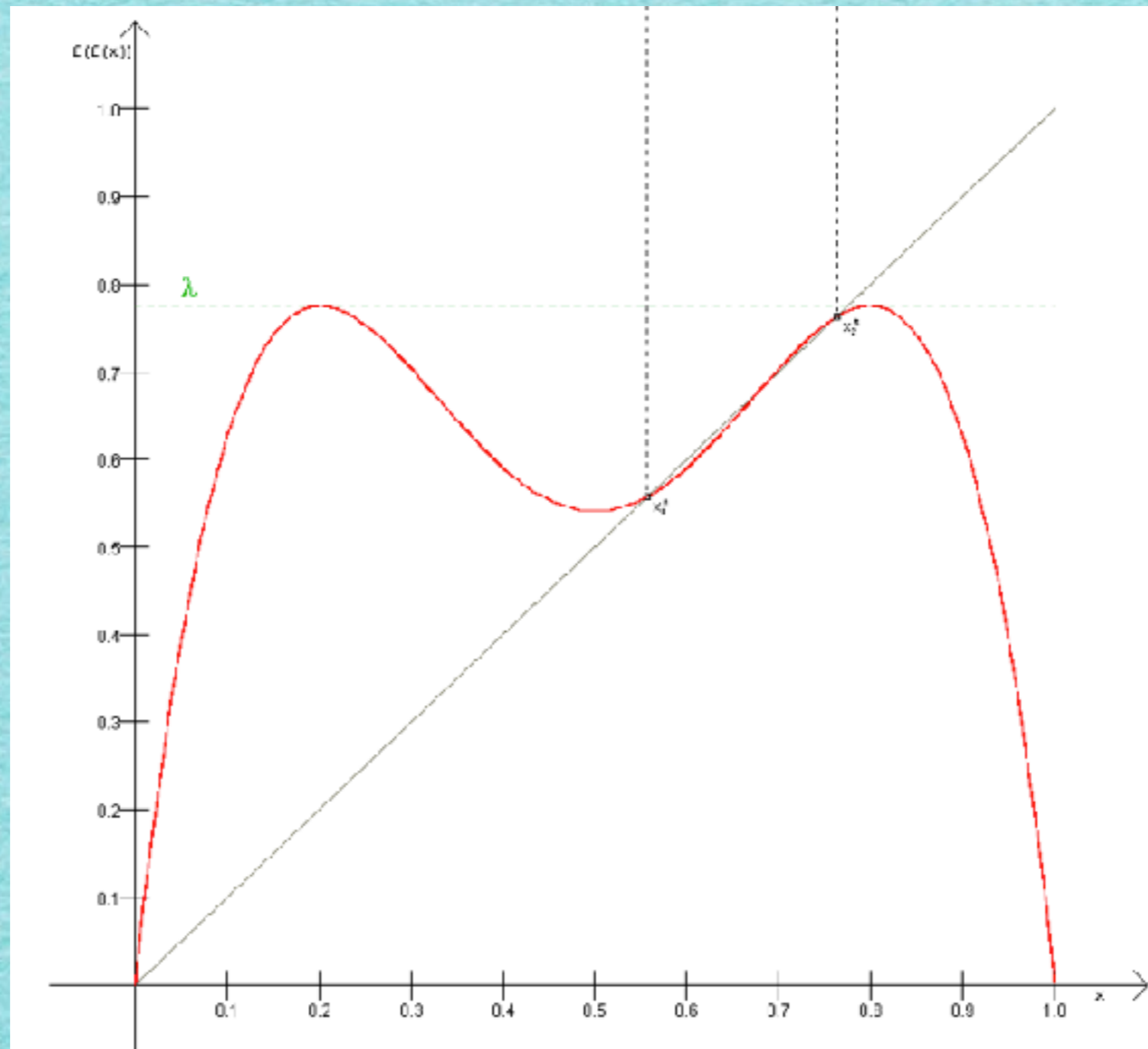
5.4.1 Logistische Rekursion

5.4.1 Logistische Rekursion

Zwei Fixpunkte!

5.4.1 Logistische Rekursion

Zwei Fixpunkte!



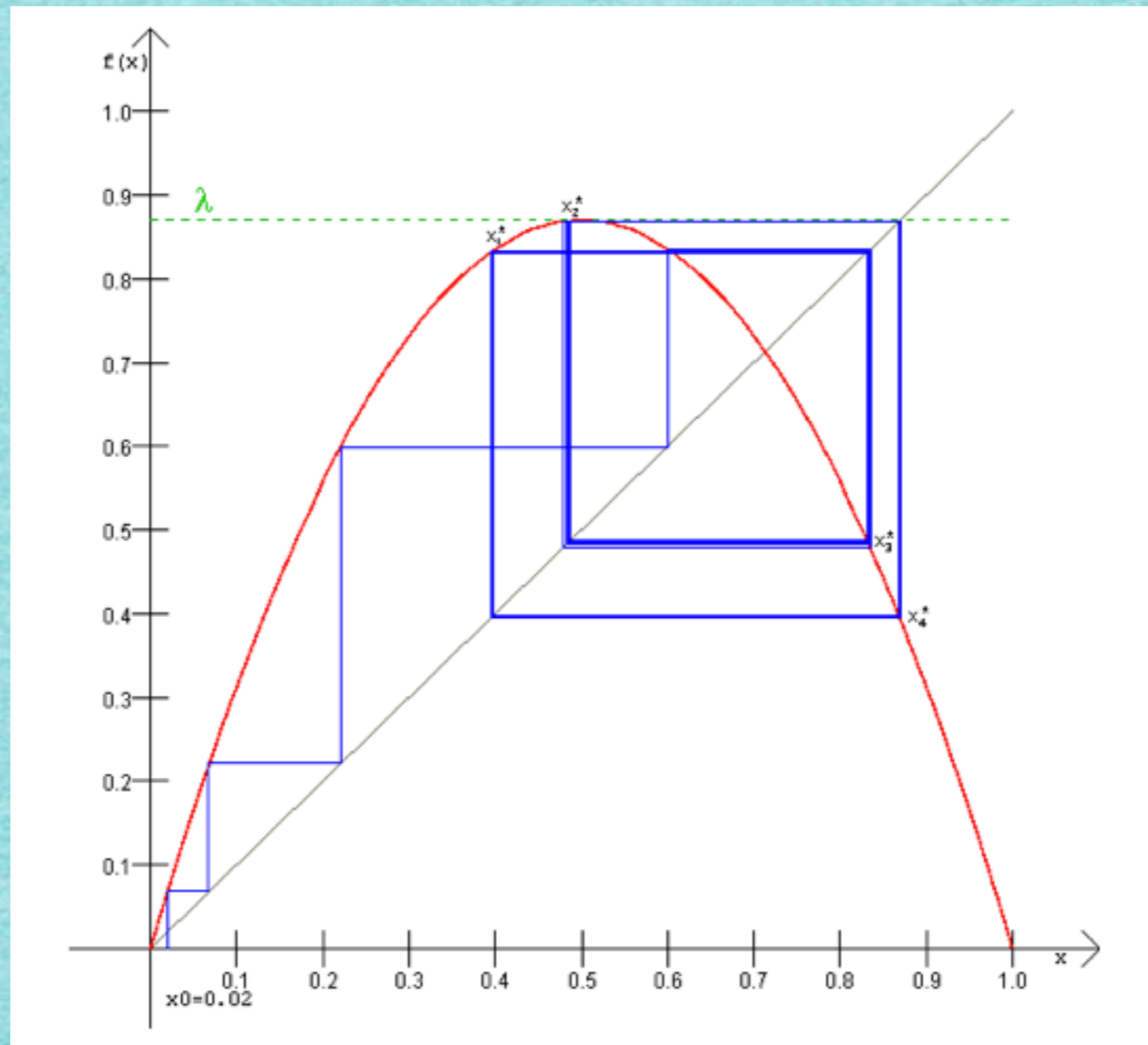
5.4.1 Logistische Rekursion

5.4.1 Logistische Rekursion

Vier Fixpunkte!

5.4.1 Logistische Rekursion

Vier Fixpunkte!



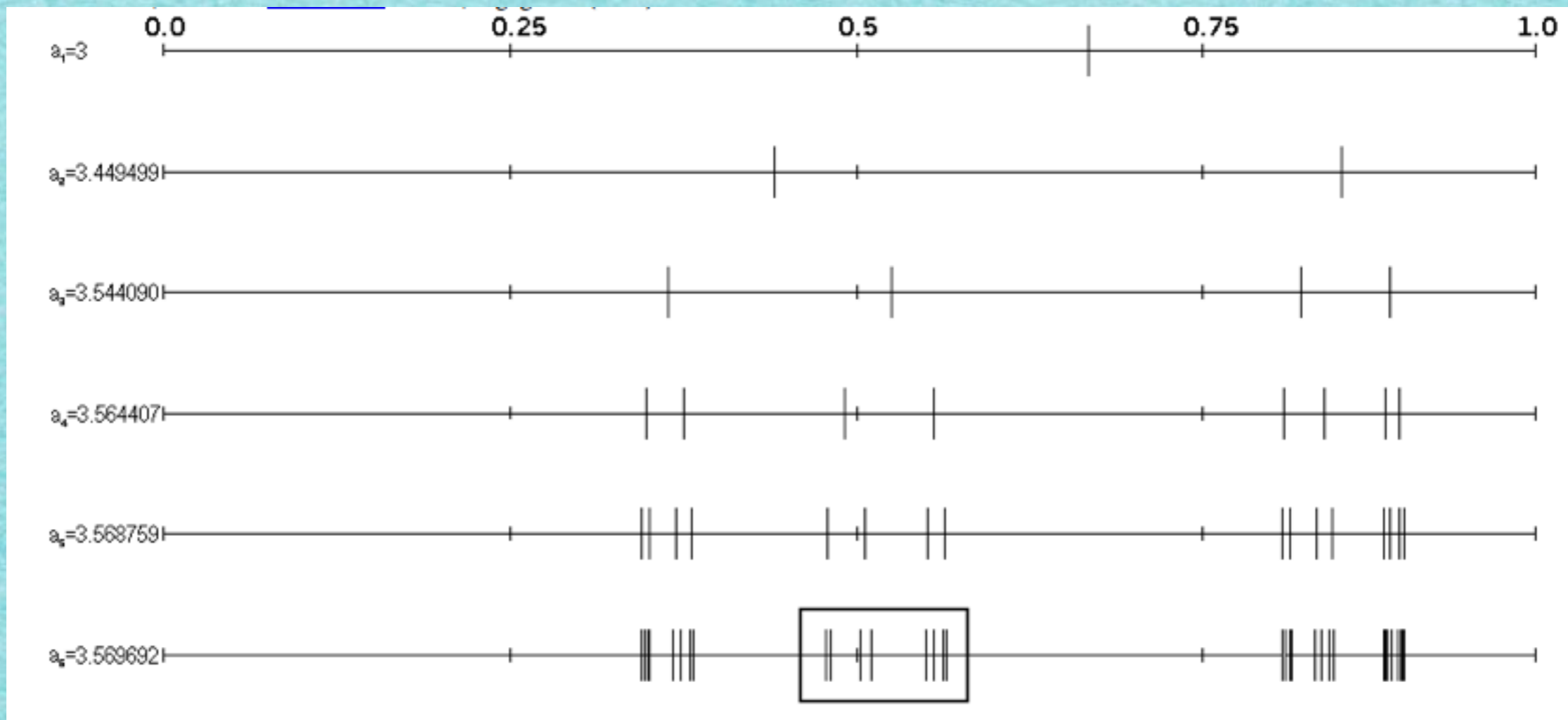
5.4.1 Logistische Rekursion

5.4.1 Logistische Rekursion

Entwicklung der Fixpunkte:

5.4.1 Logistische Rekursion

Entwicklung der Fixpunkte:



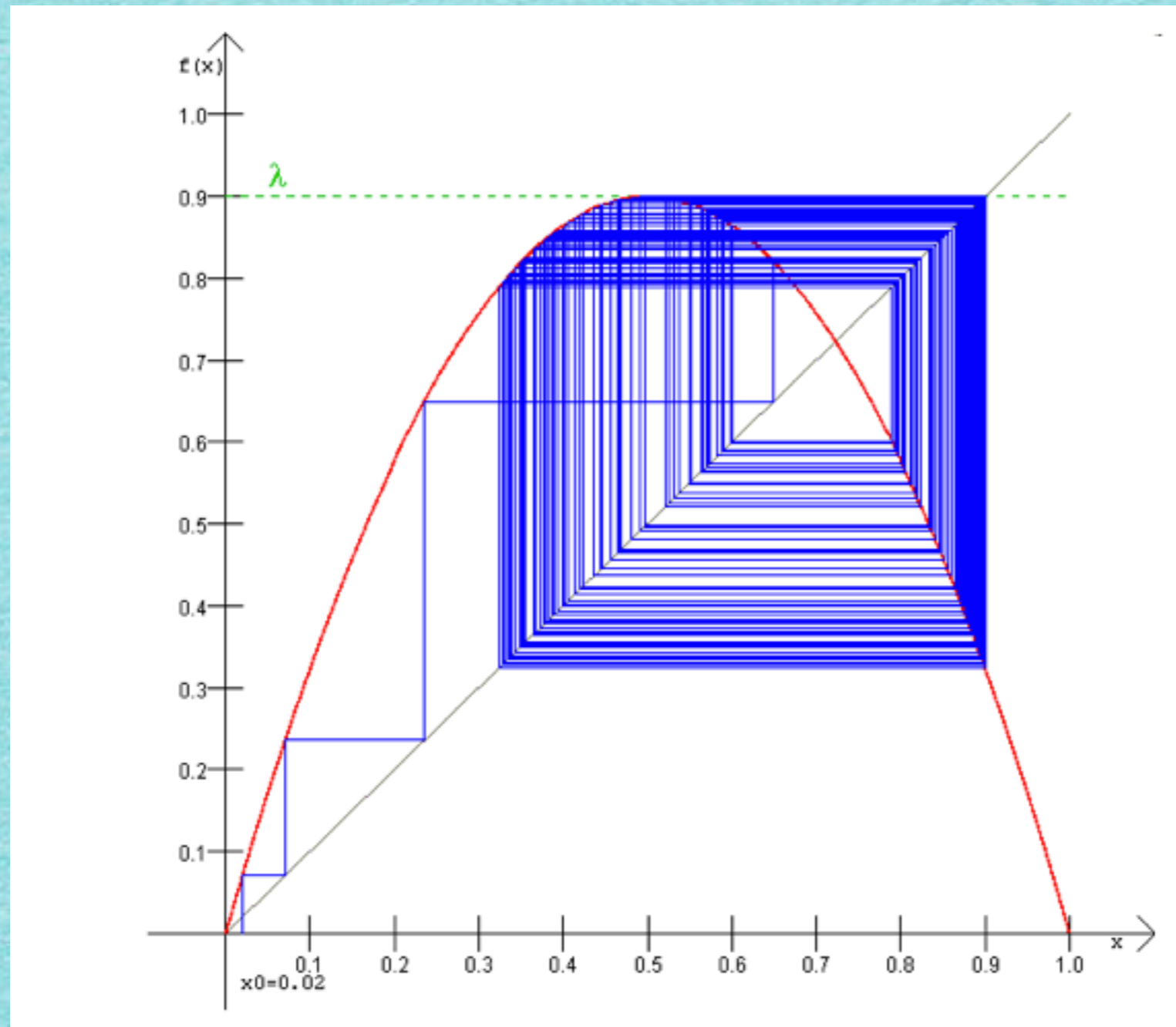
5.4.1 Logistische Rekursion

5.4.1 Logistische Rekursion

**Keinerlei Fixpunkte -
deterministisches Chaos:**

5.4.1 Logistische Rekursion

**Keinerlei Fixpunkte -
deterministisches Chaos:**



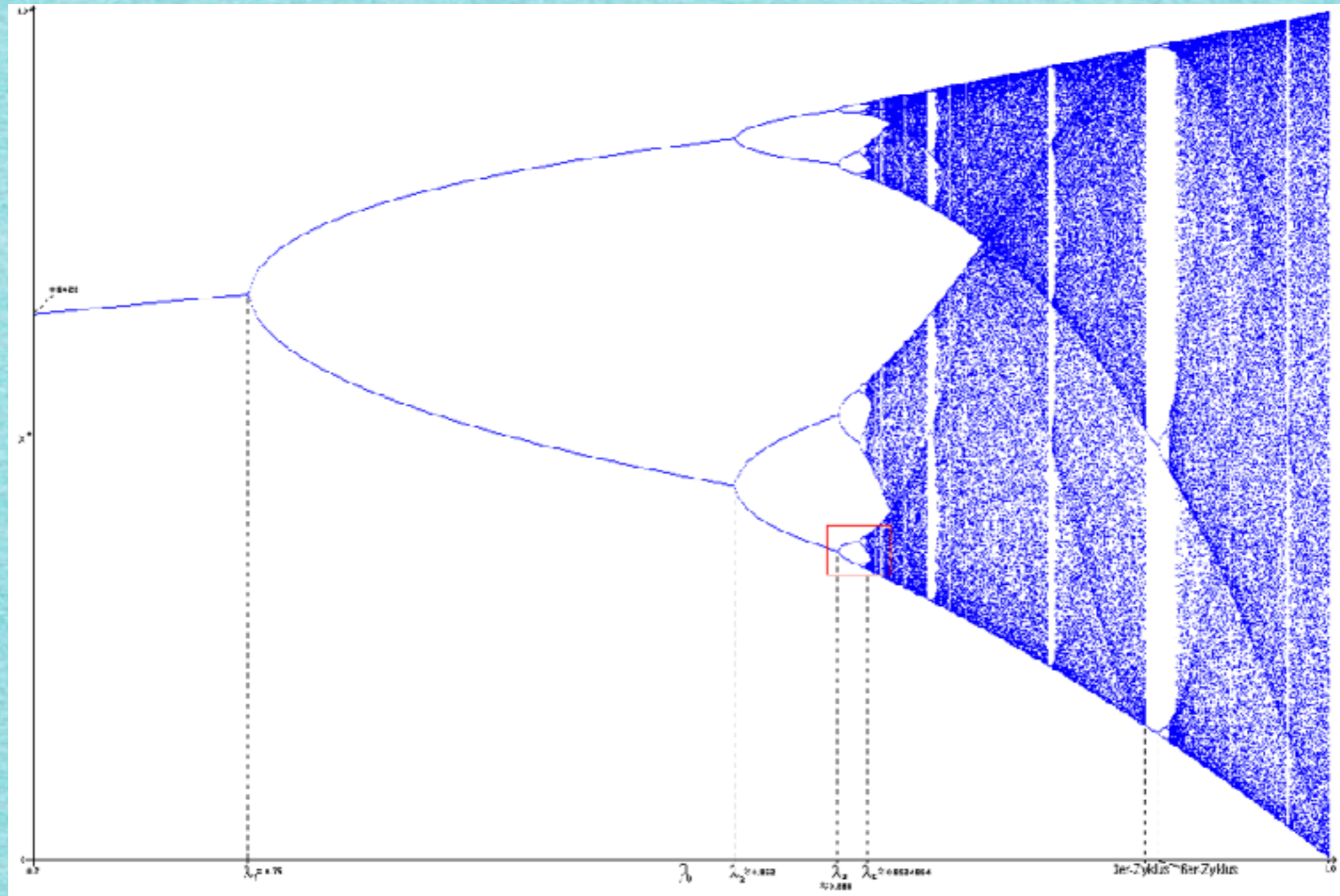
5.4.1 Logistische Rekursion

5.4.1 Logistische Rekursion

Bifurkationsdiagramm:

5.4.1 Logistische Rekursion

Bifurkationsdiagramm:



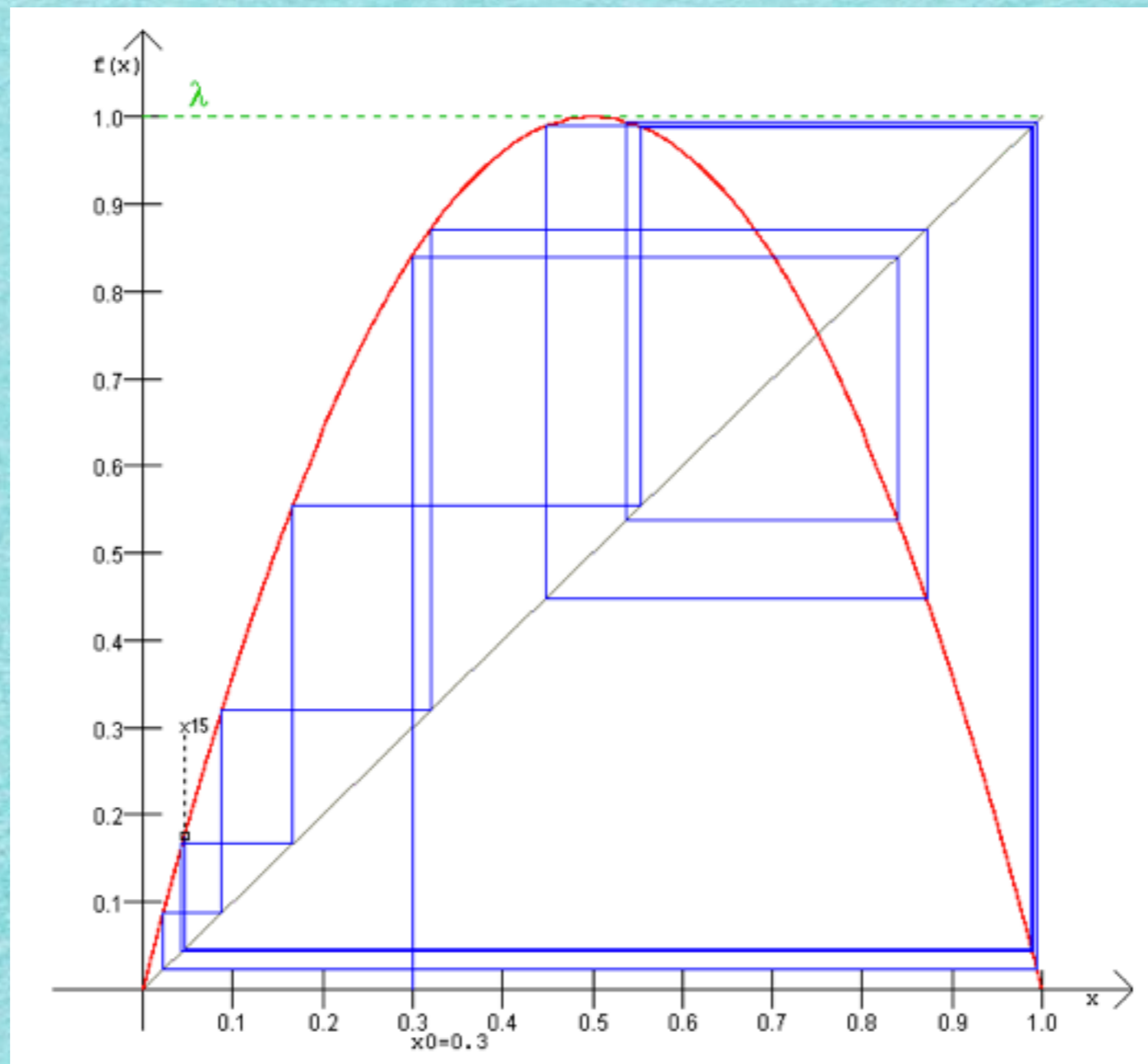
5.4.1 Logistische Rekursion

5.4.1 Logistische Rekursion

Kausalität?!

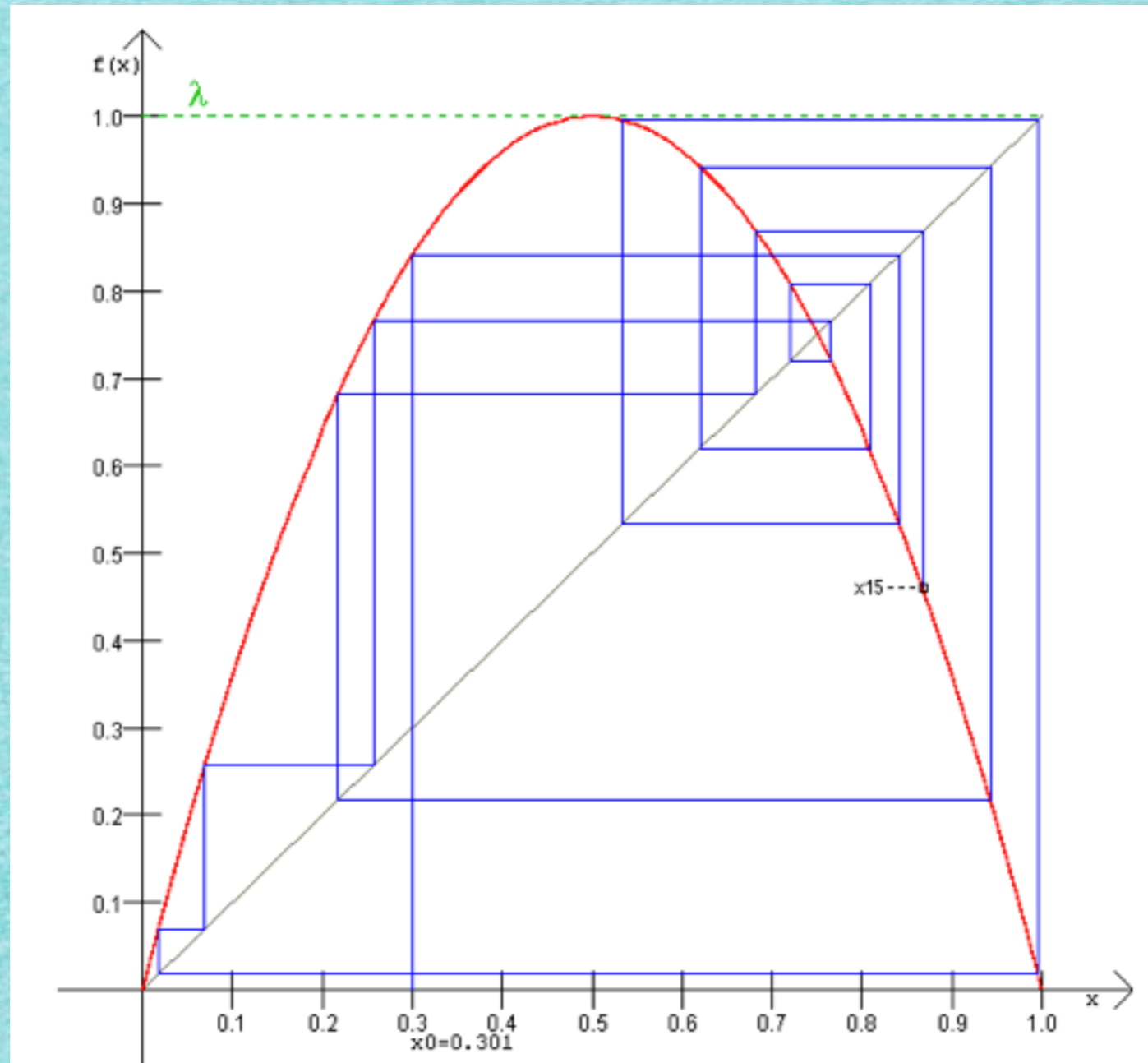
5.4.1 Logistische Rekursion

Kausalität?!



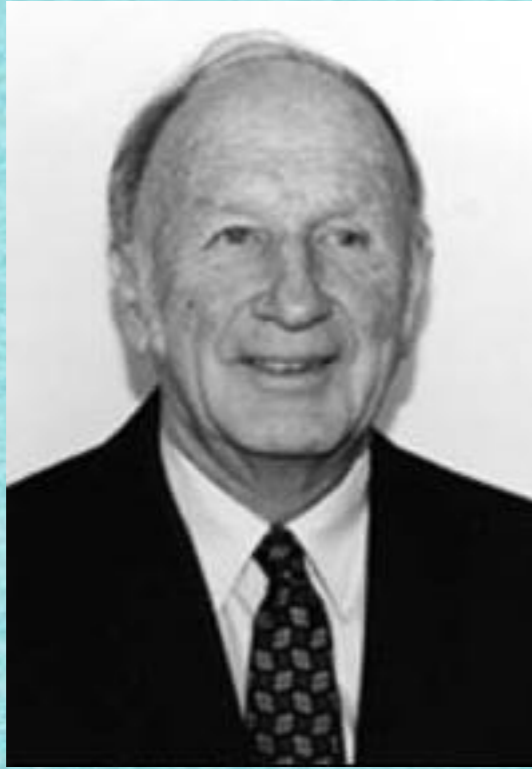
5.4.1 Logistische Rekursion

Kausalität?!

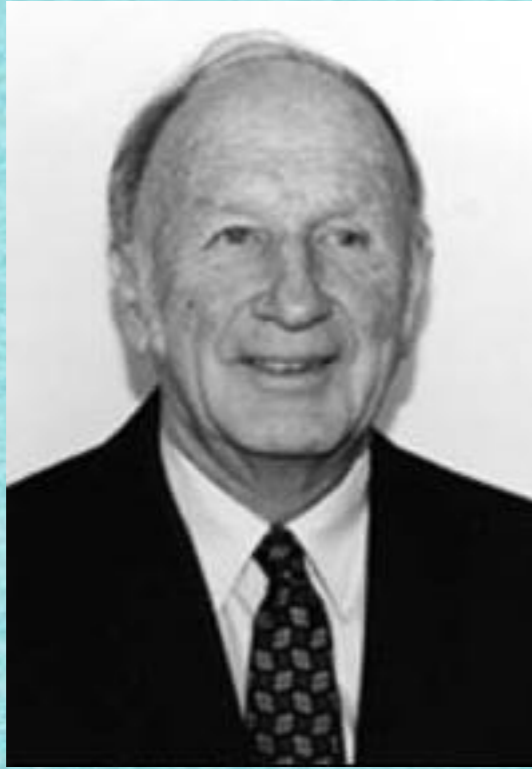


5.4.1 Logistische Rekursion

5.4.1 Logistische Rekursion



5.4.1 Logistische Rekursion



Edward Lorenz
(1917-2008)

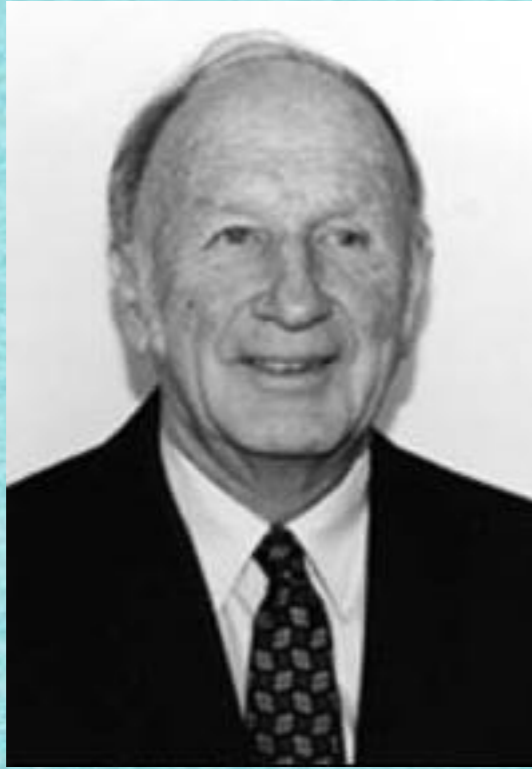
5.4.1 Logistische Rekursion

Grenzen der Kausalität!



Edward Lorenz
(1917-2008)

5.4.1 Logistische Rekursion



Edward Lorenz
(1917-2008)

Grenzen der Kausalität!

Predictability: Does the flap of a butterfly's wings in Brazil set off a tornado in Texas?

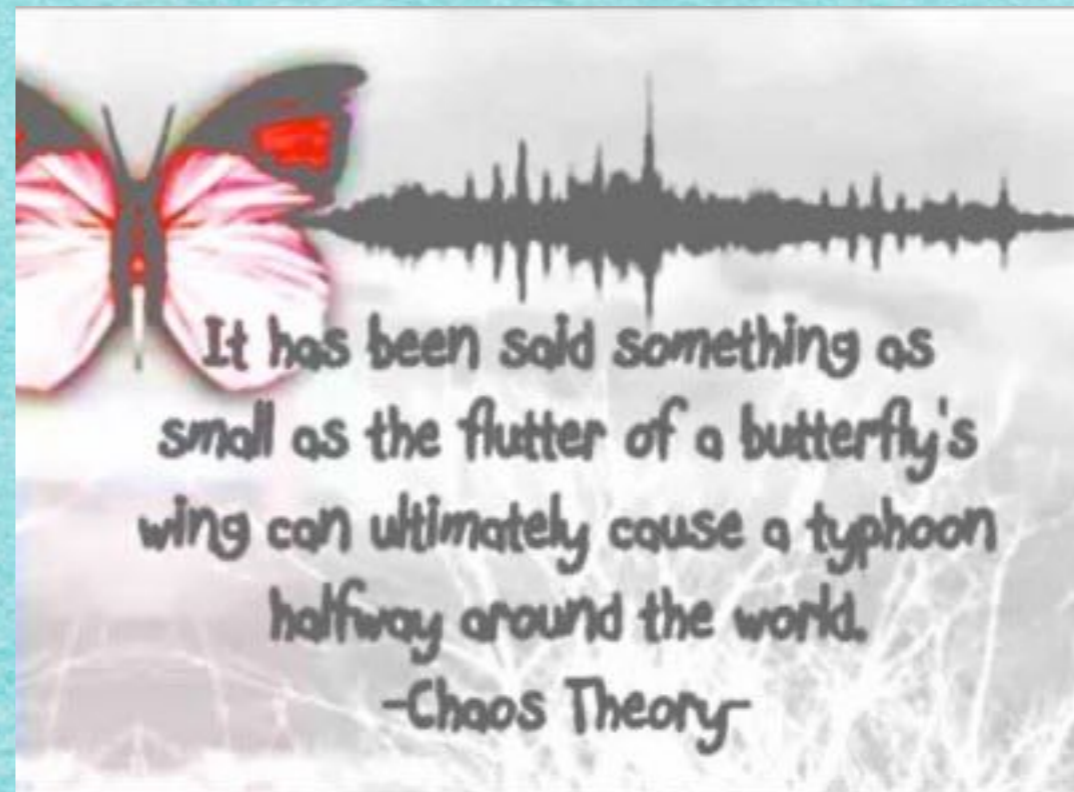
5.4.1 Logistische Rekursion



Edward Lorenz
(1917-2008)

Grenzen der Kausalität!

Predictability: Does the flap of a butterfly's wings in Brazil set off a tornado in Texas?



54.2 Frühkindliche Bildung

54.2 Frühkindliche Bildung



54.2 Frühkindliche Bildung



54.2 Frühkindliche Bildung



Pappbilderbuch, 16 Seiten
erschienen 1993

Nur wer viel spricht, lernt sprechen! Entsprechend schnell wachsen Sprachverständnis und Wortschatz von Kleinkindern, je mehr Gelegenheit Eltern ihnen zum Üben geben. Die Bilderbücher von Helmut Spanner eignen sich hervorragend zur spielerischen Sprachförderung, denn durch Zeigen und Benennen von Alltagsgegenständen wird der passive Wortschatz in aktiv nutzbare Wörter umgewandelt.

Mehr als 250 Dinge, die Kindern ab einem Jahr vertraut sind, wurden hier, nach Themen geordnet, auf großen Doppelseiten zusammengestellt. Ab und zu entdeckt man auch einen kleinen Bären oder ein Mäuschen, die mit den Dingen spielen.

[»> Lesermeinungen zu diesem Buch](#)



54.2 Frühkindliche Bildung



54.2 Frühkindliche Bildung



54.2 Frühkindliche Bildung



Luftmatratze

54.2 Frühkindliche Bildung



$$X_{n+1} = X_n^2 - Y_n^2 - C_x$$

$$Y_{n+1} = 2X_n Y_n - C_y$$

5.4.2 Frühkindliche Bildung



$$X_{n+1} = X_n^2 - Y_n^2 - C_x$$

$$Y_{n+1} = 2X_n Y_n - C_y$$

$$Z_n = X_n + iY_n$$

$$C = C_x + iC_y$$

5.4.2 Frühkindliche Bildung



$$X_{n+1} = X_n^2 - Y_n^2 - C_x$$

$$Y_{n+1} = 2X_n Y_n - C_y$$

$$Z_n = X_n + iY_n$$

$$C = C_x + iC_y$$

$$Z_{n+1} = Z_n^2 - C$$

5.4.2 Die Mandelbrotmenge

5.4.2 Die Mandelbrotmenge

Noch einmal quadratische Rekursion:

5.4.2 Die Mandelbrotmenge

Noch einmal quadratische Rekursion:

$$z_{n+1} = z_n^2 + c$$

5.4.2 Die Mandelbrotmenge

Noch einmal quadratische Rekursion:

$$z_{n+1} = z_n^2 + c$$

$$z_0 = 0$$

5.4.2 Die Mandelbrotmenge

Noch einmal quadratische Rekursion:

$$z_{n+1} = z_n^2 + c \quad z_0 = 0$$

Für welche Werte c bleibt das beschränkt?

5.4.2 Die Mandelbrotmenge

Noch einmal quadratische Rekursion:

$$z_{n+1} = z_n^2 + c$$

$$z_0 = 0$$

Für welche Werte c bleibt das beschränkt?

$$c = -2 : 0, -2, 2, 2, \dots$$

54.2 Die Mandelbrotmenge

Noch einmal quadratische Rekursion:

$$z_{n+1} = z_n^2 + c \quad z_0 = 0$$

Für welche Werte c bleibt das beschränkt?

$$c = -2 : 0, -2, 2, 2, \dots$$

$$c = 1/4 : 0, 0.25, 0.3125, 0.3476, 0.3708, 0.3875, 0.4001, 0.4101, \dots$$

5.4.2 Die Mandelbrotmenge

Noch einmal quadratische Rekursion:

$$z_{n+1} = z_n^2 + c \quad z_0 = 0$$

Für welche Werte c bleibt das beschränkt?

$$c = -2 : 0, -2, 2, 2, \dots$$

$$c = 1/4 : 0, 0.25, 0.3125, 0.3476, 0.3708, 0.3875, 0.4001, 0.4101, \dots$$

Man kann das auf die logistische Iteration abbilden...

54.2 Die Mandelbrotmenge

Noch einmal quadratische Rekursion:

$$z_{n+1} = z_n^2 + c$$

$$z_0 = 0$$

5.4.2 Die Mandelbrotmenge

Noch einmal quadratische Rekursion:

$$z_{n+1} = z_n^2 + c \quad z_0 = 0$$

Für welche *komplexen* Werte c bleibt das beschränkt?

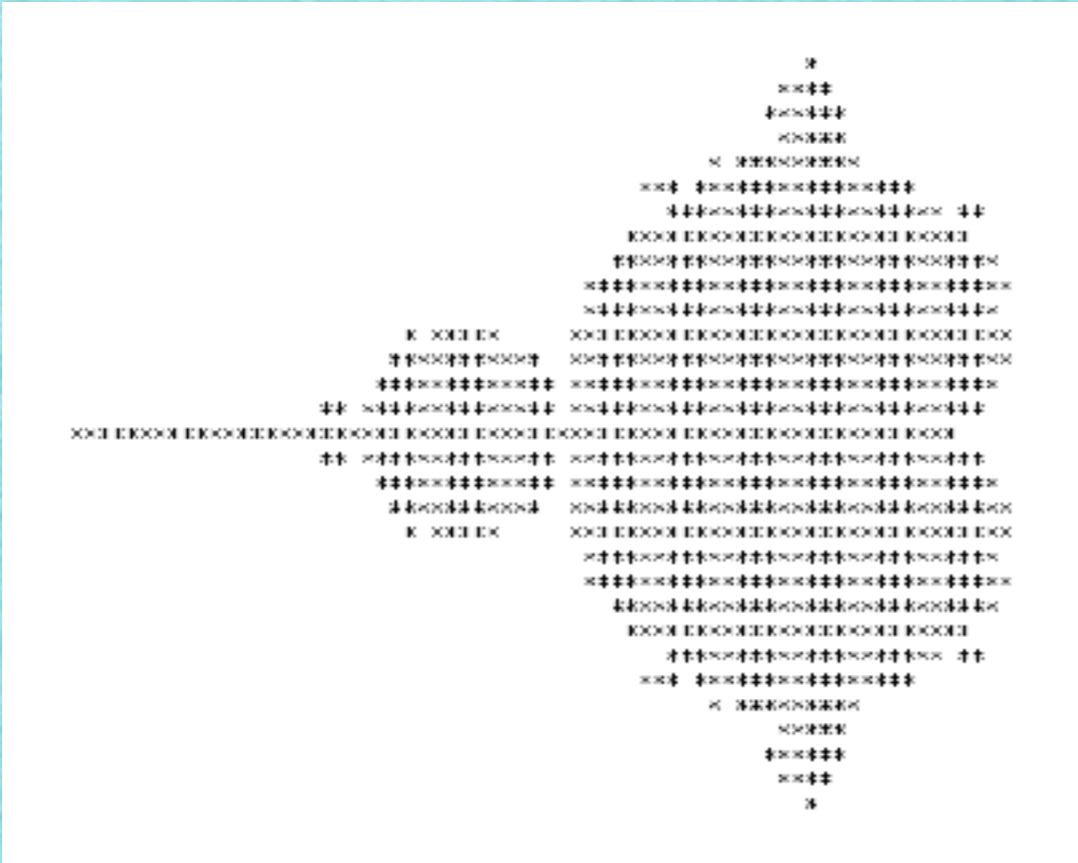
5.4.2 Die Mandelbrotmenge

Noch einmal quadratische Rekursion:

$$z_{n+1} = z_n^2 + c$$

$$z_0 = 0$$

Für welche *komplexen* Werte c bleibt das beschränkt?



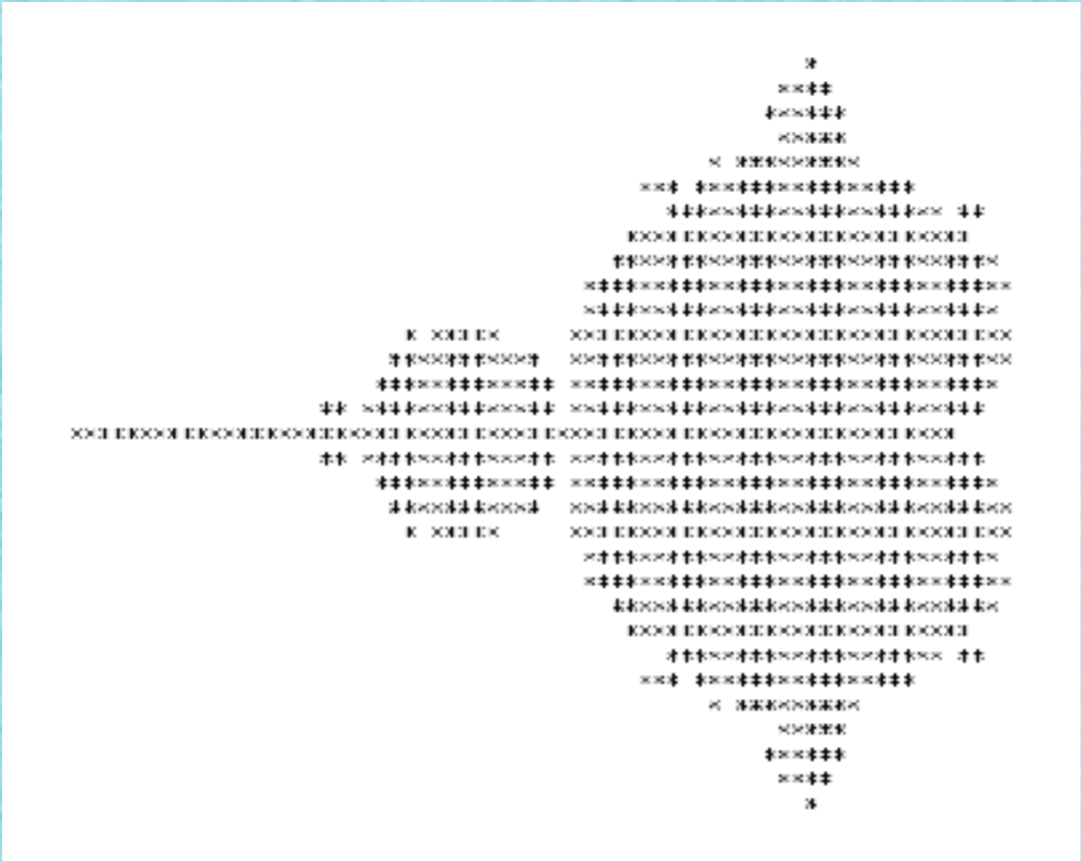
5.4.2 Die Mandelbrotmenge

Noch einmal quadratische Rekursion:

$$z_{n+1} = z_n^2 + c$$

$$z_0 = 0$$

Für welche *komplexen* Werte c bleibt das beschränkt?



Brooks & Matelsky (1978)

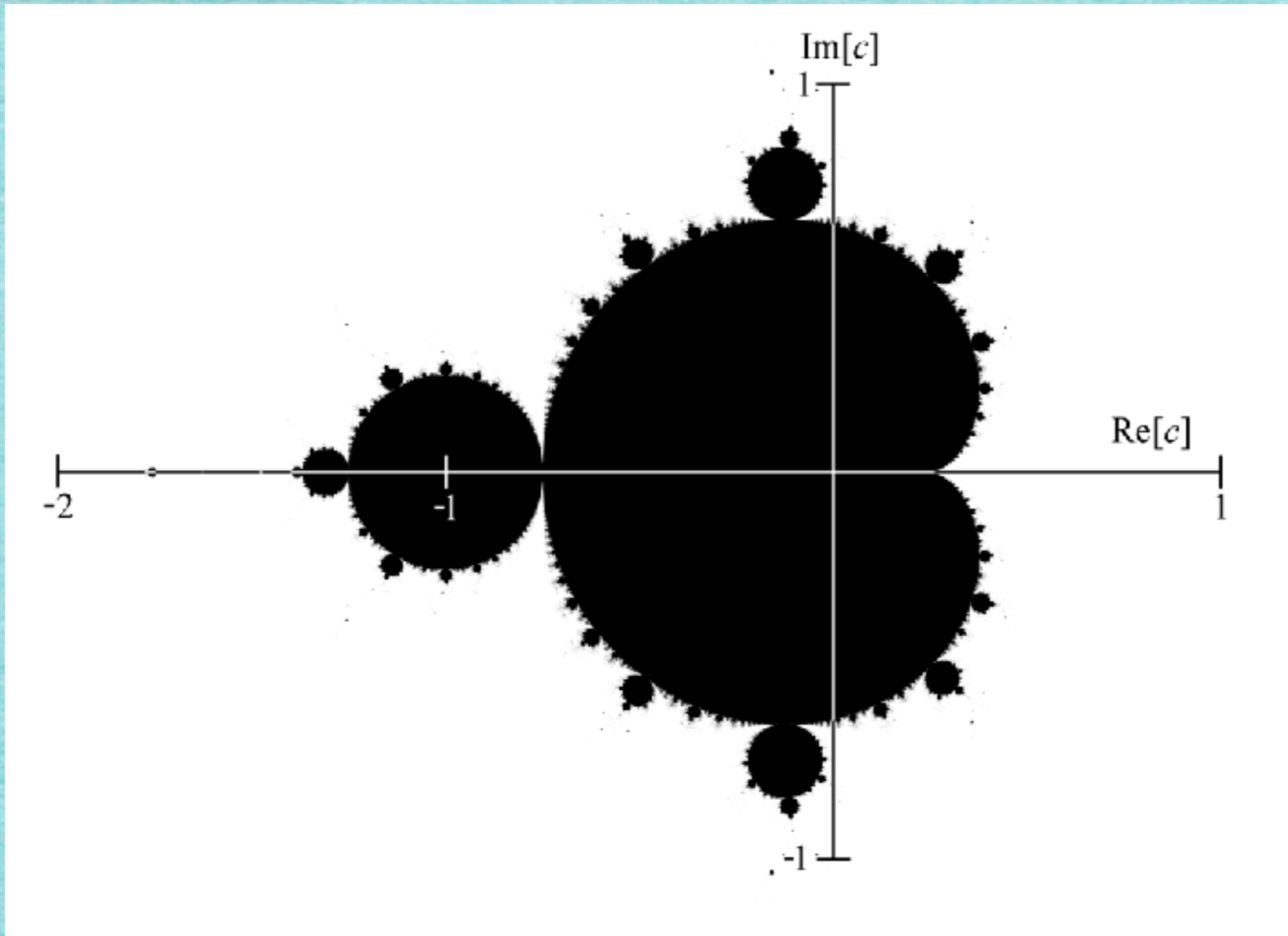
5.4.2 Die Mandelbrotmenge

54.2 Die Mandelbrotmenge

Besser aufgelöst:

54.2 Die Mandelbrotmenge

Besser aufgelöst:



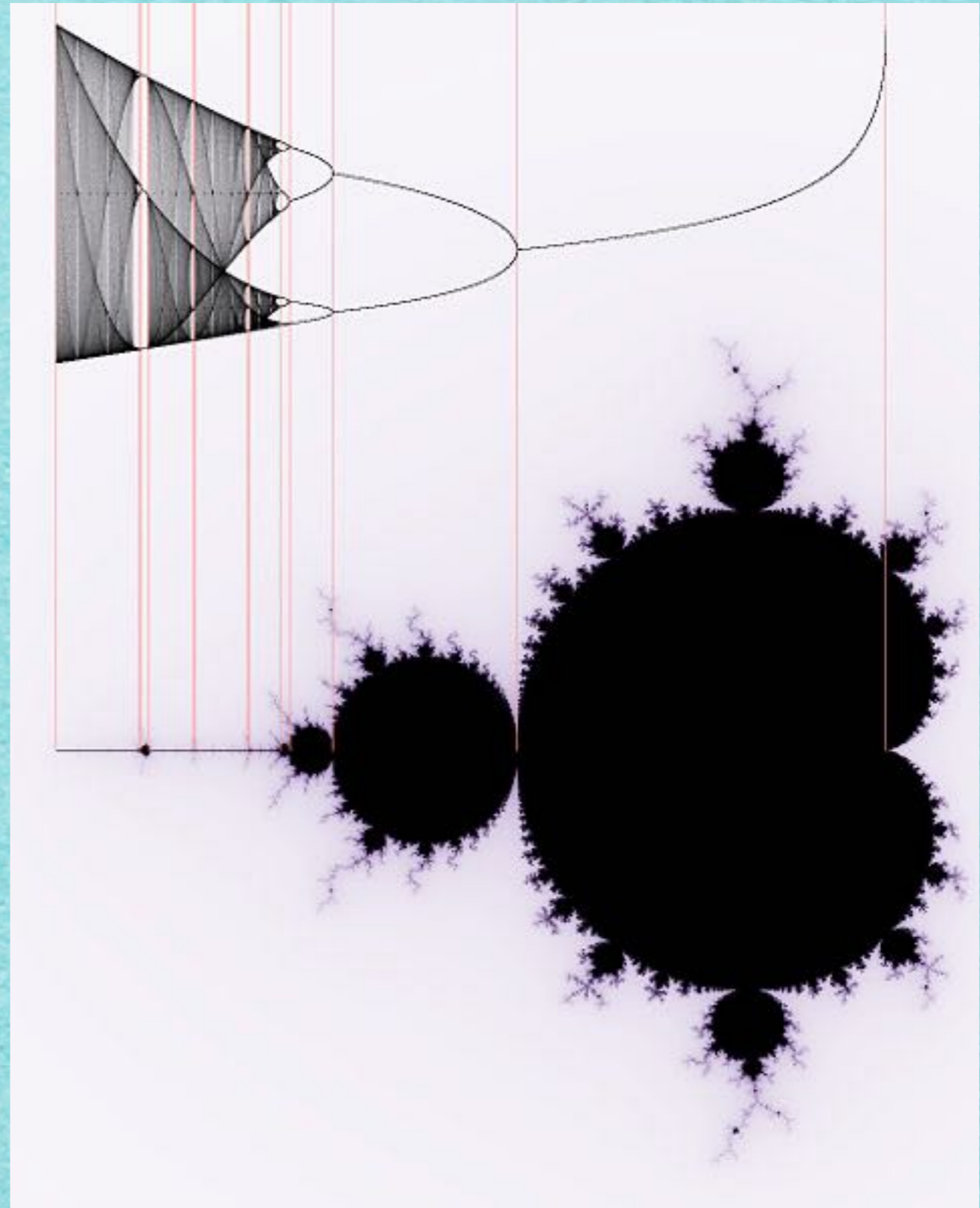
54.2 Die Mandelbrotmenge

54.2 Die Mandelbrotmenge

**Realteil auf die
logistische Iteration
abgebildet:**

54.2 Die Mandelbrotmenge

**Realteil auf die
logistische Iteration
abgebildet:**



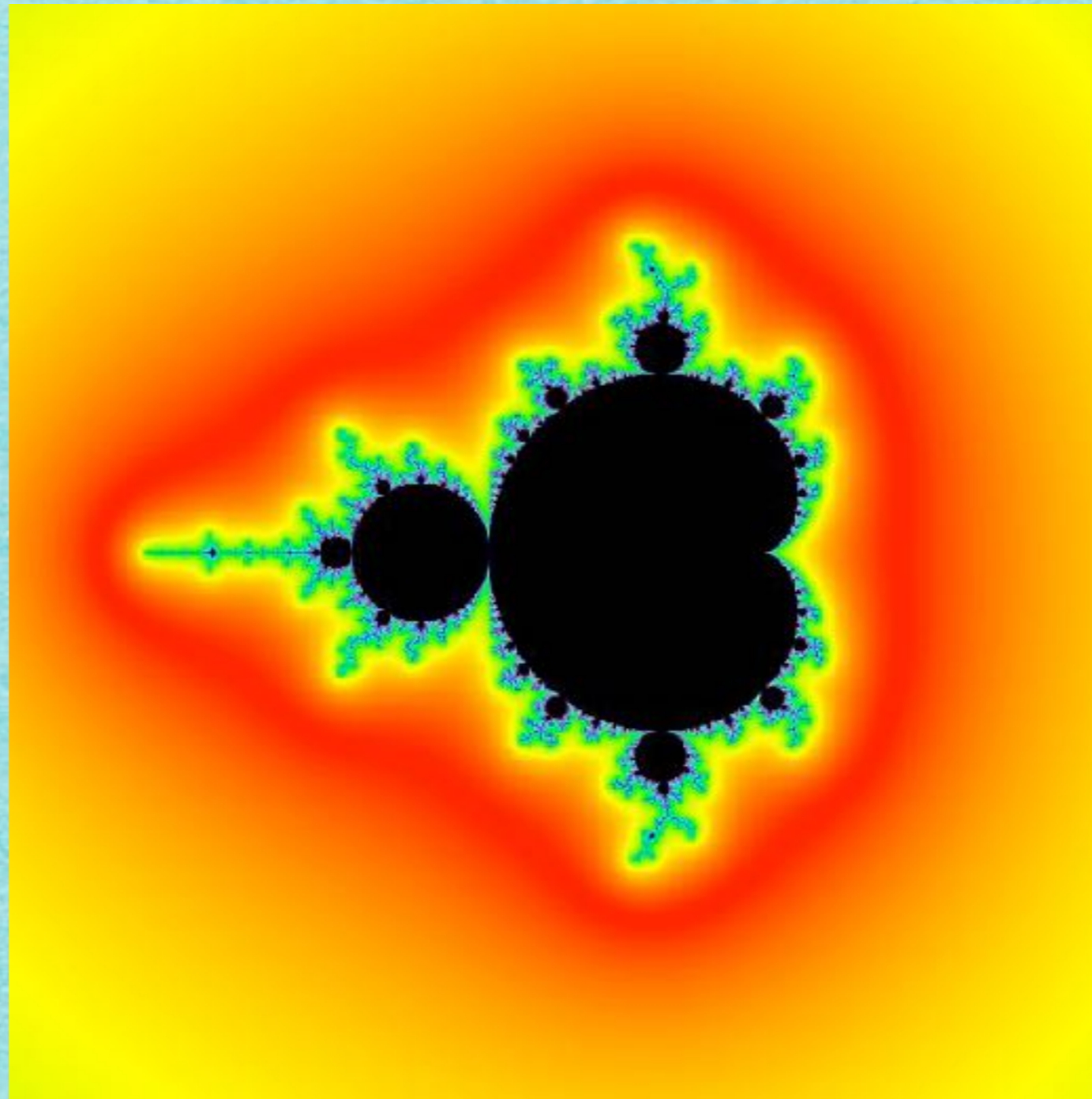
54.2 Die Mandelbrotmenge

54.2 Die Mandelbrotmenge

Farbig:

5.4.2 Die Mandelbrotmenge

Farbig:



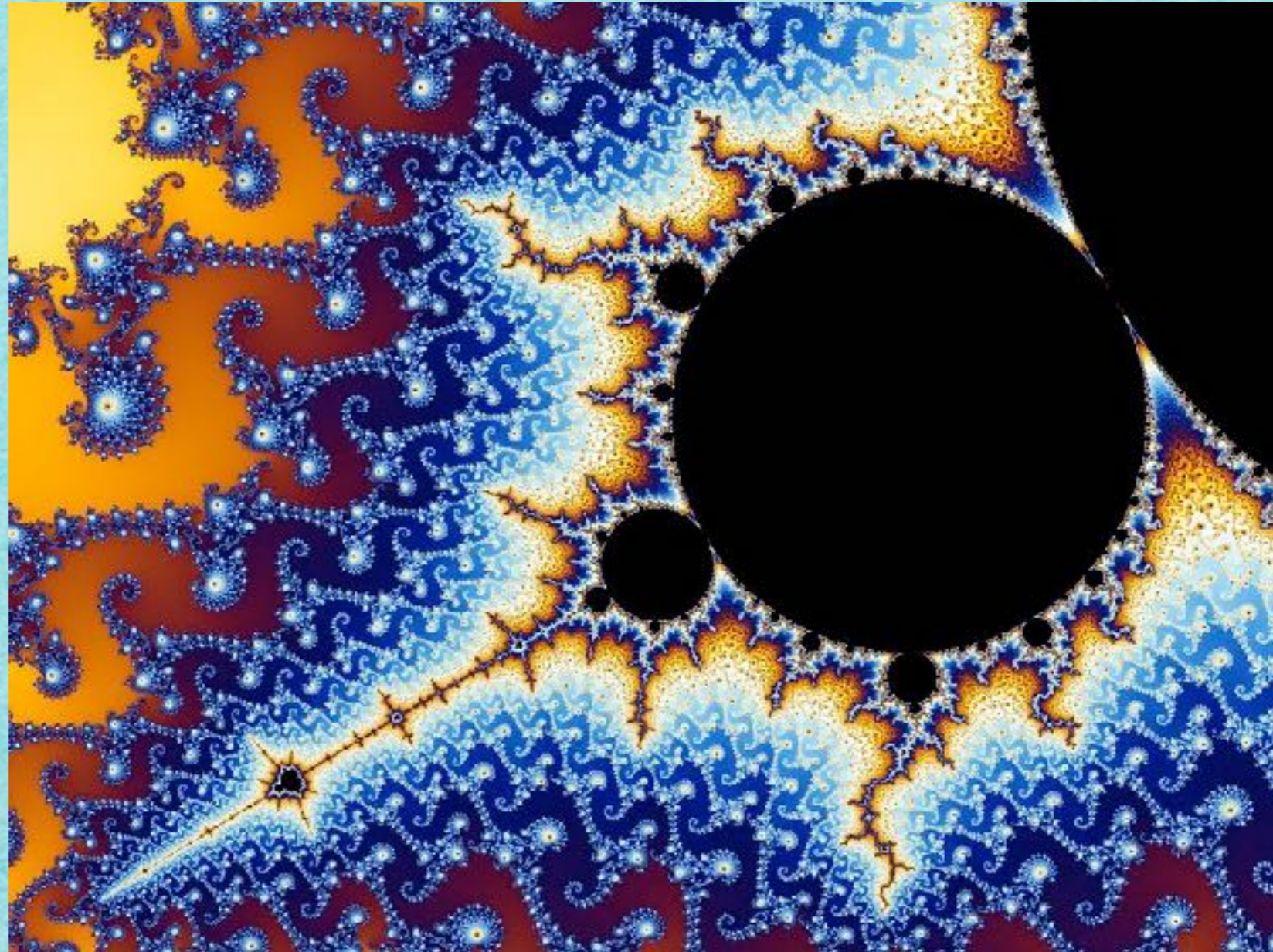
5.4.2 Die Mandelbrotmenge

5.4.2 Die Mandelbrotmenge

Ausschnitt:

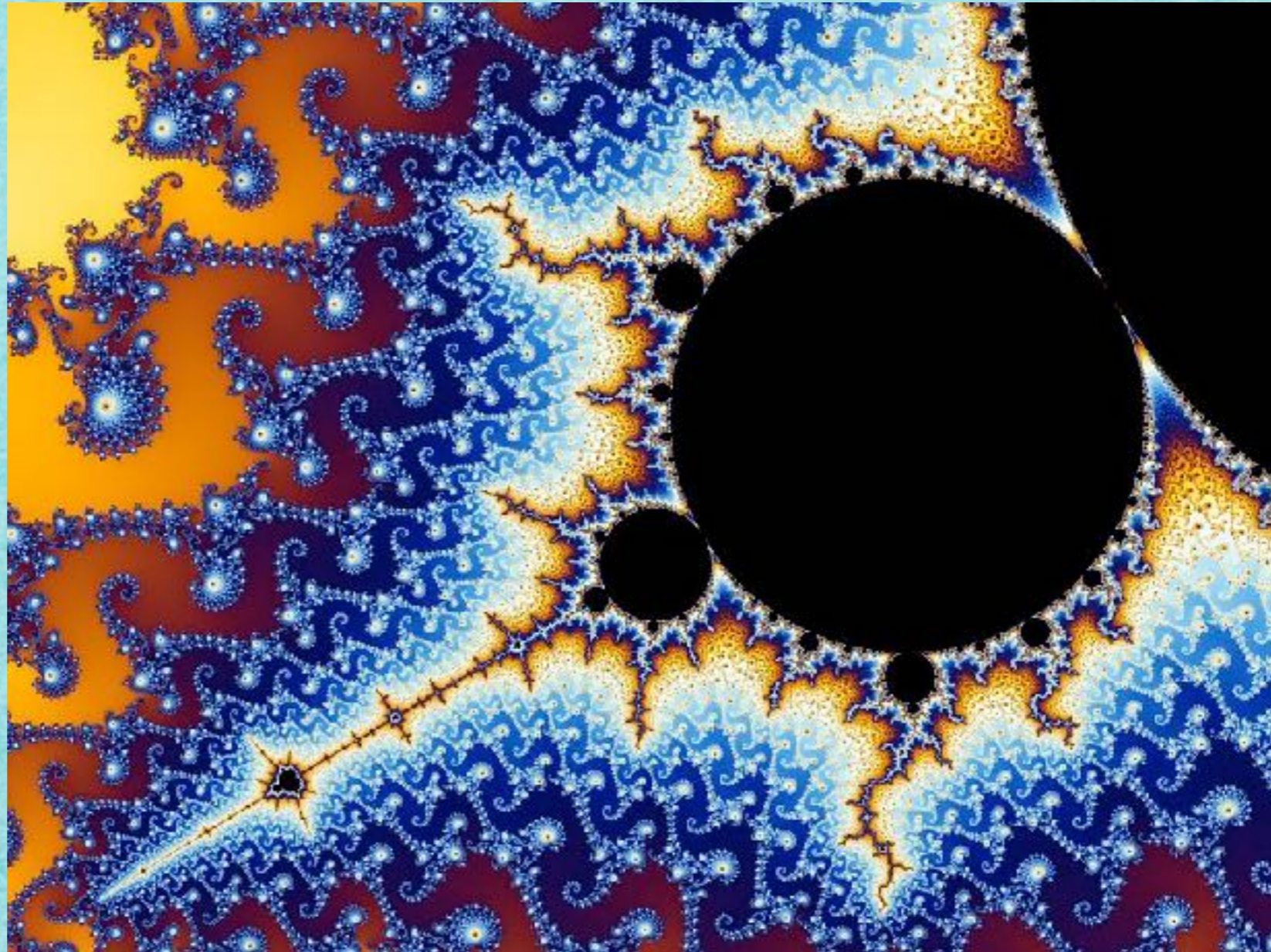
54.2 Die Mandelbrotmenge

Ausschnitt:



54.2 Die Mandelbrotmenge

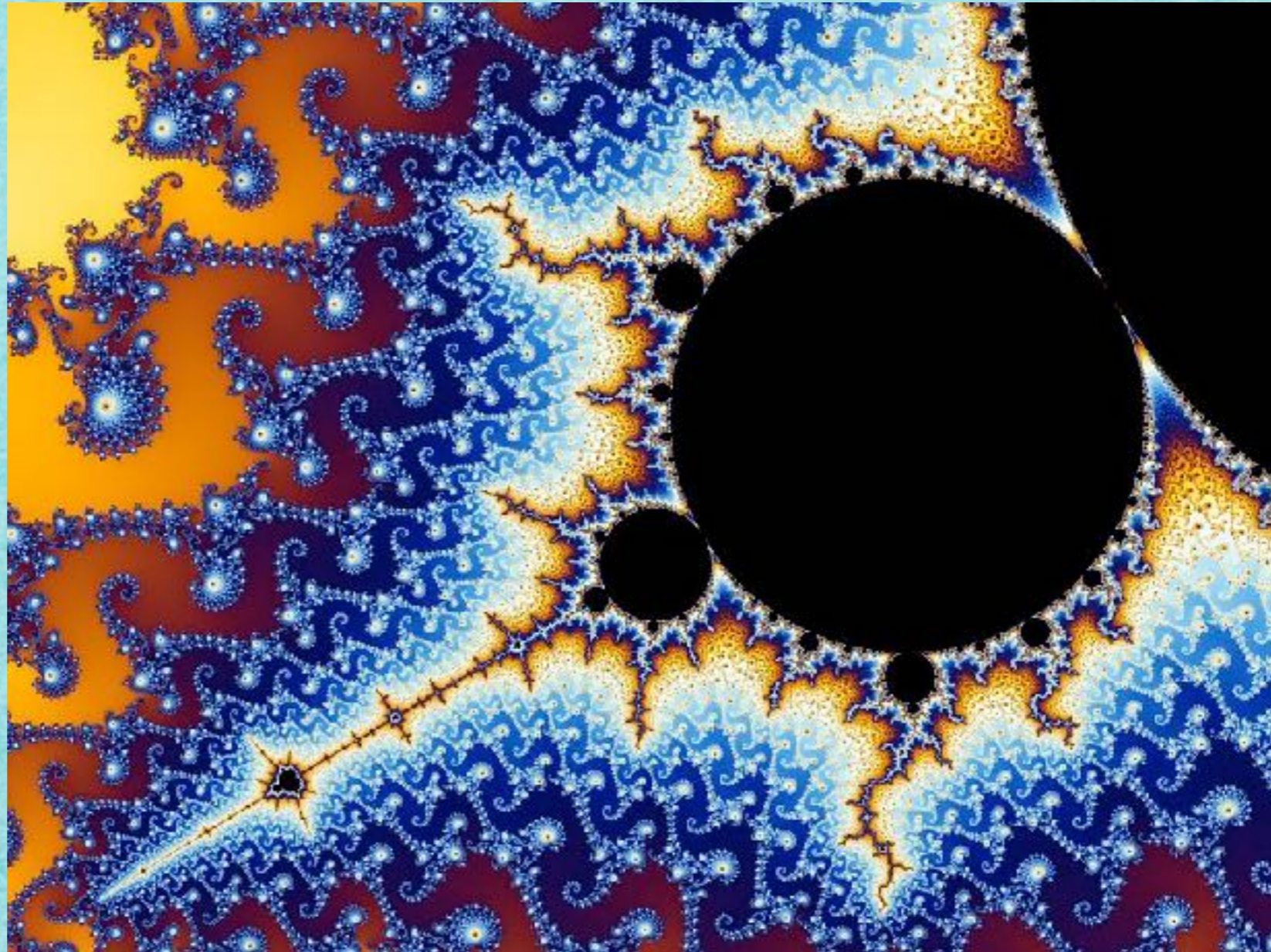
Ausschnitt:



-> Film:

54.2 Die Mandelbrotmenge

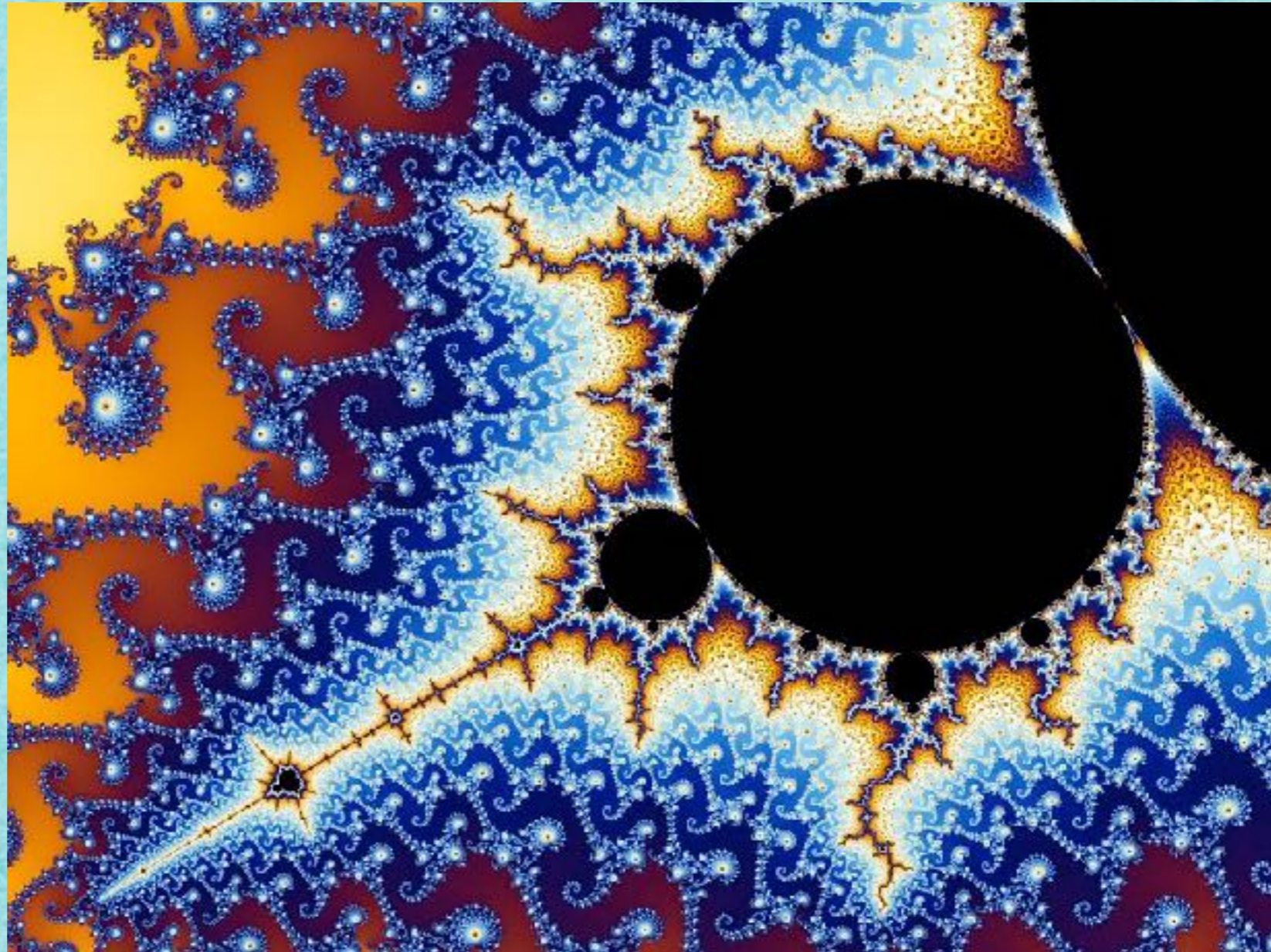
Ausschnitt:



-> Film:
• Video von tthsqe12

54.2 Die Mandelbrotmenge

Ausschnitt:

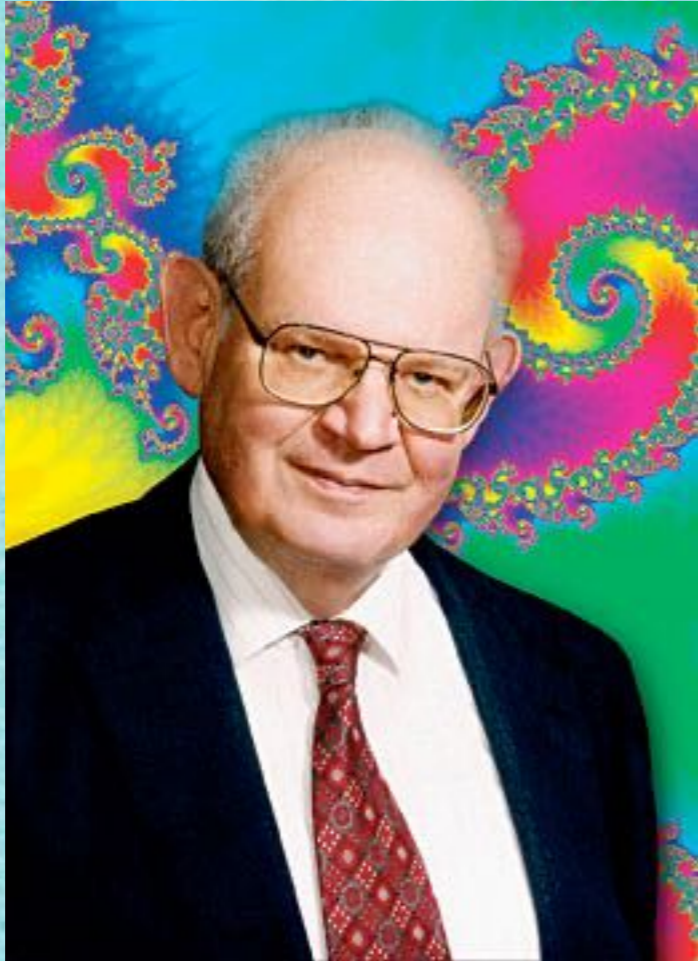


-> Film:

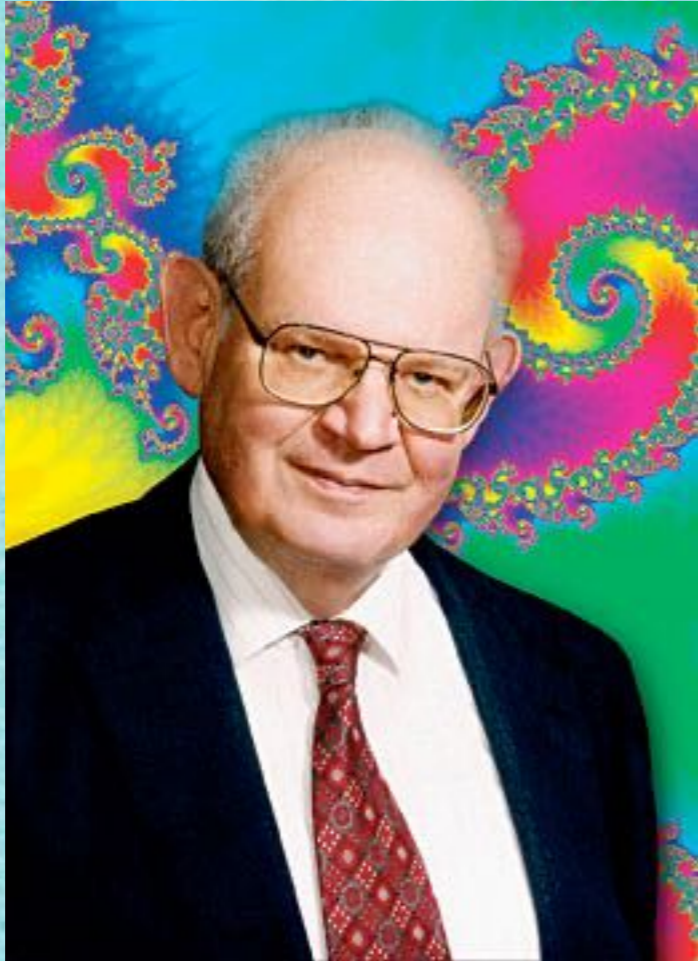
- **Video von tthsqe12**
- **Musik „Research Lab“ von Dark Flow**

54.2 Die Mandelbrotmenge

5.4.2 Die Mandelbrotmenge

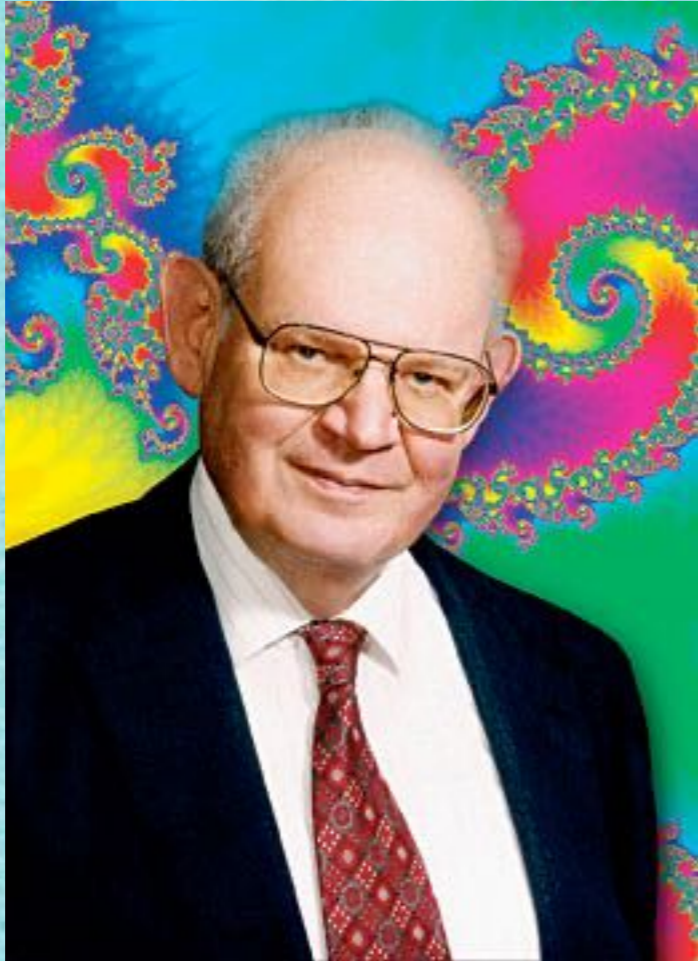


54.2 Die Mandelbrotmenge



Benoît Mandelbrot
(1924-2010)

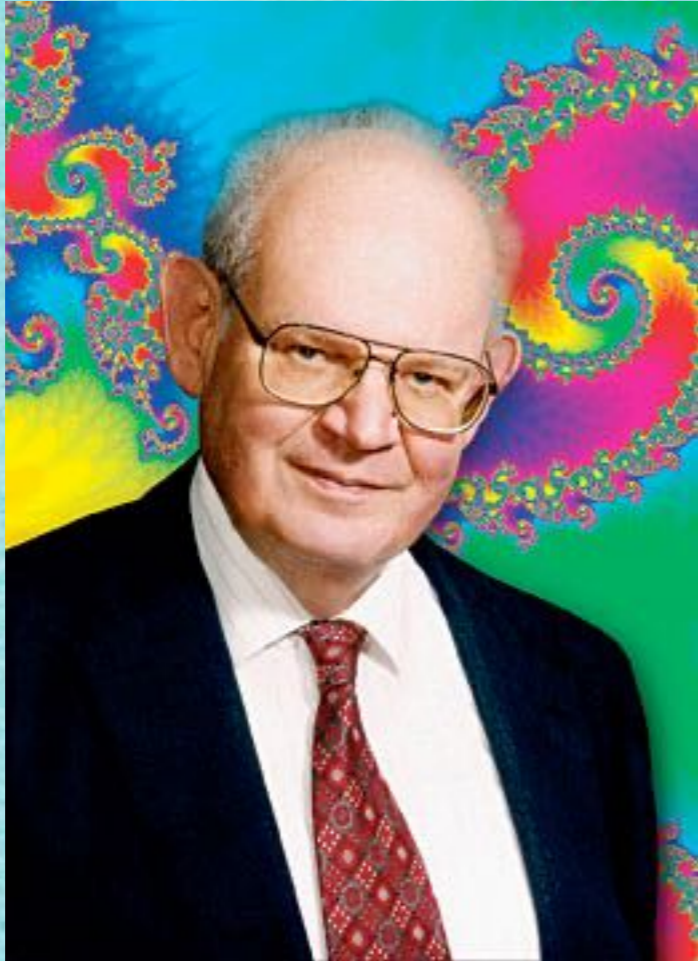
5.4.2 Die Mandelbrotmenge



Benoît Mandelbrot
(1924-2010)

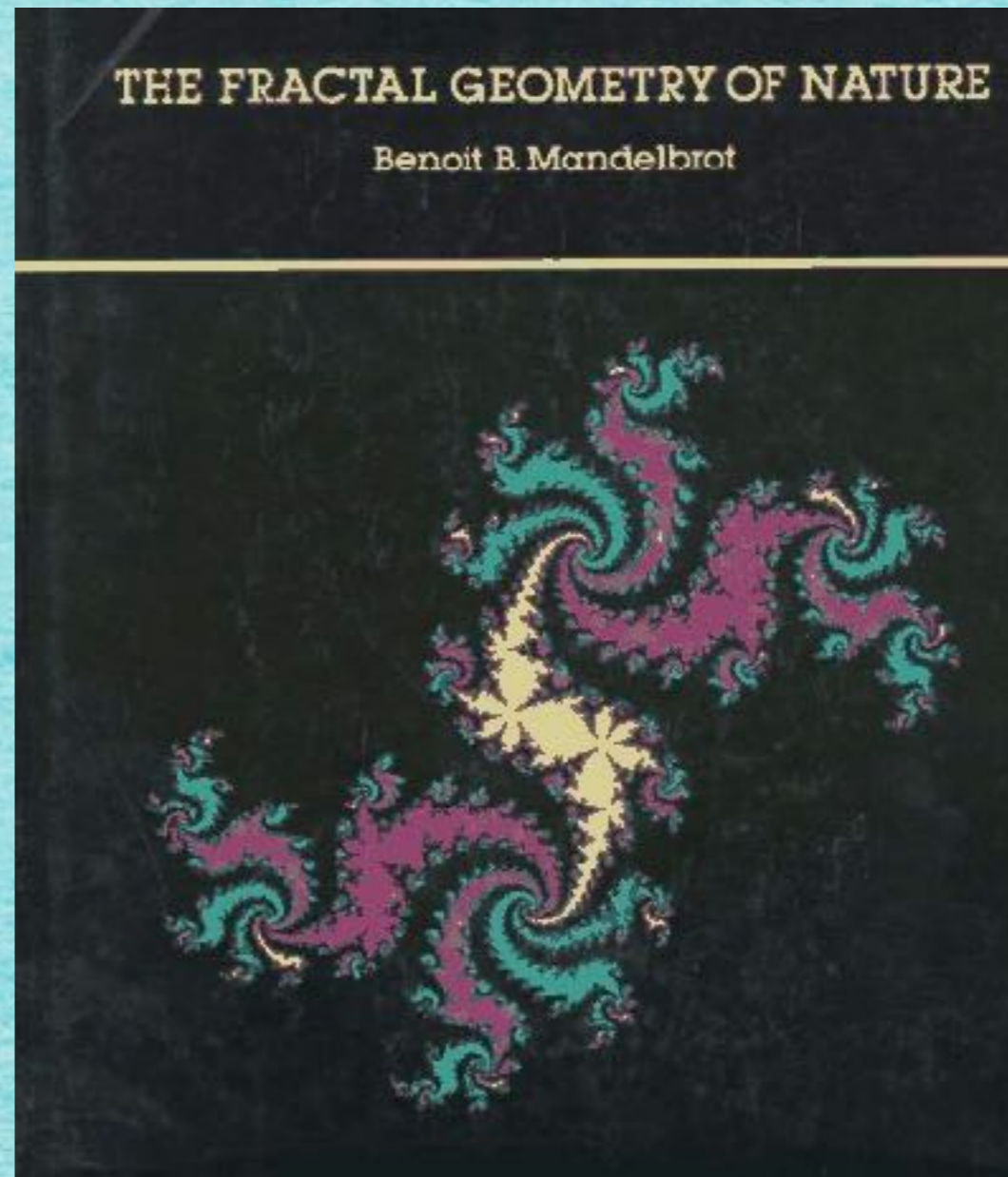
Fractal Geometry of Nature
(1982)

54.2 Die Mandelbrotmenge

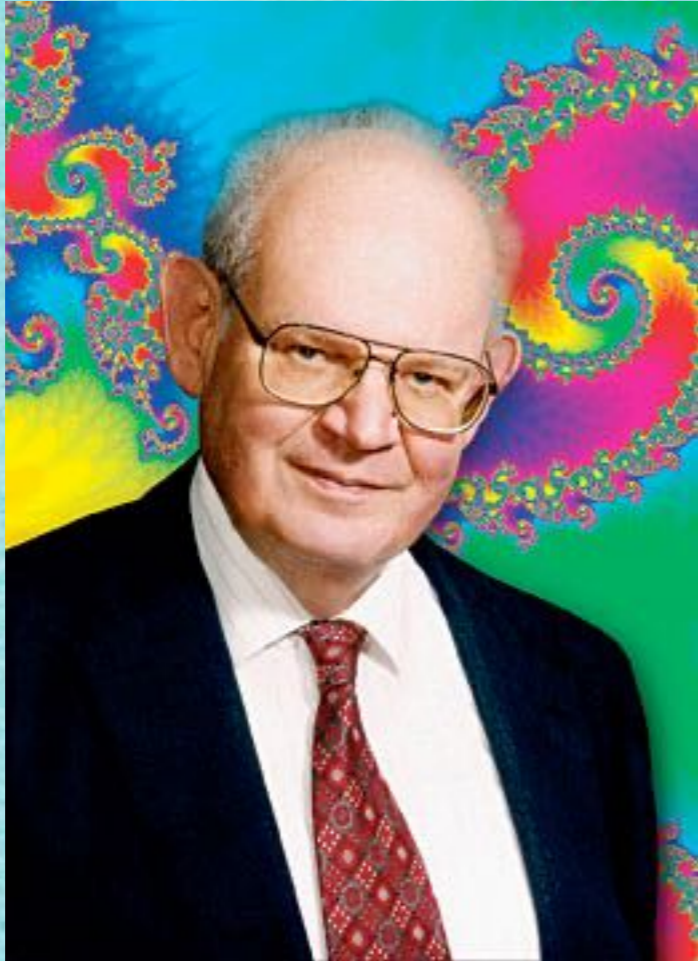


Benoît Mandelbrot
(1924-2010)

Fractal Geometry of Nature
(1982)



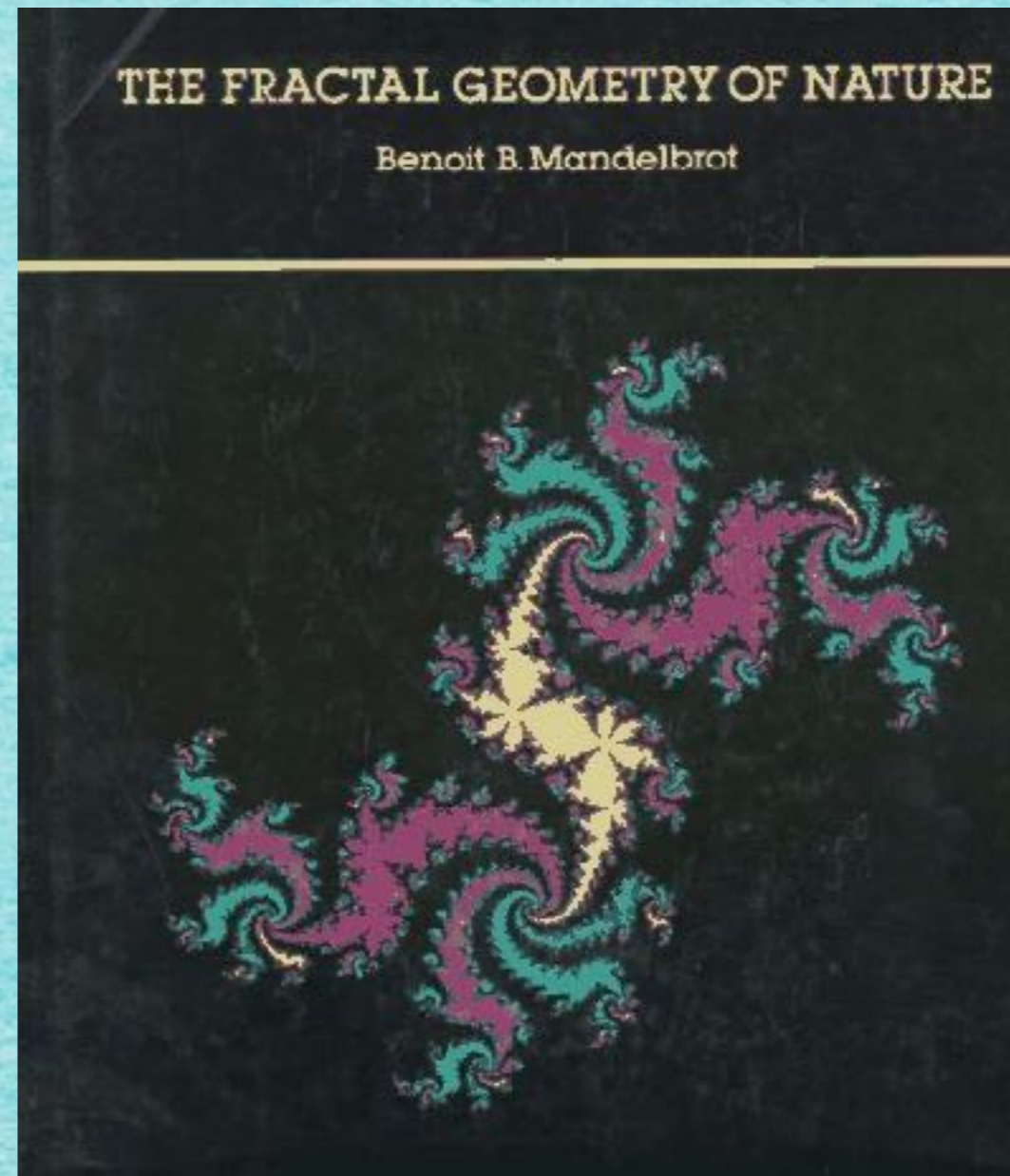
54.2 Die Mandelbrotmenge



Benoît Mandelbrot
(1924-2010)

Erste Dauerprofessur:
1999

Fractal Geometry of Nature
(1982)



54.3 Fraktale

54.3 Fraktale

Mandelbrot
(1967)

54.3 Fraktale

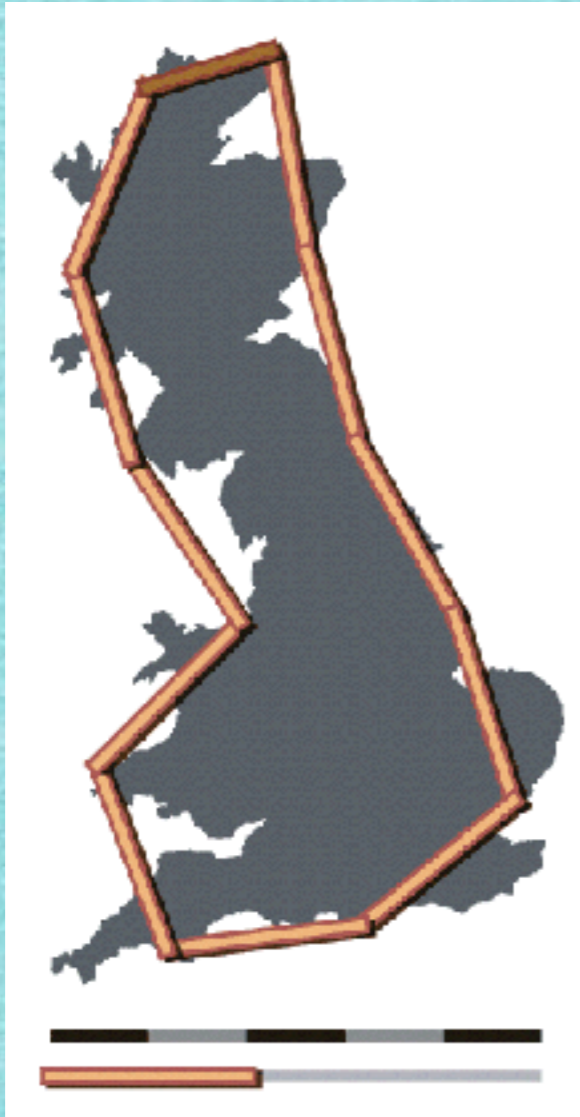
Mandelbrot
(1967)

How long is the coast line of Britain?

54.3 Fraktale

Mandelbrot
(1967)

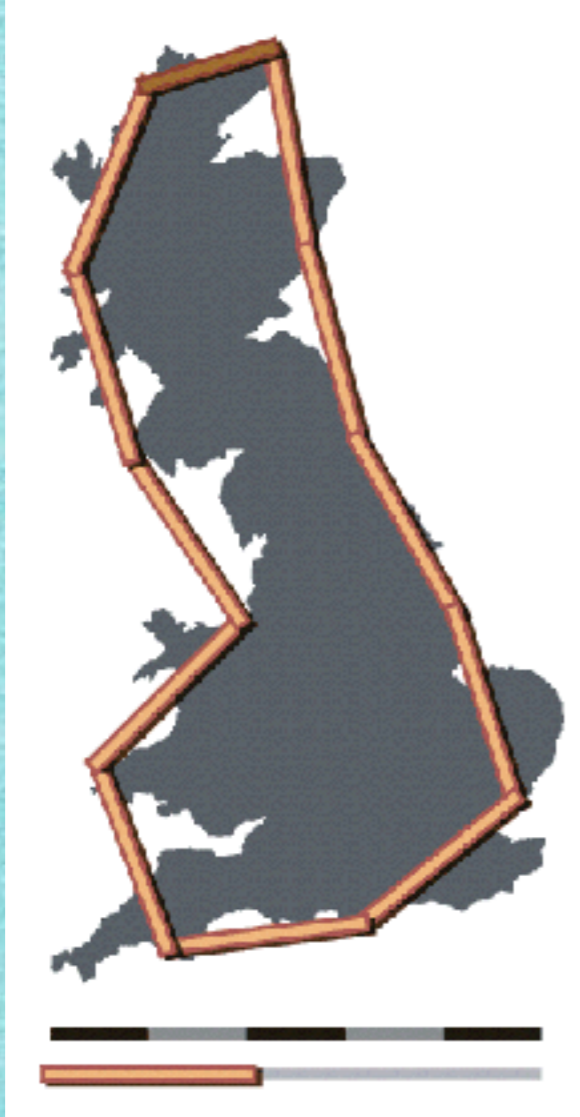
How long is the coast line of Britain?



54.3 Fraktale

Mandelbrot
(1967)

How long is the coast line of Britain?

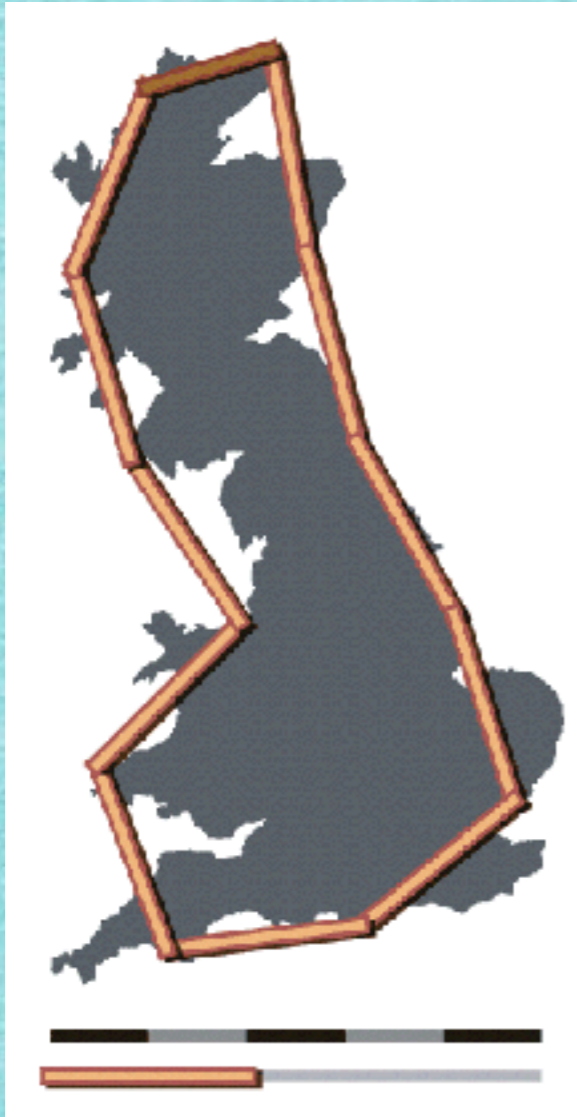


Maßstab 200km:
2350km

54.3 Fraktale

Mandelbrot
(1967)

How long is the coast line of Britain?

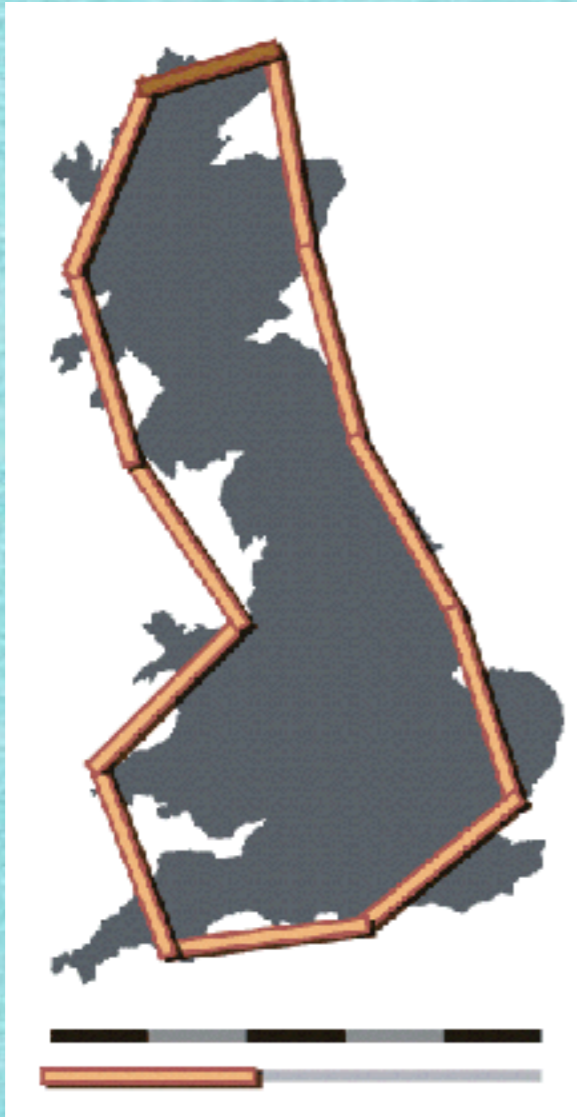


Maßstab 200km:
2350km

54.3 Fraktale

Mandelbrot
(1967)

How long is the coast line of Britain?



Maßstab 200km:
2350km

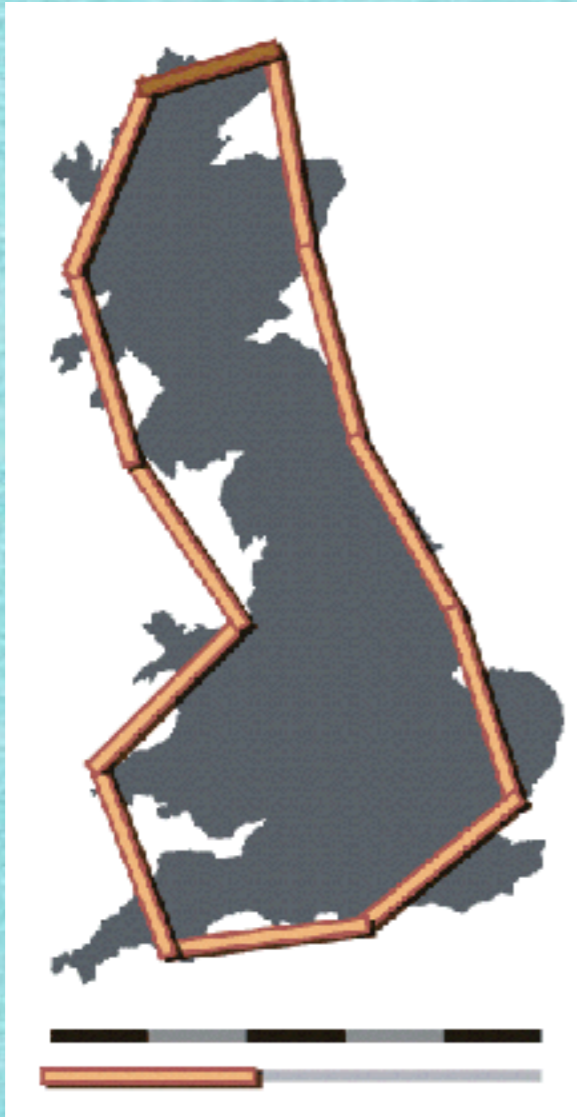


Maßstab 100km:
2775km

54.3 Fraktale

Mandelbrot
(1967)

How long is the coast line of Britain?



Maßstab 200km:
2350km



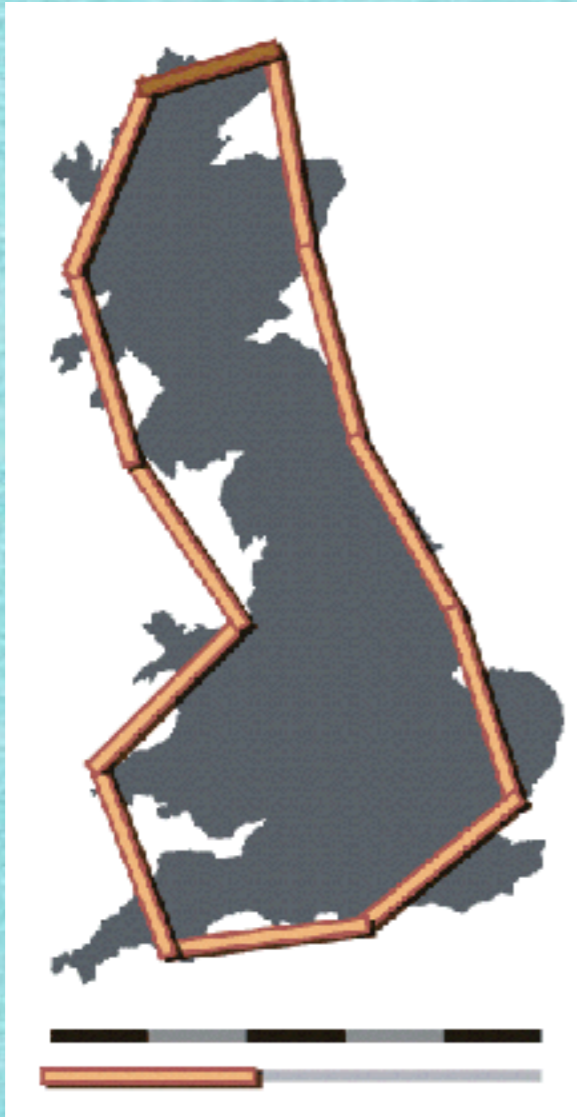
Maßstab 100km:
2775km



54.3 Fraktale

Mandelbrot
(1967)

How long is the coast line of Britain?



Maßstab 200km:
2350km



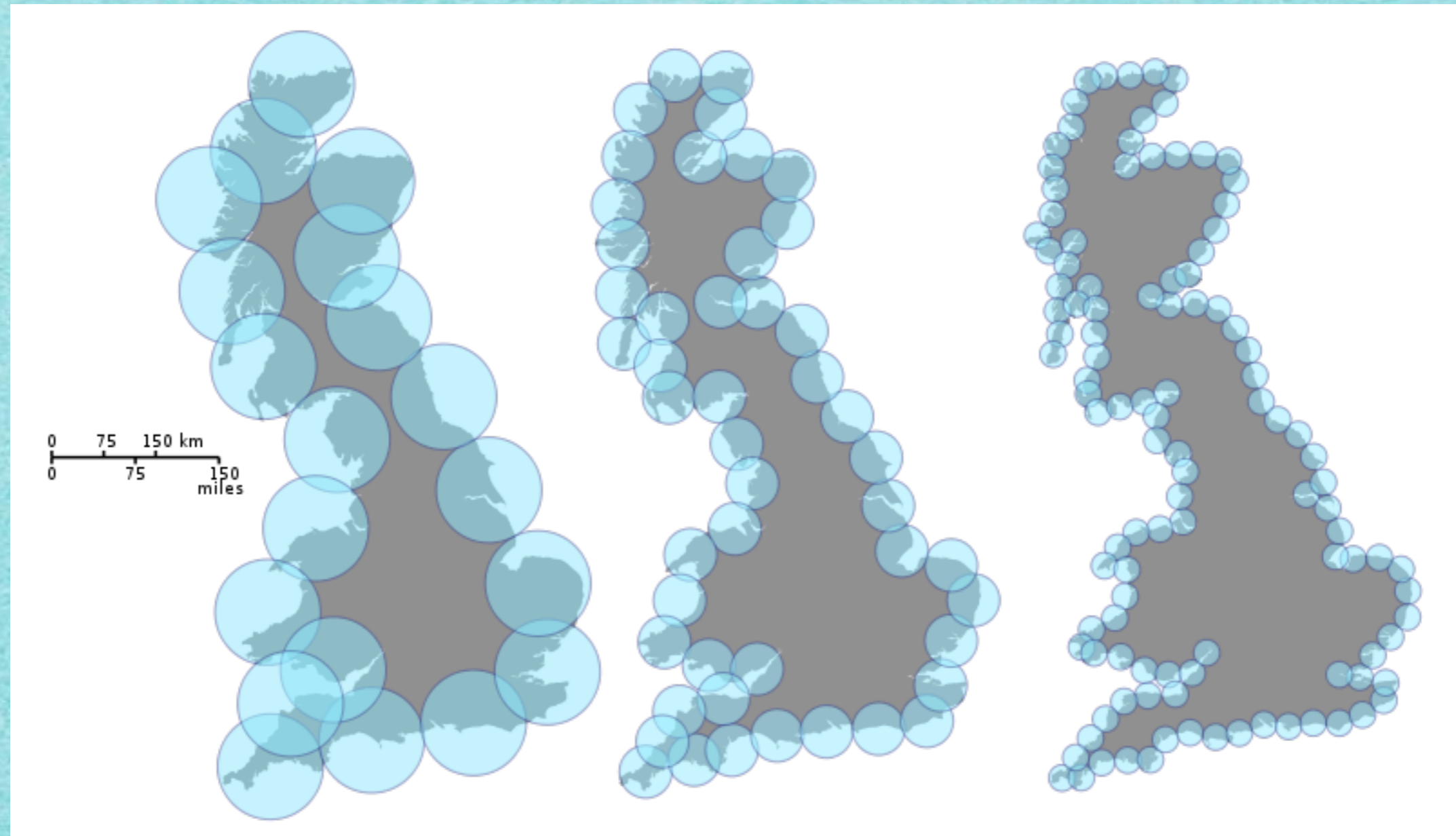
Maßstab 100km:
2775km



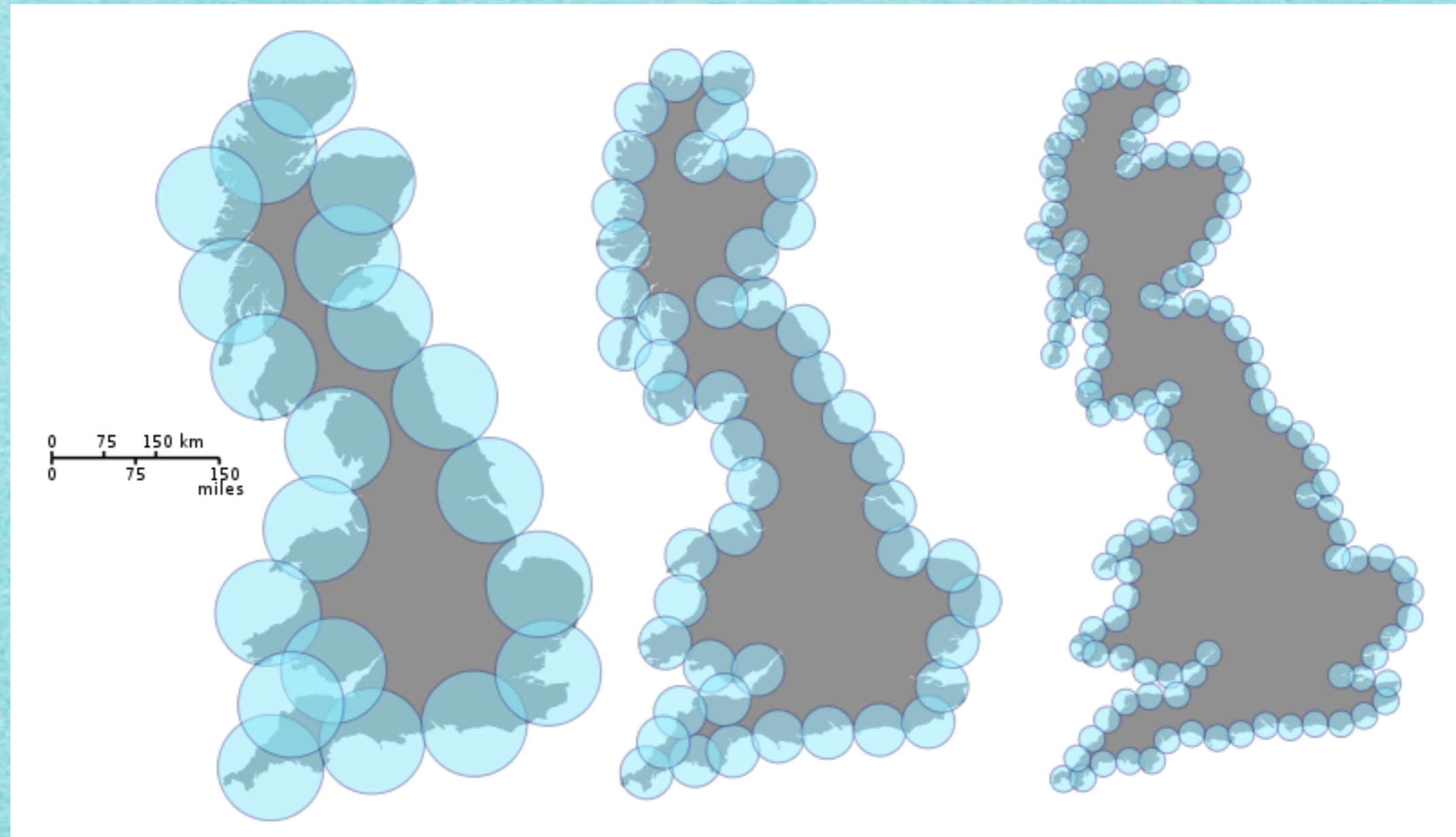
Maßstab 50km:
3425km

54.3 Fraktale

54.3 Fraktale



54.3 Fraktale



*Hausdorff-Dimension:
Wie wächst das Gesamtmaß in Abhängigkeit von der Größe?*

54.3 Fraktale

54.3 Fraktale



54.3 Fraktale



Niels Fabian Helge
Hartmut von Koch
(1870-1924)

54.3 Fraktale



Niels Fabian Helge
Hartmut von Koch
(1870-1924)

Schneeflockenkurve

54.3 Fraktale



Niels Fabian Helge
Hartmut von Koch
(1870-1924)

Schneeflockenkurve

(1904)

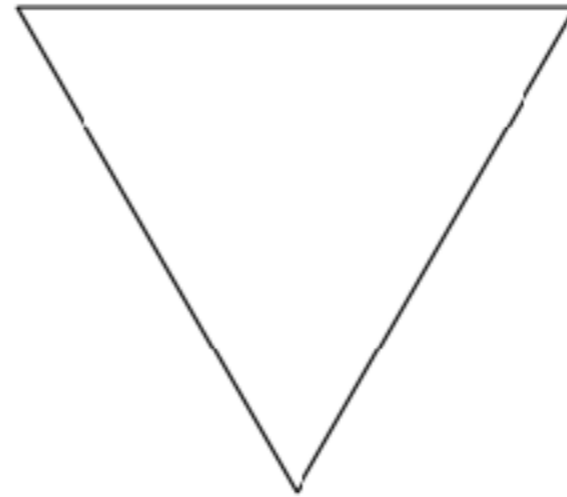
54.3 Fraktale



Niels Fabian Helge
Hartmut von Koch
(1870-1924)

Schneeflockenkurve

(1904)



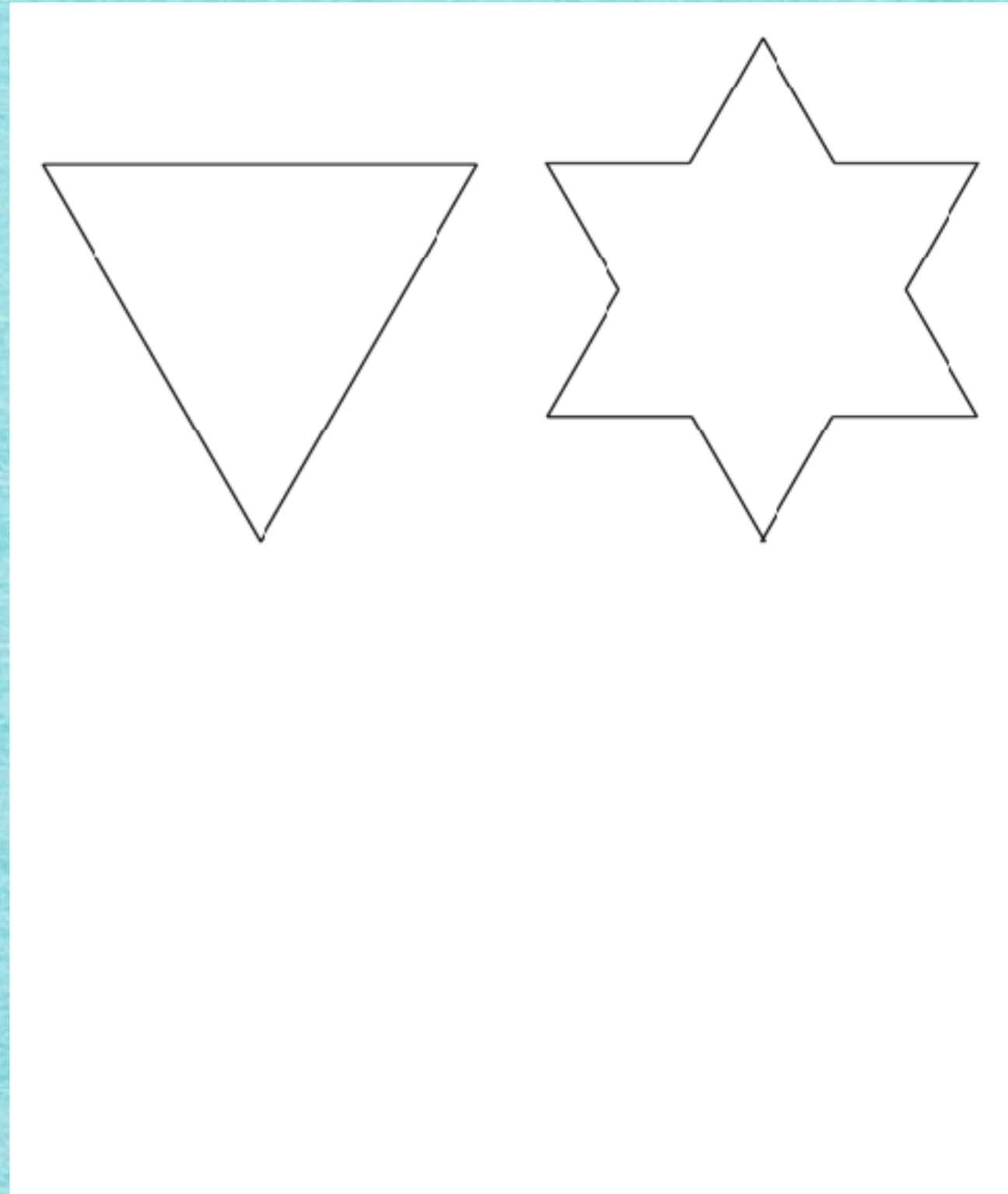
54.3 Fraktale



Niels Fabian Helge
Hartmut von Koch
(1870-1924)

Schneeflockenkurve

(1904)



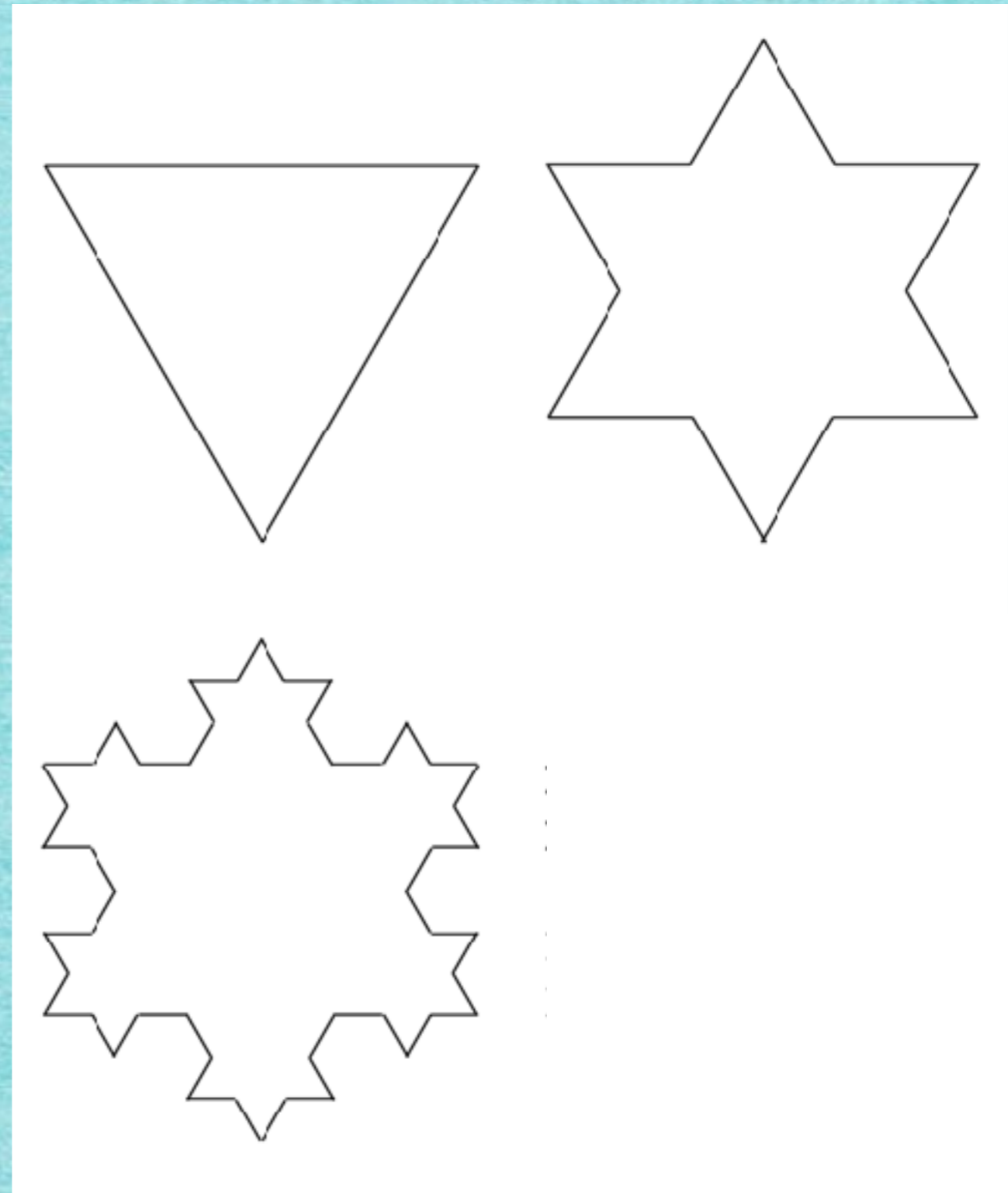
54.3 Fraktale



Niels Fabian Helge
Hartmut von Koch
(1870-1924)

Schneeflockenkurve

(1904)



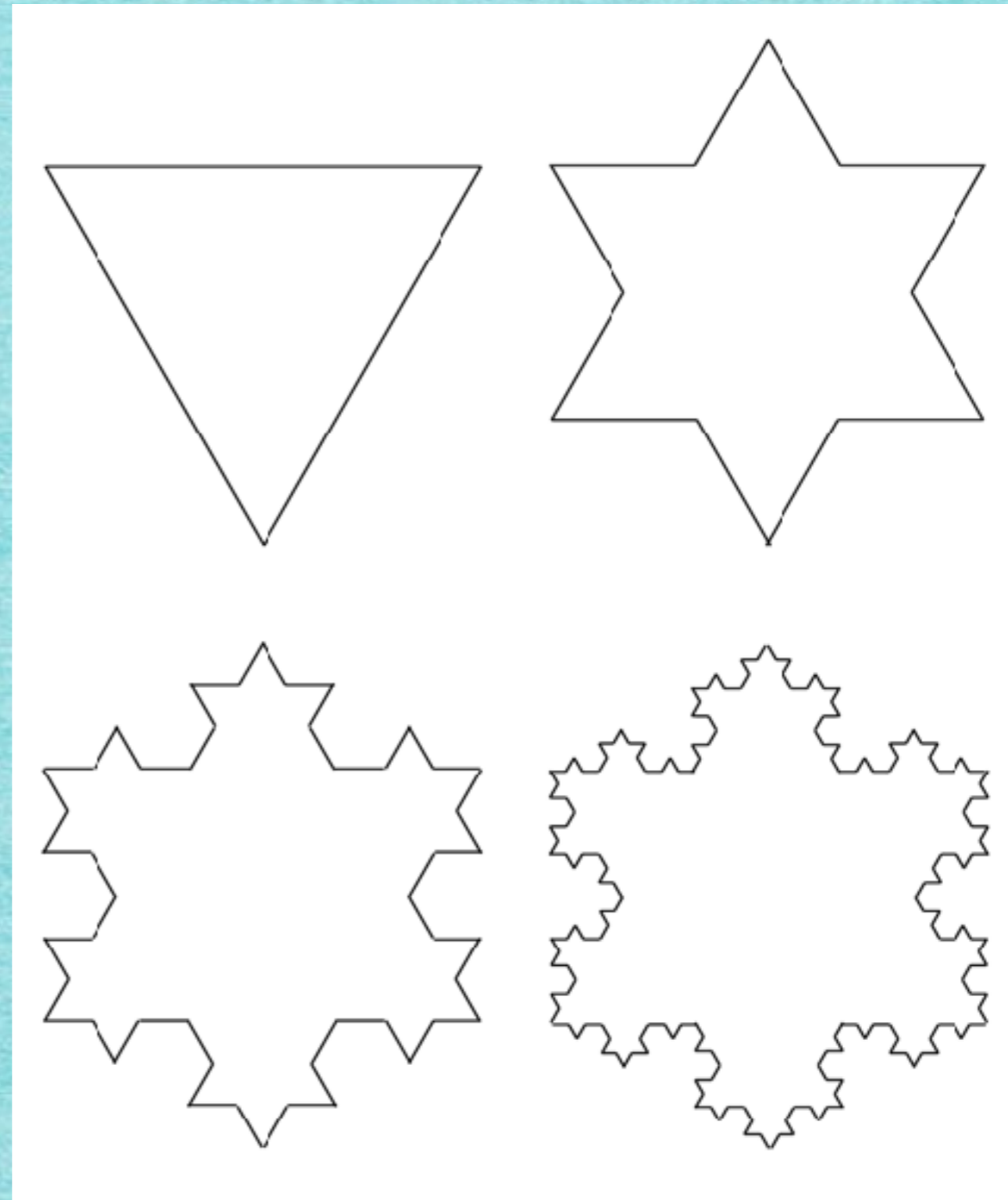
54.3 Fraktale



Niels Fabian Helge
Hartmut von Koch
(1870-1924)

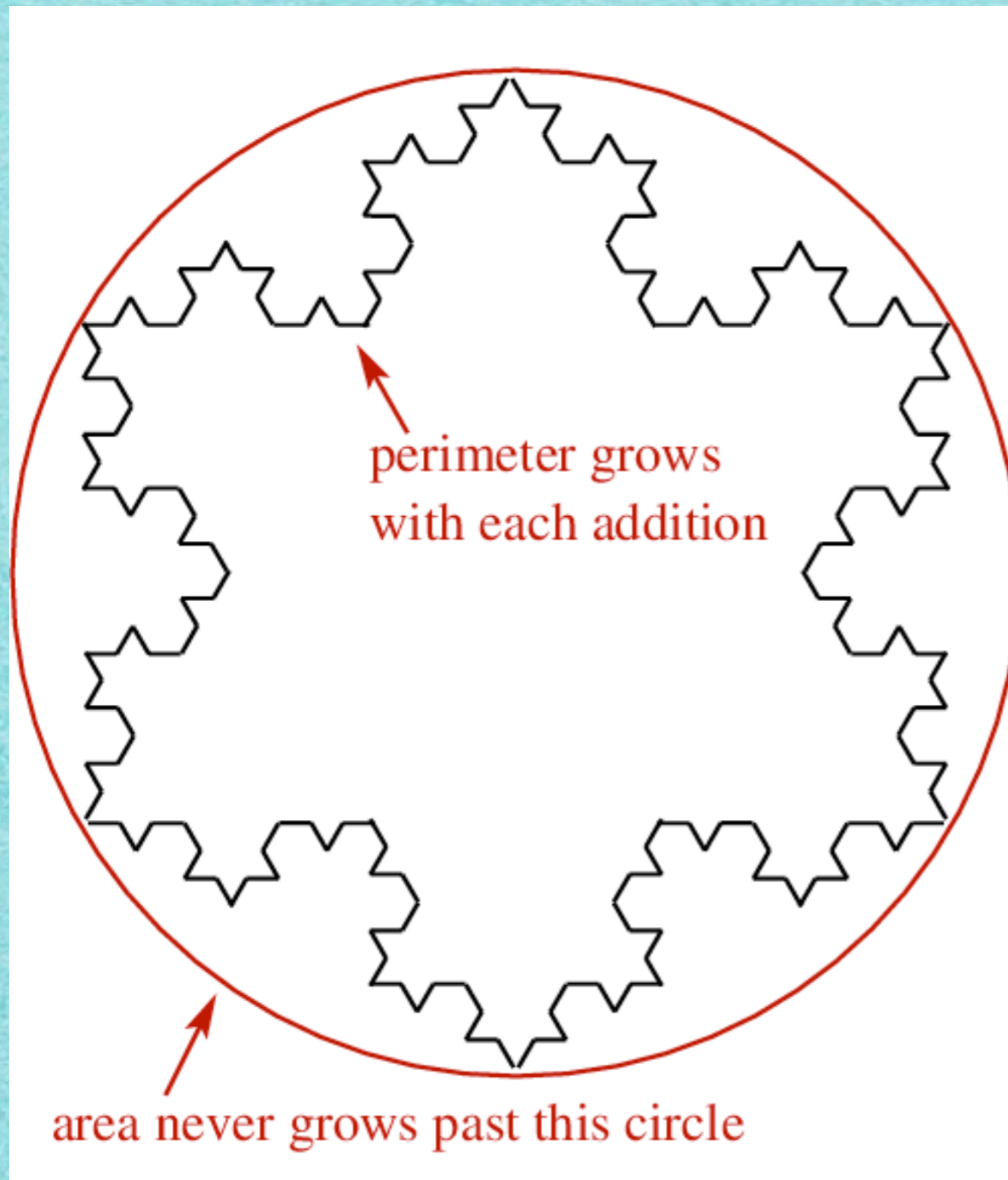
Schneeflockenkurve

(1904)



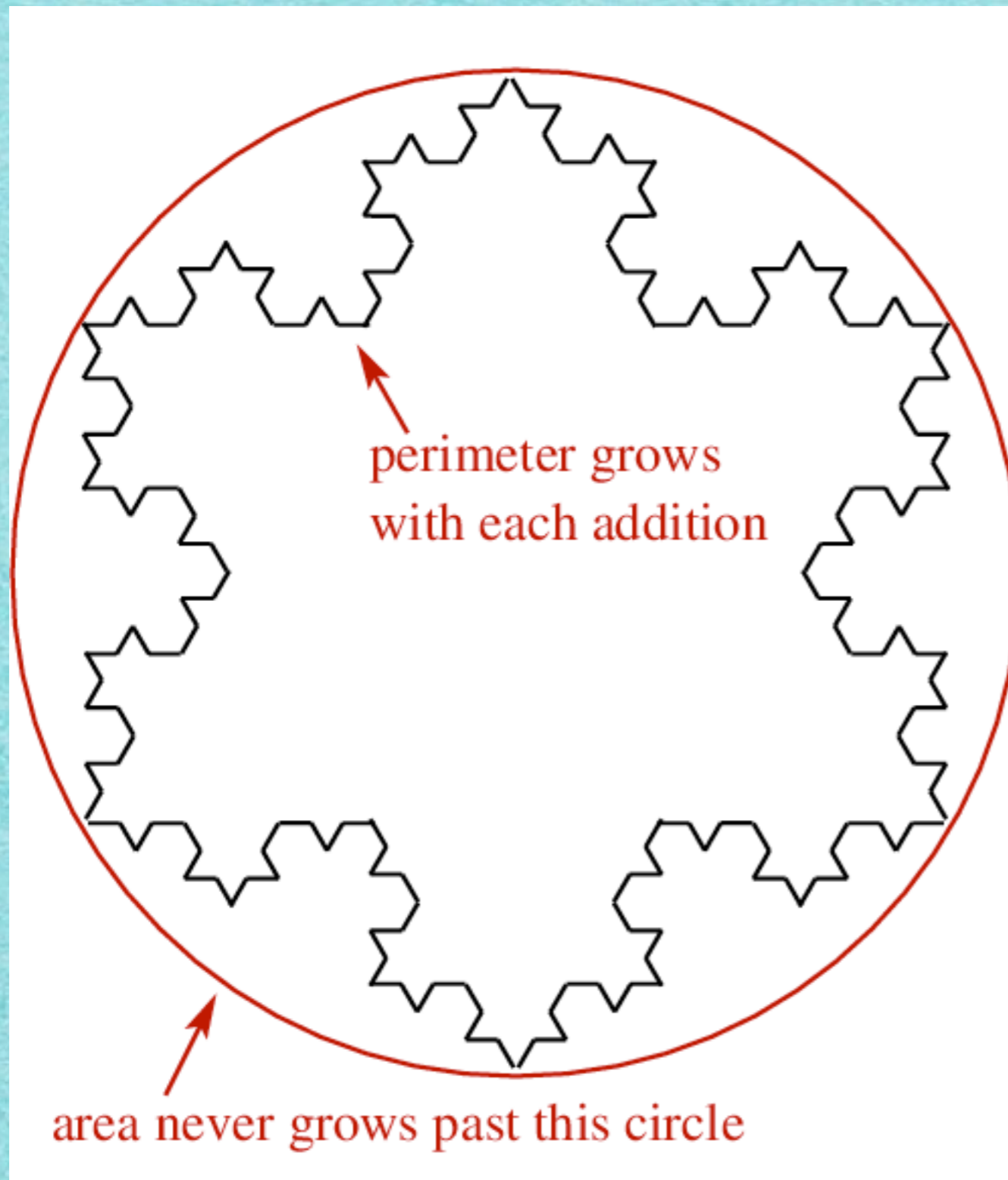
54.3 Fraktale

54.3 Fraktale

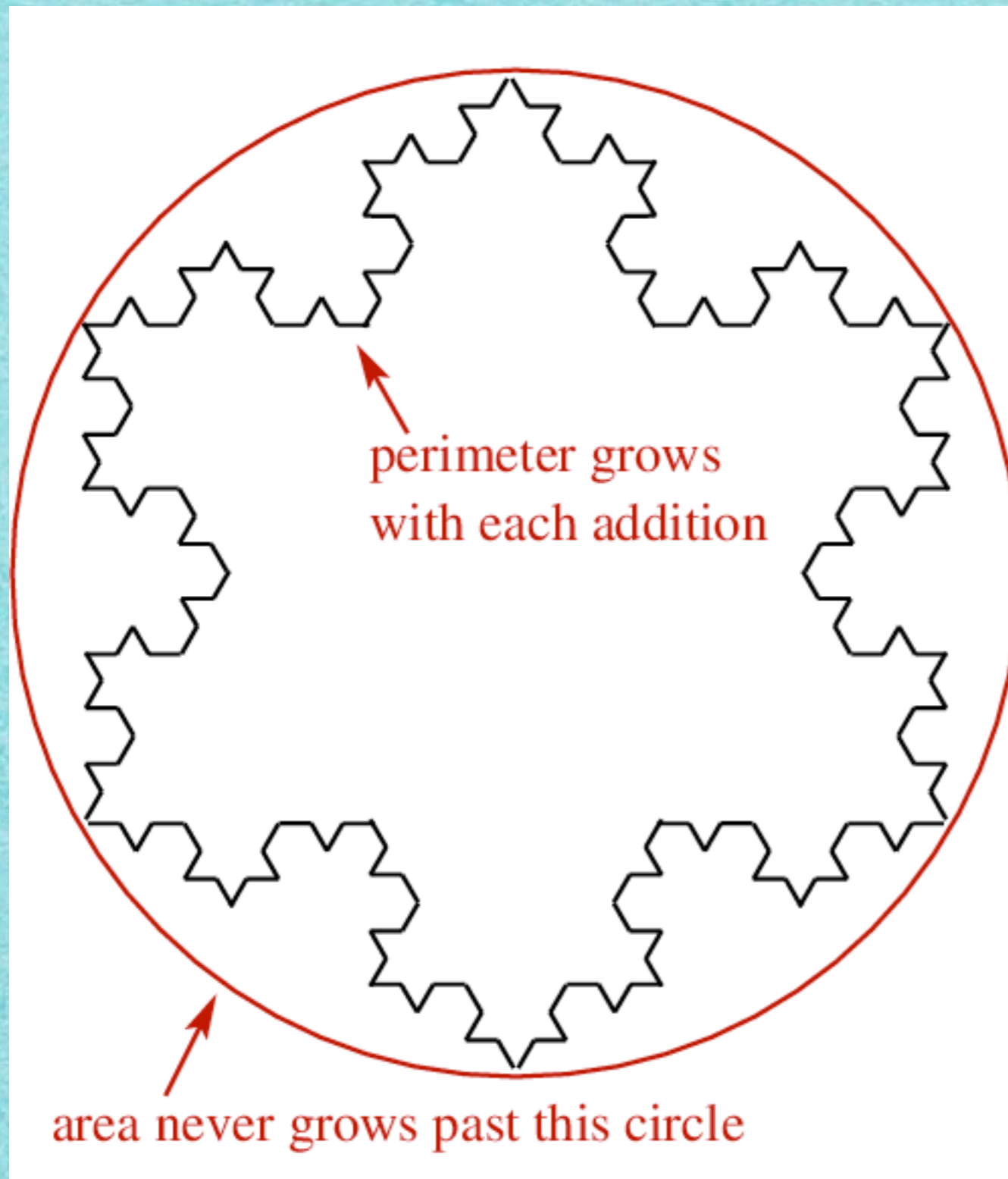


54.3 Fraktale

Pro Iteration:
Länge wächst um
Faktor $\frac{4}{3}$



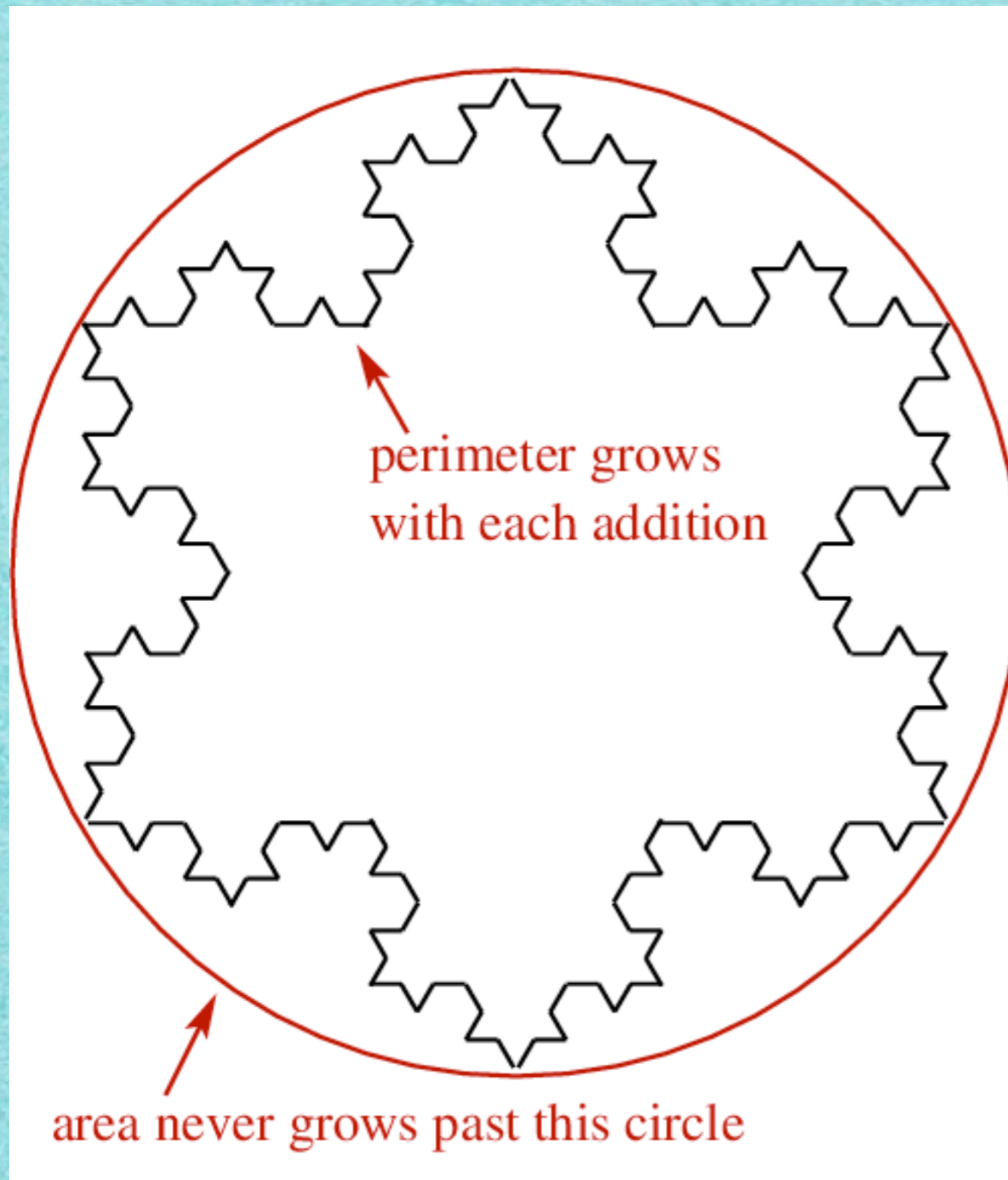
54.3 Fraktale



Pro Iteration:
Länge wächst um
Faktor $4/3$

Hausdorff-Dimension
des Randes:
 $\log(4)/\log(3)$
 $= 1.2618595\dots$

54.3 Fraktale



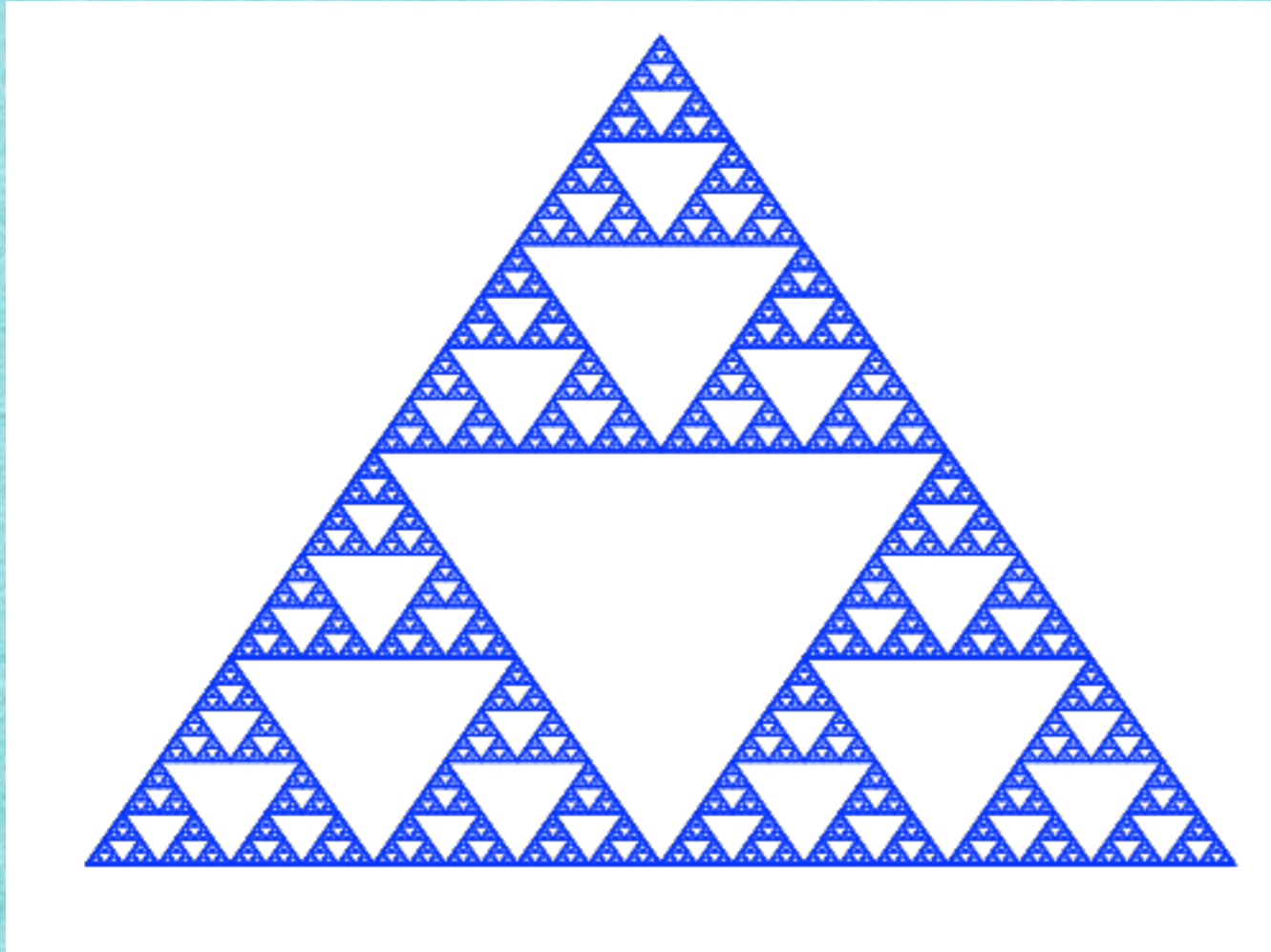
Pro Iteration:
Länge wächst um
Faktor $4/3$

Hausdorff-Dimension
des Randes:
 $\log(4)/\log(3)$
 $= 1.2618595\dots$

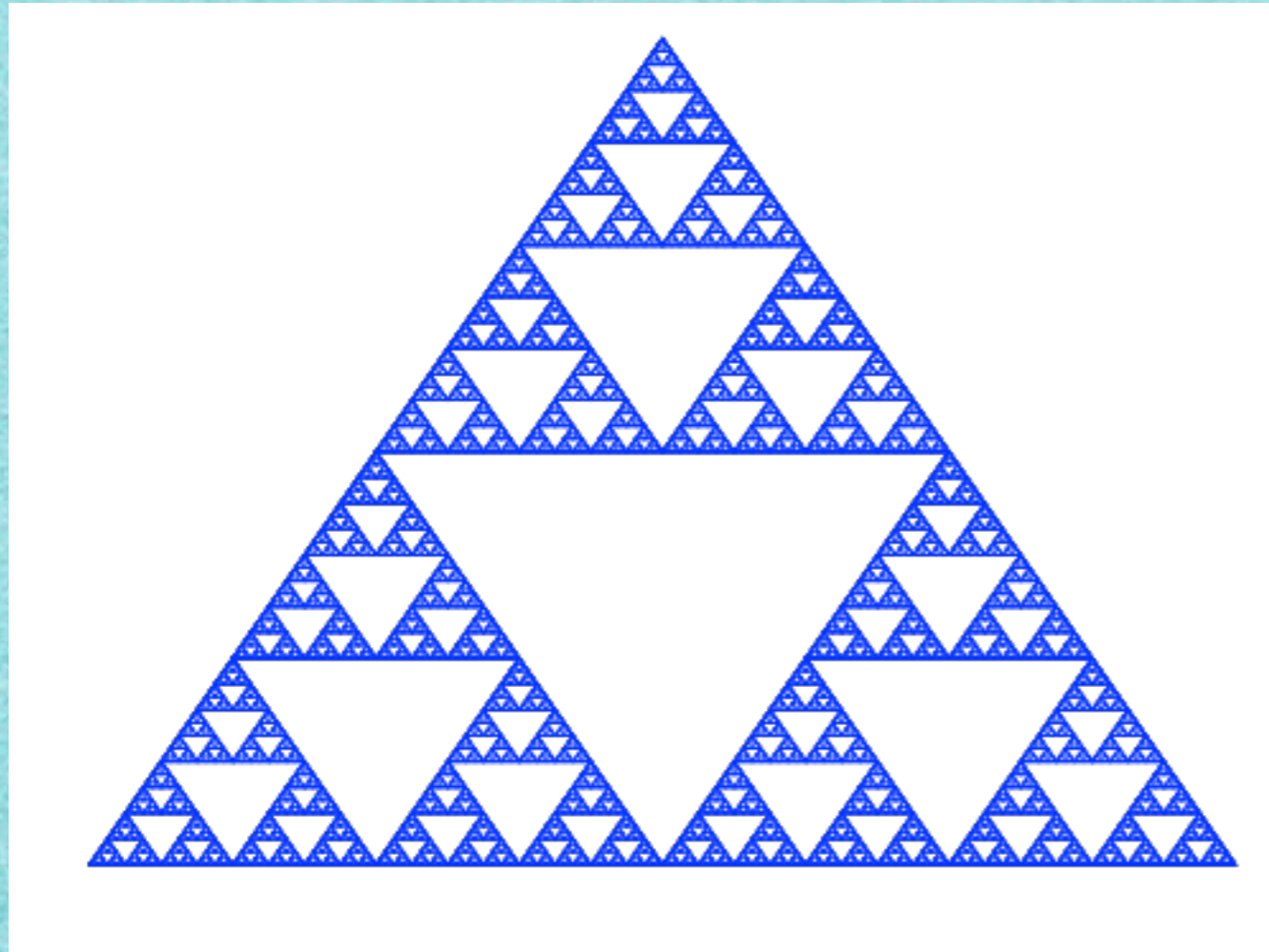
Fläche:
Länge wächst um
Faktor $4/3$

54.3 Fraktale

54.3 Fraktale

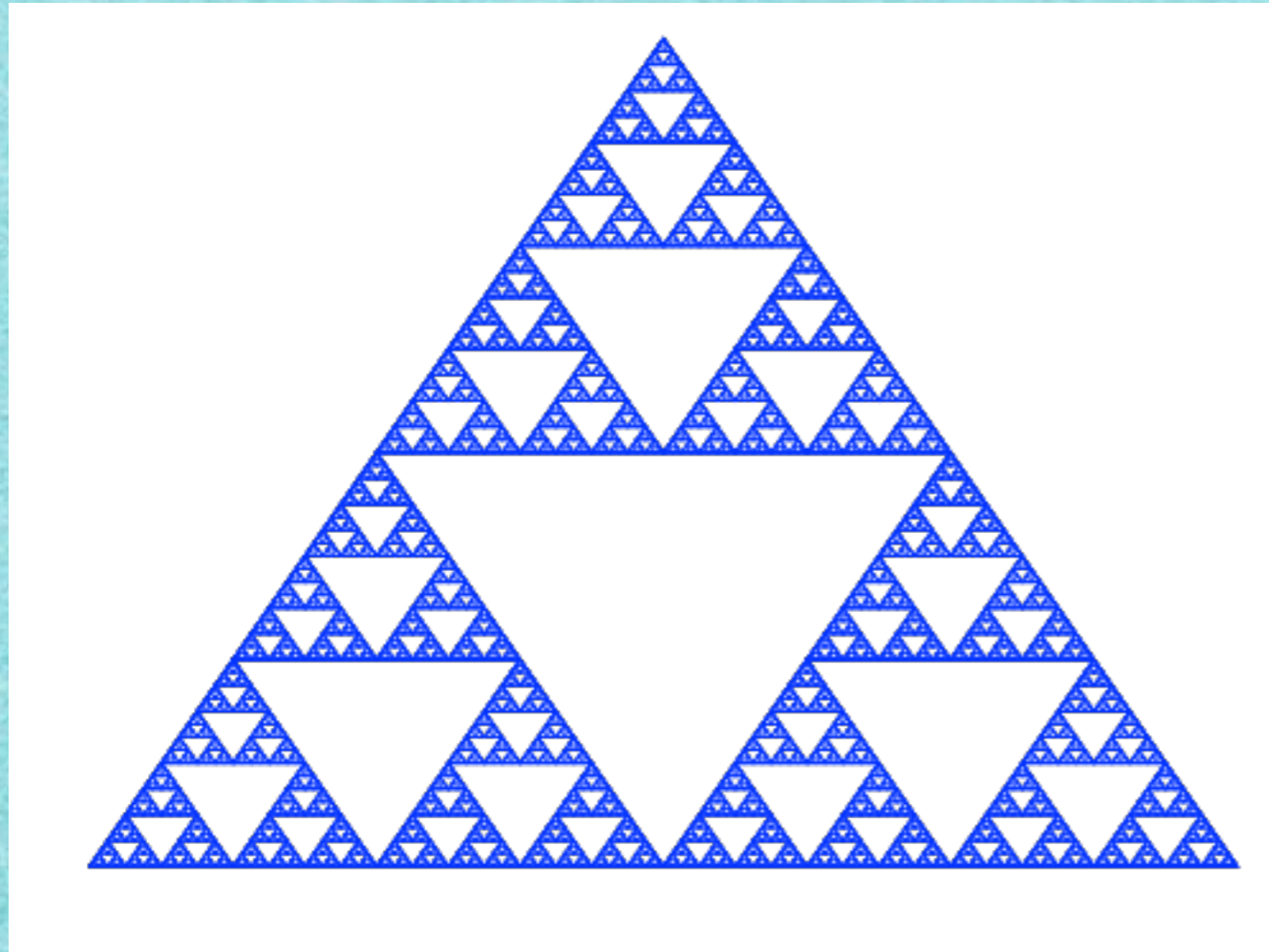


54.3 Fraktale



Sierpinski-Dreieck:
Fläche schrumpft um
Faktor $3/4$ pro
Iteration

54.3 Fraktale



Szierpinski-Dreieck:
Fläche schrumpft um
Faktor $3/4$ pro
Iteration

Hausdorff-Dimension
der Fläche:
 $\log(3)/\log(2)$
 $= 1.5849625\dots$

54.3 Fraktale

54.3 Fraktale

**Fraktale in
der Natur:**

54.3 Fraktale

**Fraktale in
der Natur:**



54.3 Fraktale

**Fraktale in
der Natur:**

Romanesco



54.3 Fraktale

**Fraktale in
der Natur:**

54.3 Fraktale

**Fraktale in
der Natur:**



54.3 Fraktale

**Fraktale in
der Natur:**



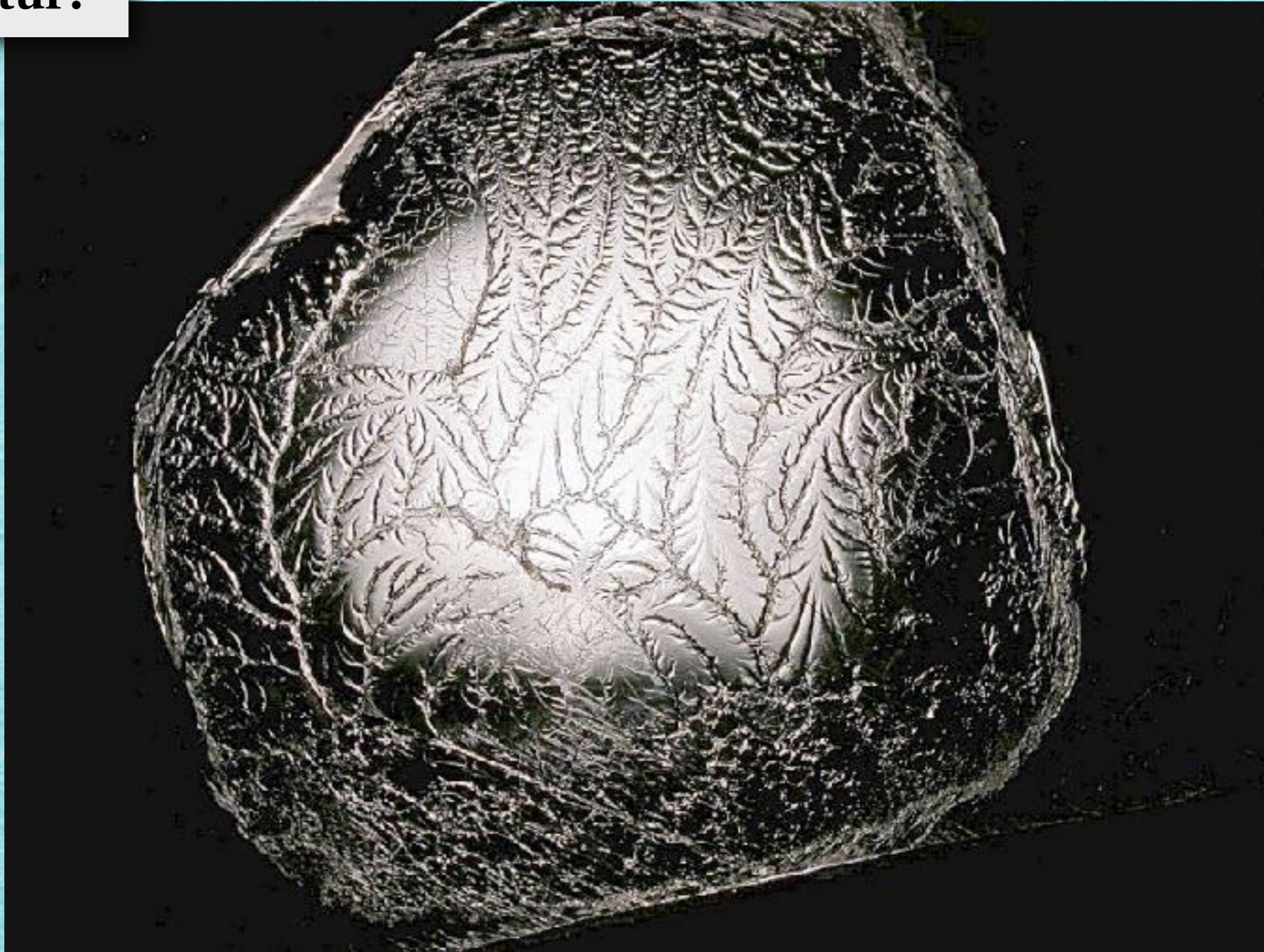
Eiskristalle

54.3 Fraktale

**Fraktale in
der Natur:**

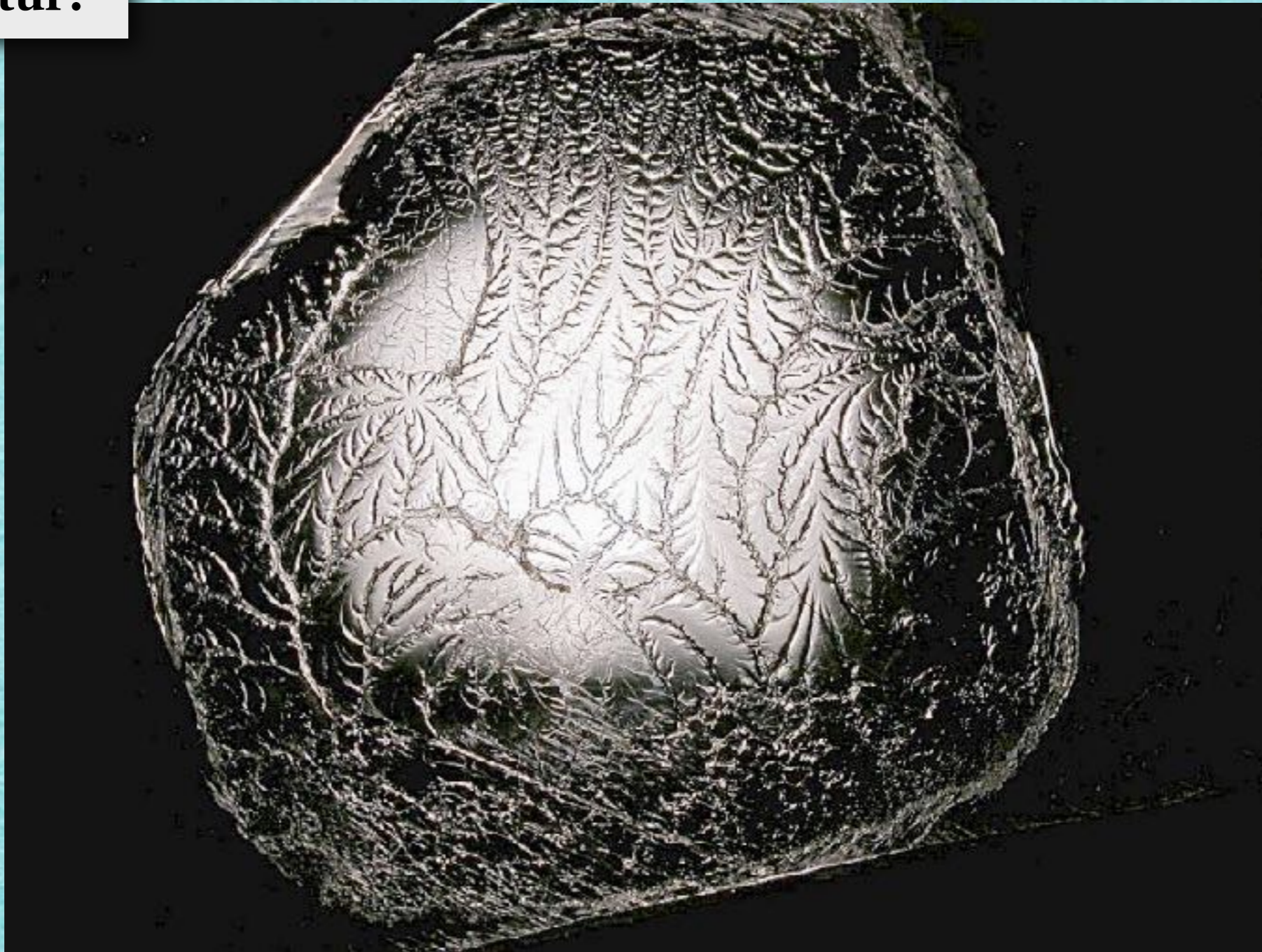
54.3 Fraktale

**Fraktale in
der Natur:**



54.3 Fraktale

**Fraktale in
der Natur:**



Adhäsionsmuster

54.3 Fraktale

**Fraktale in
der Natur:**

54.3 Fraktale

**Fraktale in
der Natur:**



54.3 Fraktale

**Fraktale in
der Natur:**



Muster elektrischer Entladung

54.3 Fraktale

**Fraktale in
der Natur:**

54.3 Fraktale

**Fraktale in
der Natur:**



54.3 Fraktale

Fraktale in
der Natur:



Farn

54.3 Fraktale

54.3 Fraktale

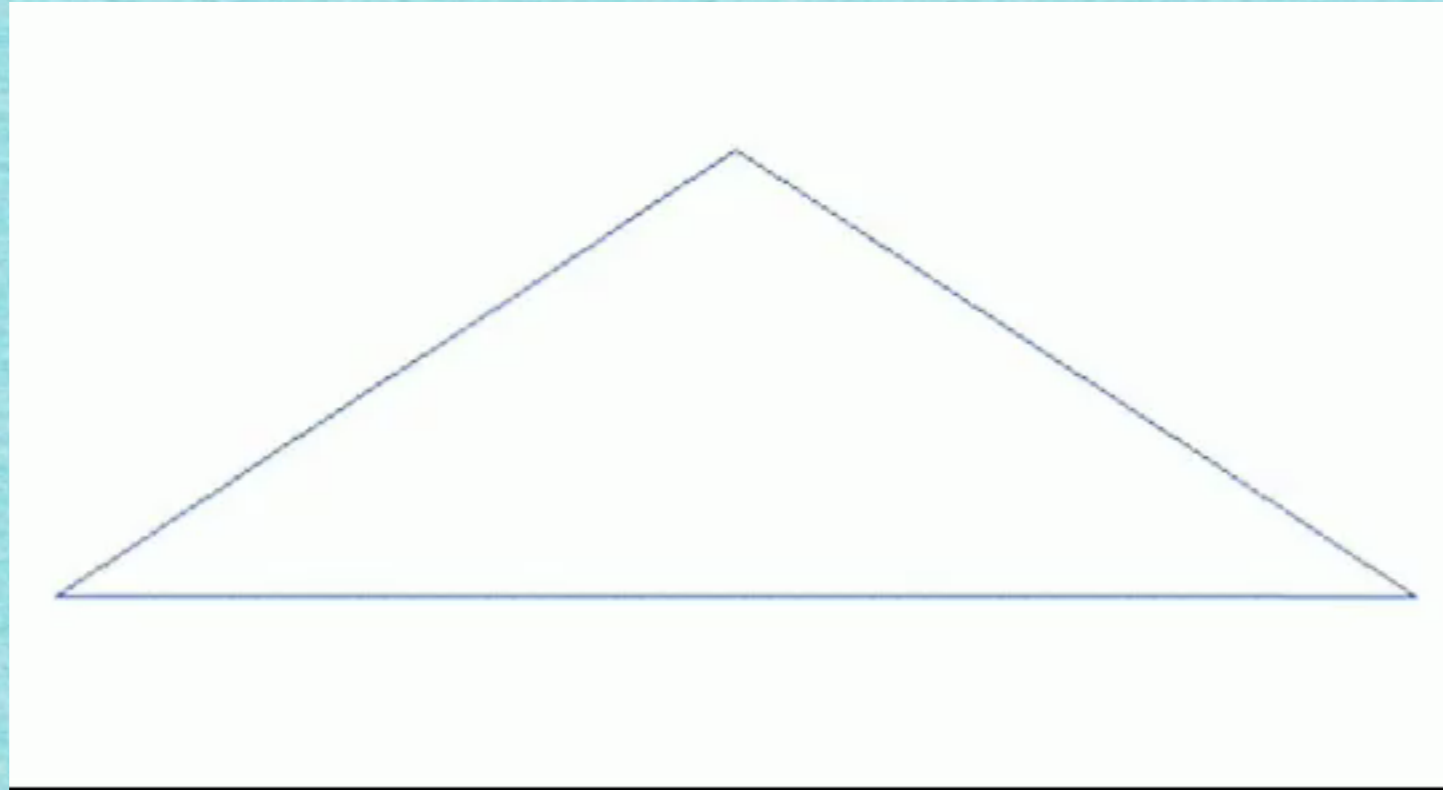


54.3 Fraktale

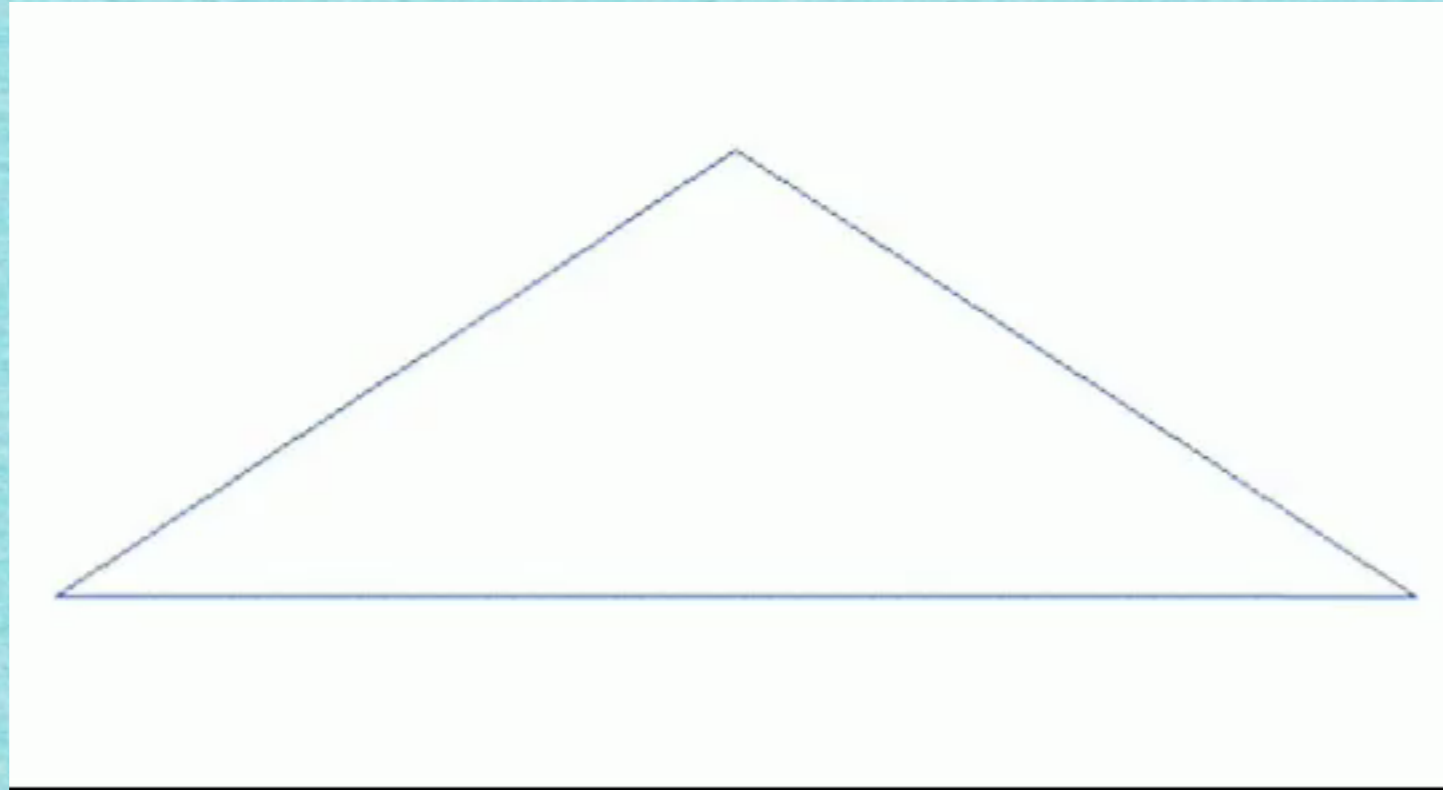


Farn (nicht echt)

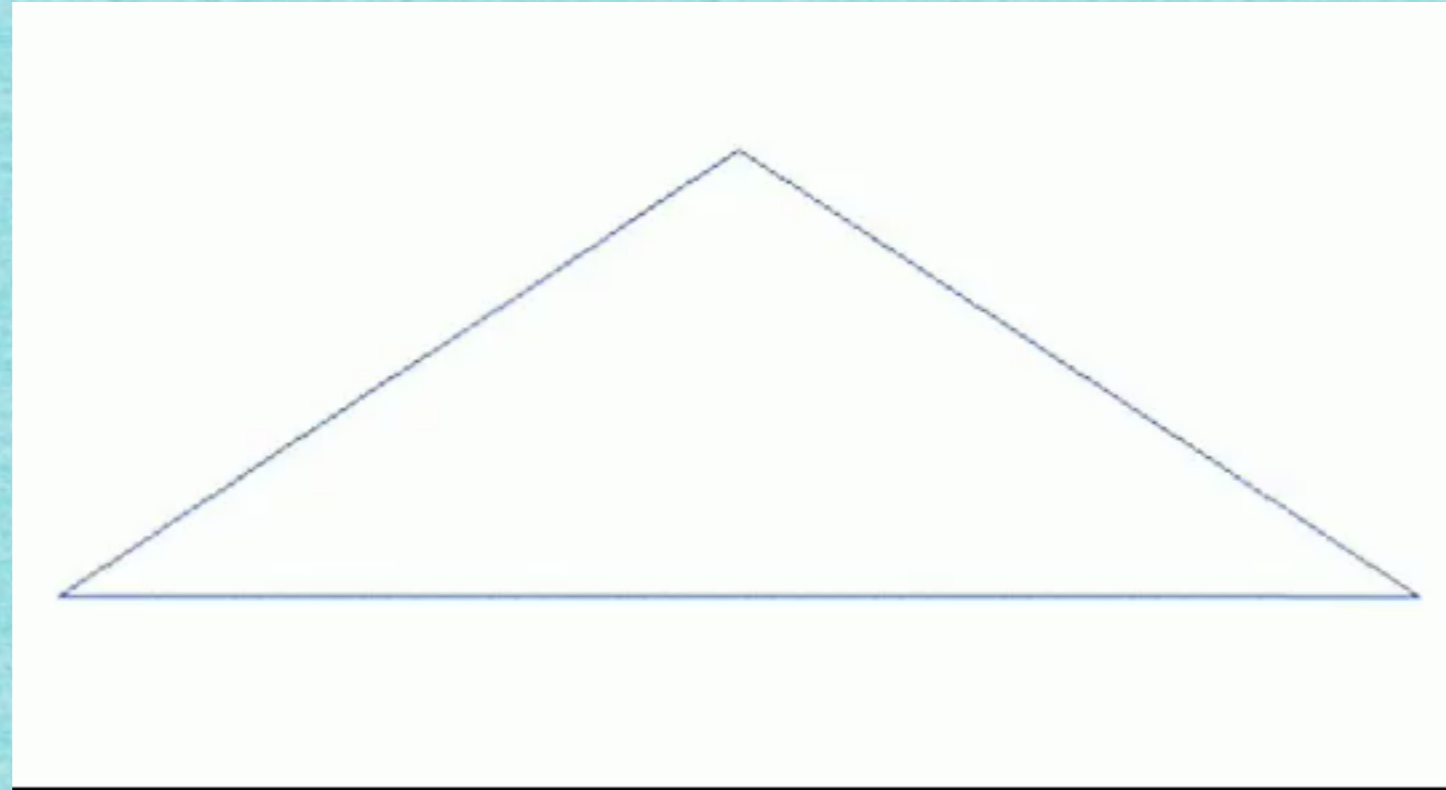
54.3 Fraktale



54.3 Fraktale



54.3 Fraktale



“Clouds are not spheres, mountains are not cones, coastlines are not circles, and bark is not smooth, nor does lightning travel in a straight line.” - Mandelbrot

5.4.4 Zelluläre Automaten

5.4.4 Zelluläre Automaten



5.4.4 Zelluläre Automaten



Stanislaw Ulam
(1909-1984)

5.4.4 Zelluläre Automaten



Stanislaw Ulam
(1909-1984)



5.4.4 Zelluläre Automaten



Stanislaw Ulam
(1909-1984)



John von Neumann
(1903-1957)

544 Zelluläre Automaten



Stanislaw Ulam
(1909-1984)



John von Neumann
(1903-1957)



5.4.4 Zelluläre Automaten



Stanislaw Ulam
(1909-1984)



John von Neumann
(1903-1957)



0 0 0 1 1 1 1 0

5.4.4 Zelluläre Automaten



Stanislaw Ulam
(1909-1984)



John von Neumann
(1903-1957)



0 0 0 1 1 1 1 0

“Rule 30”
($0 \cdot 128 + 0 \cdot 64 + 0 \cdot 32 + 1 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 = 30$)

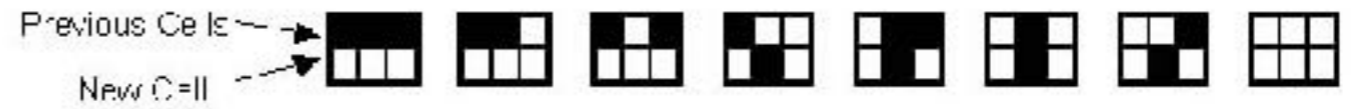
544 Zelluläre Automaten



Stanislaw Ulam
(1909-1984)



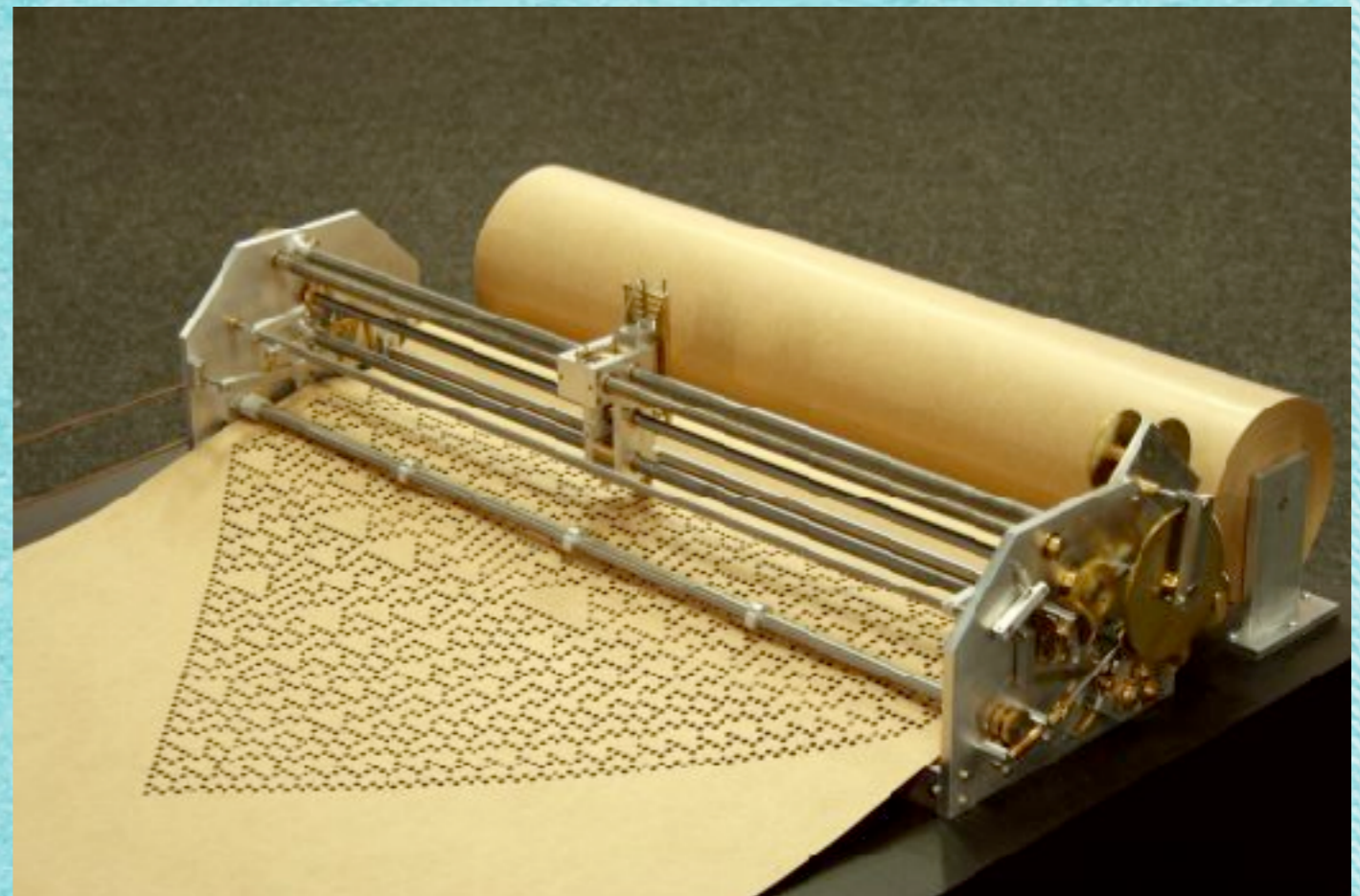
John von Neumann
(1903-1957)



0 0 0 1 1 1 1 0

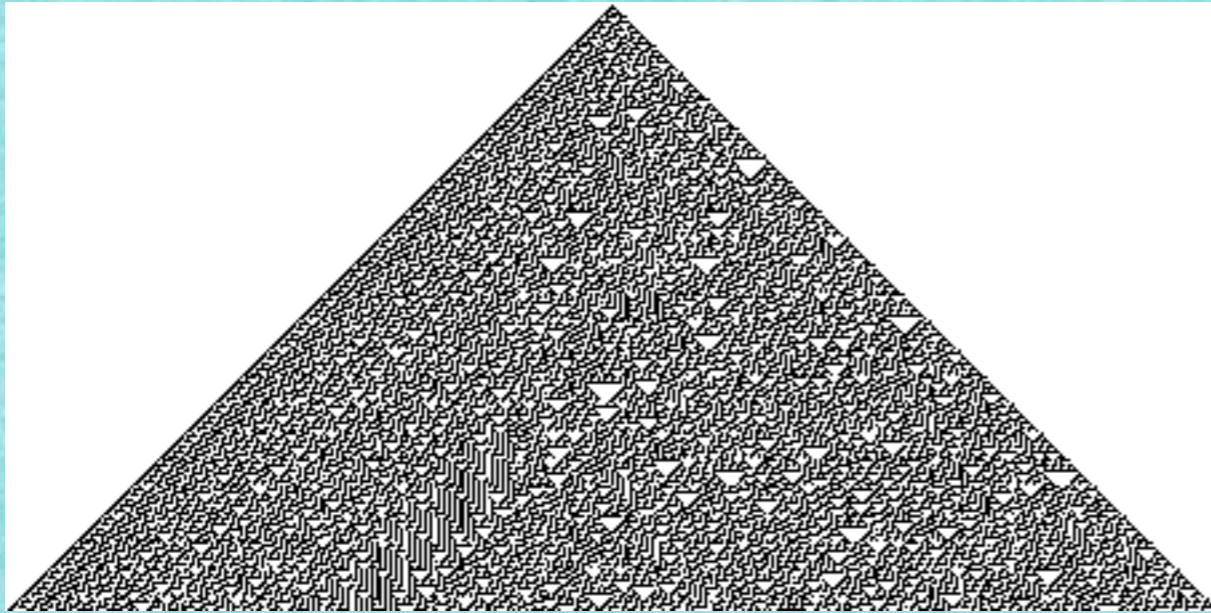
“Rule 30”

$$(0*128+0*64+0*32+1*16+1*8+1*4+1*2+0*1=30)$$

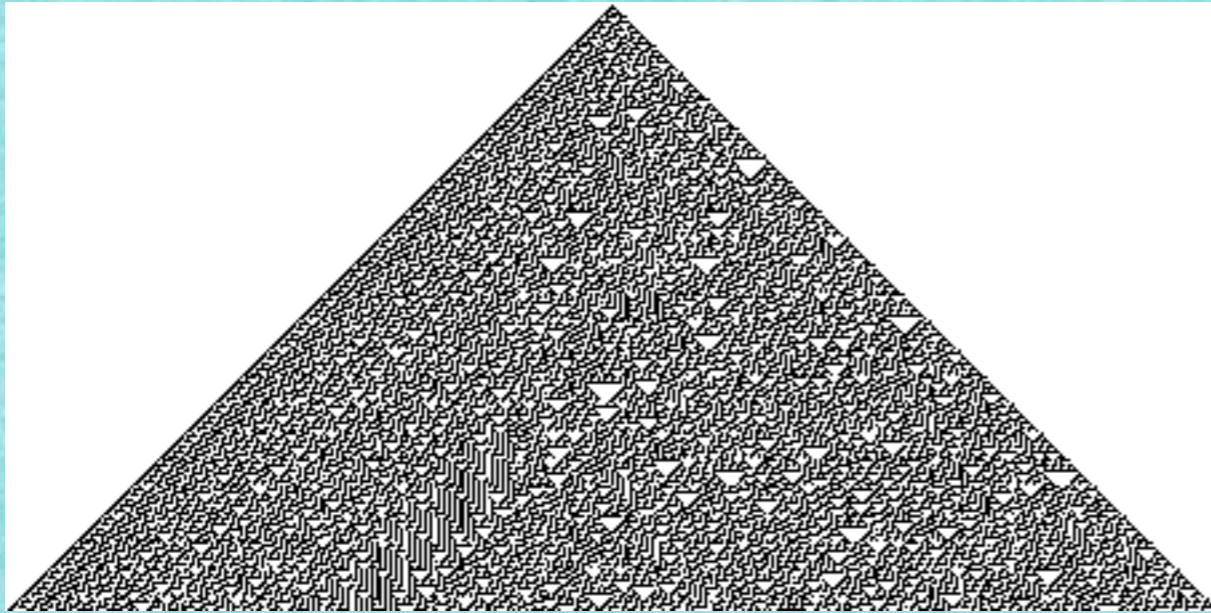


5.4.4 Zelluläre Automaten

5.4.4 Zelluläre Automaten

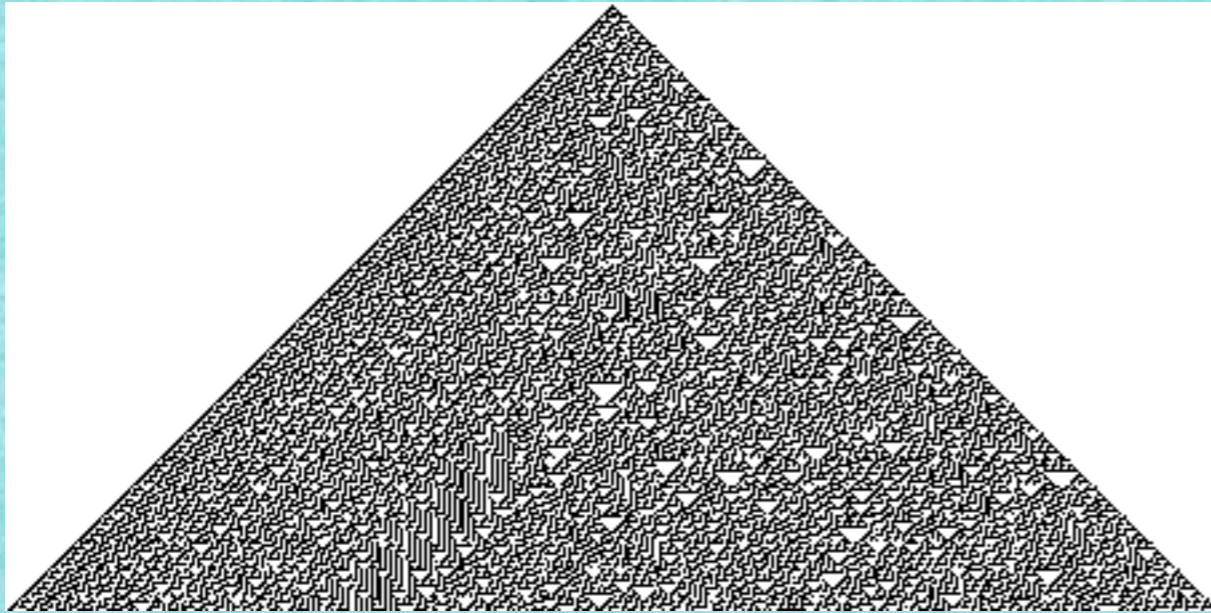


544 Zelluläre Automaten



Rule 30

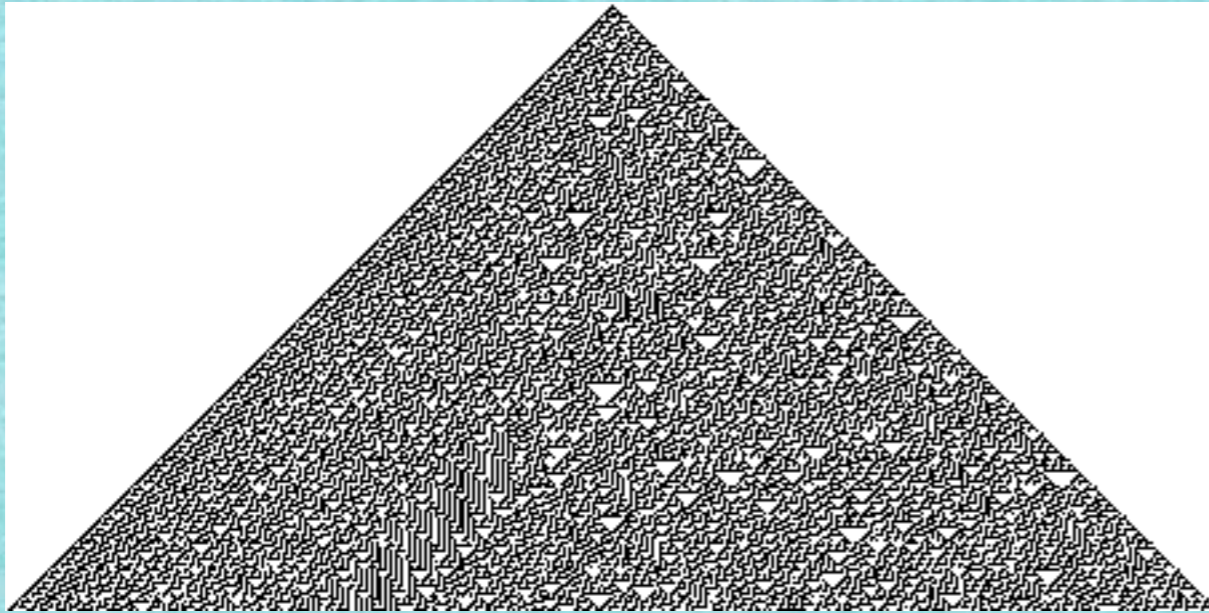
544 Zelluläre Automaten



Rule 30



544 Zelluläre Automaten



Rule 30



Kegelschnecke

5.4.4 Zelluläre Automaten

5.44 Zelluläre Automaten



5.4.4 Zelluläre Automaten



Stephen Wolfram
(1959-)

5.44 Zelluläre Automaten



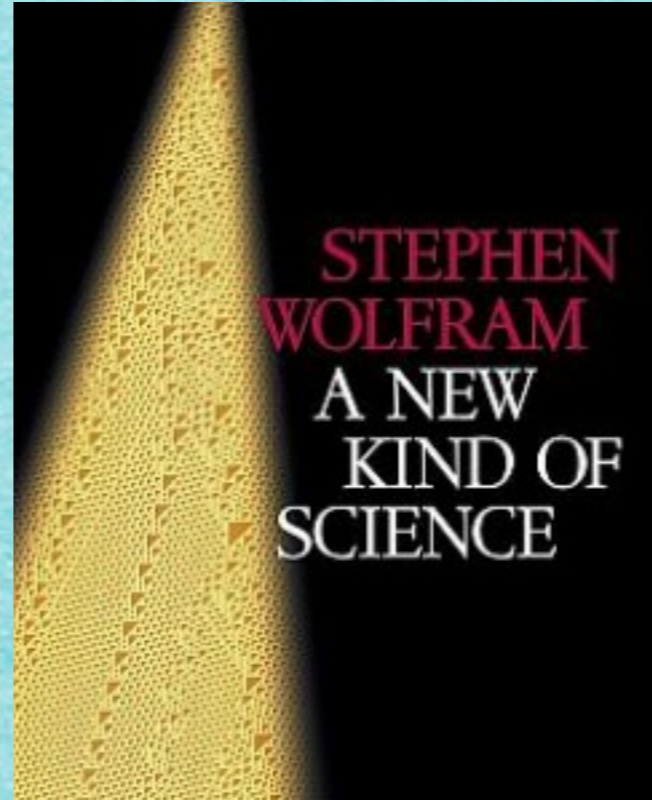
Stephen Wolfram
(1959-)



5.4.4 Zelluläre Automaten



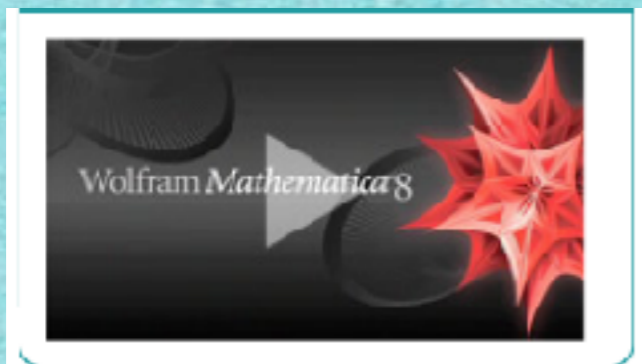
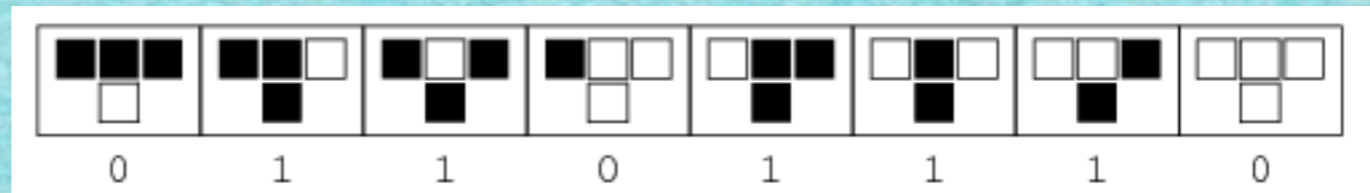
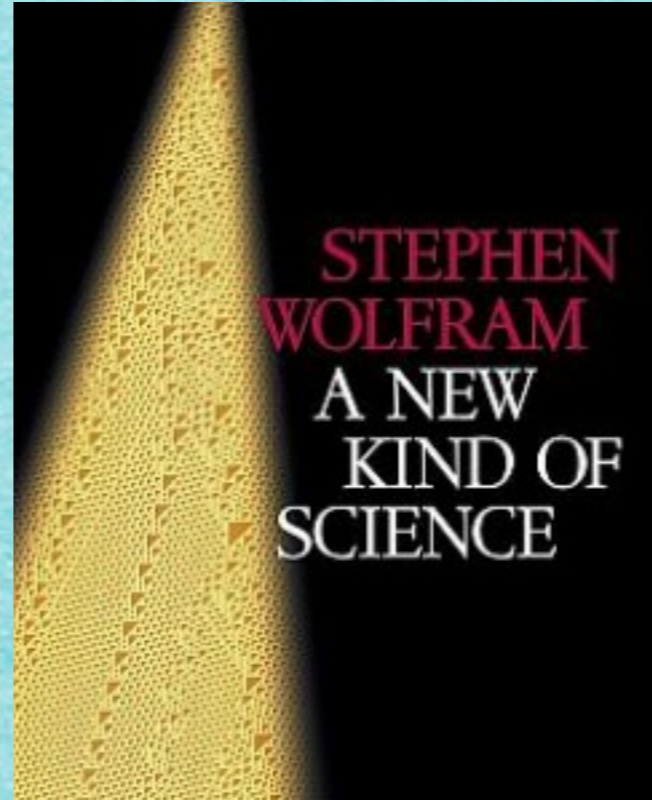
Stephen Wolfram
(1959-)



5.4.4 Zelluläre Automaten



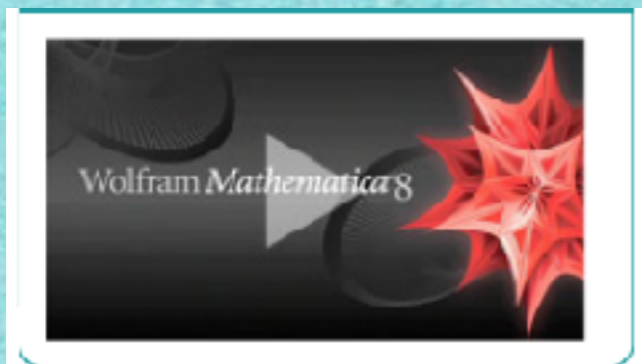
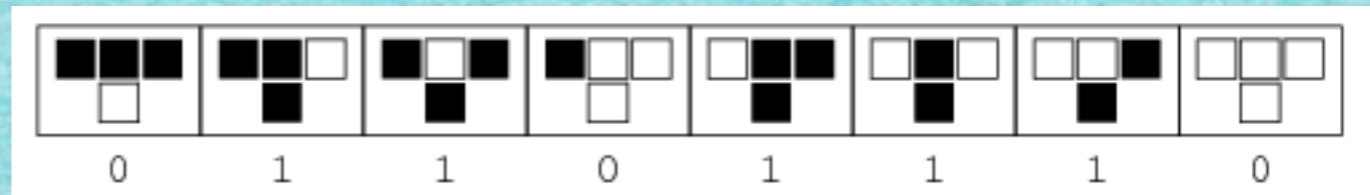
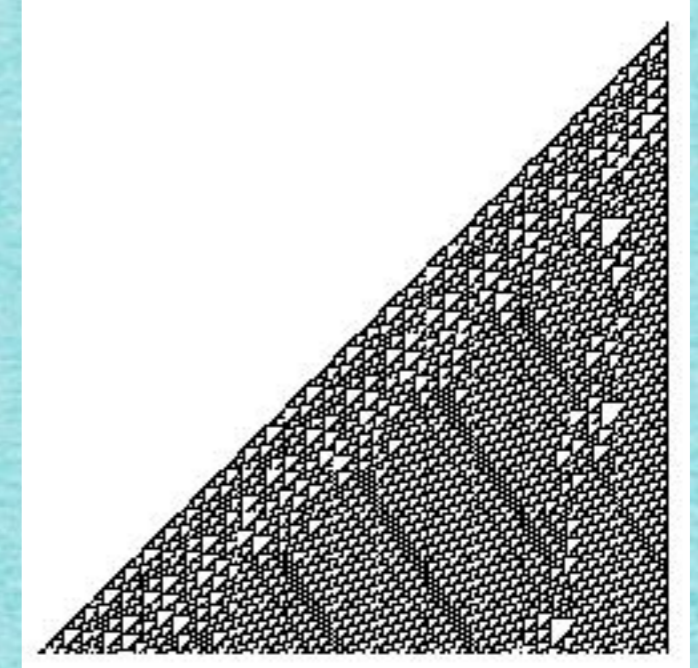
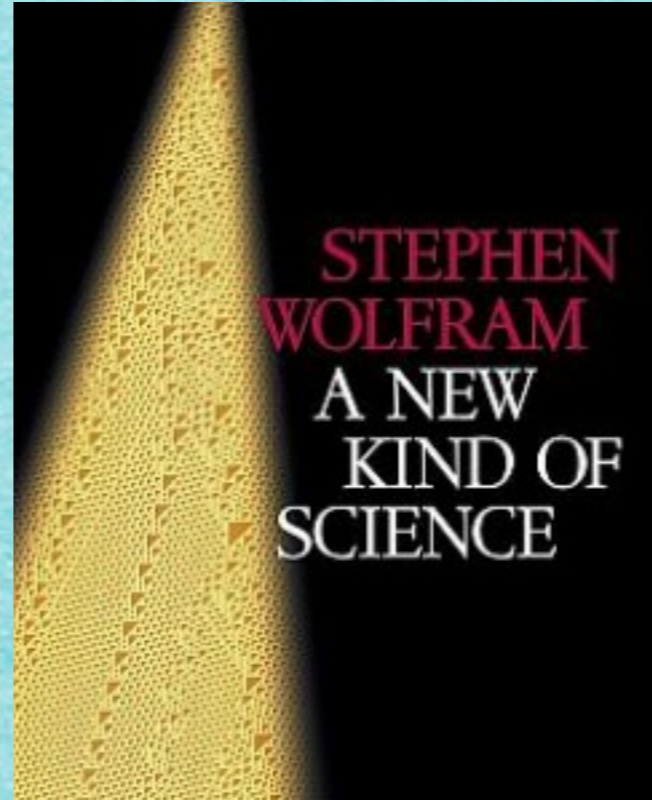
Stephen Wolfram
(1959-)



5.4.4 Zelluläre Automaten



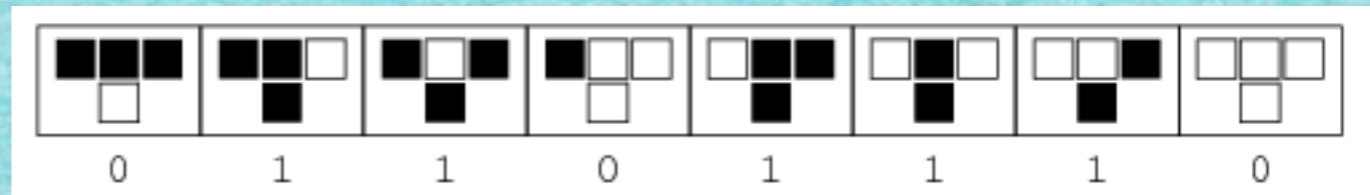
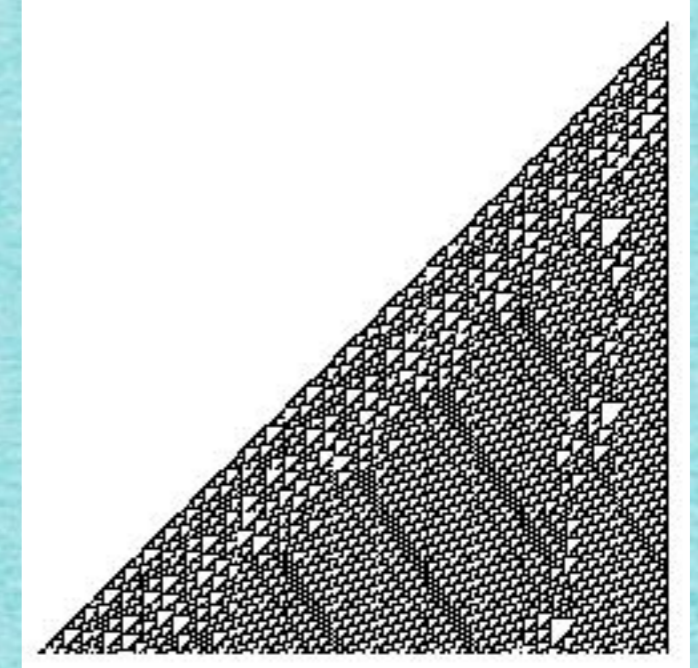
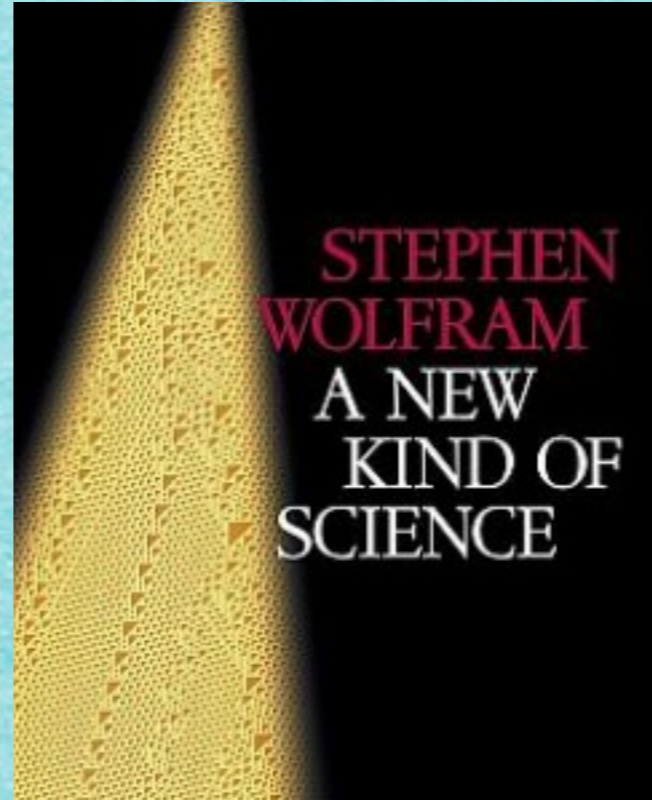
Stephen Wolfram
(1959-)



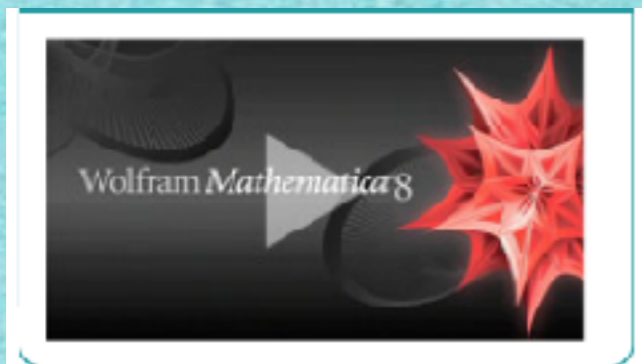
544 Zelluläre Automaten



Stephen Wolfram
(1959-)



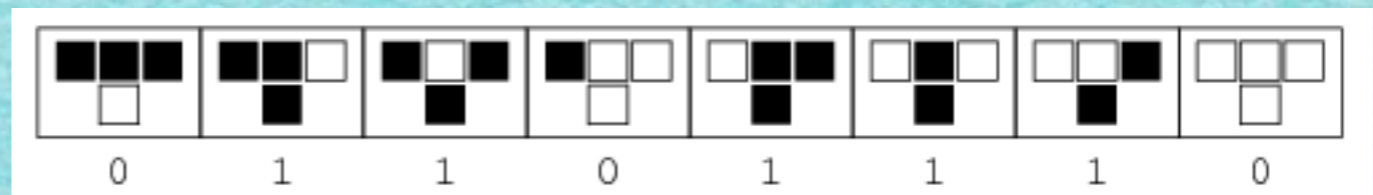
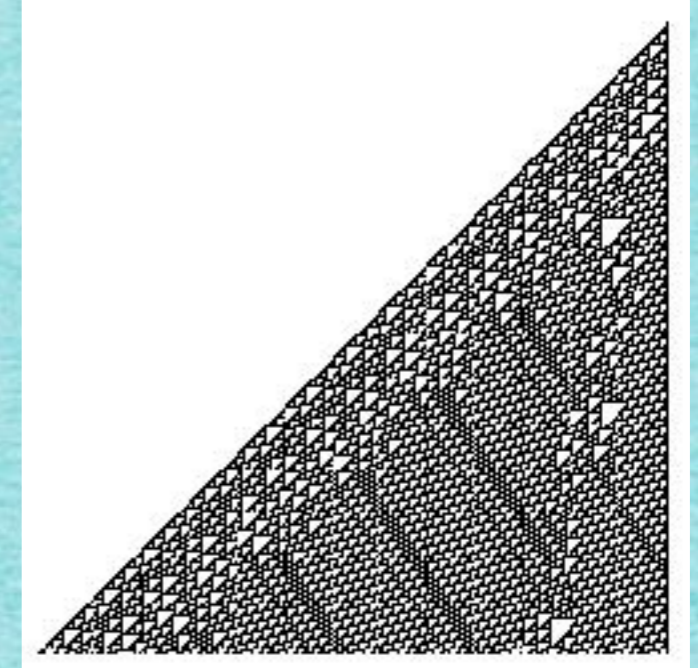
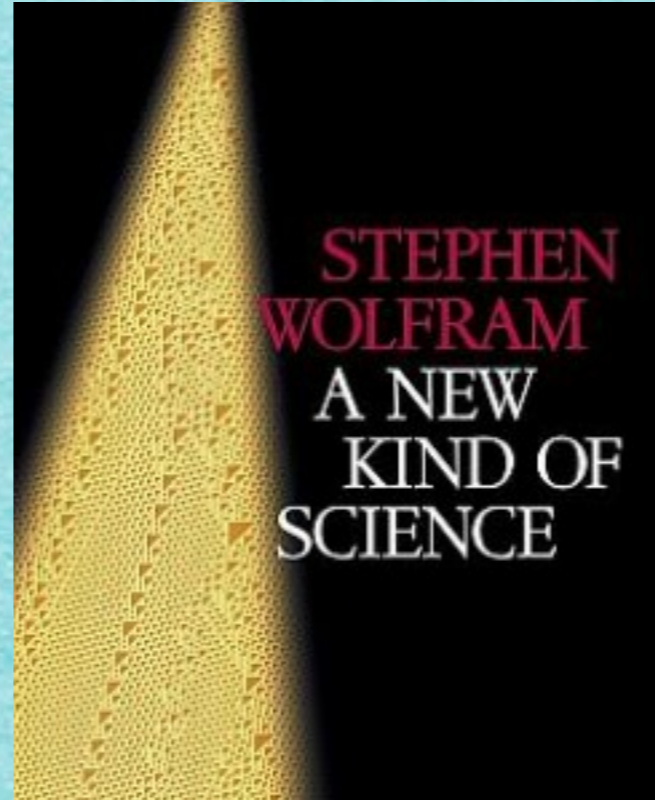
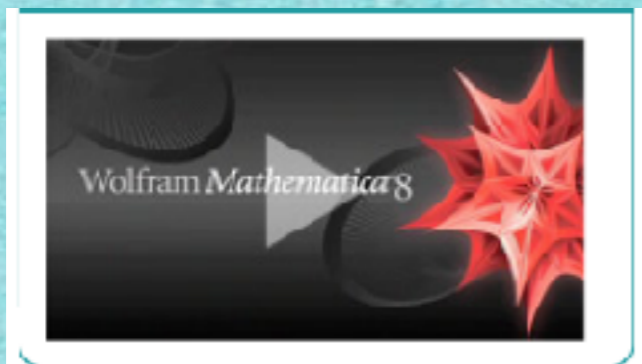
Rule 110



544 Zelluläre Automaten



Stephen Wolfram
(1959-)

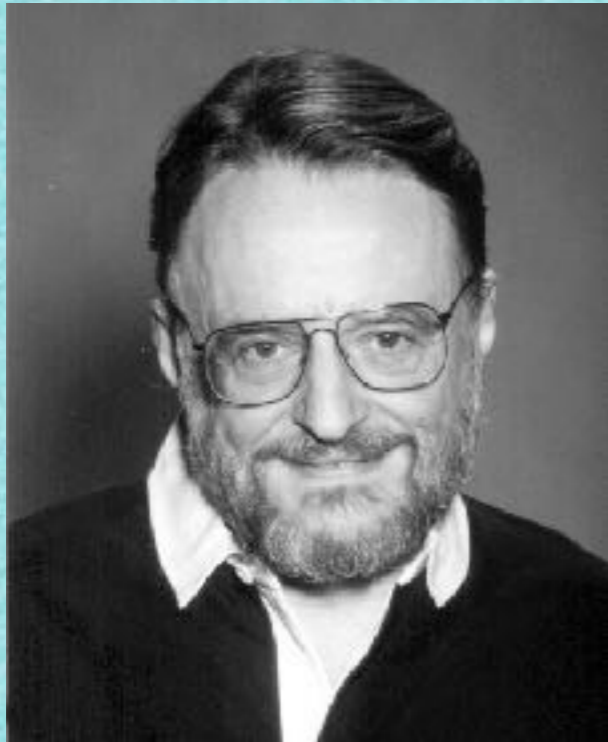


Rule 110

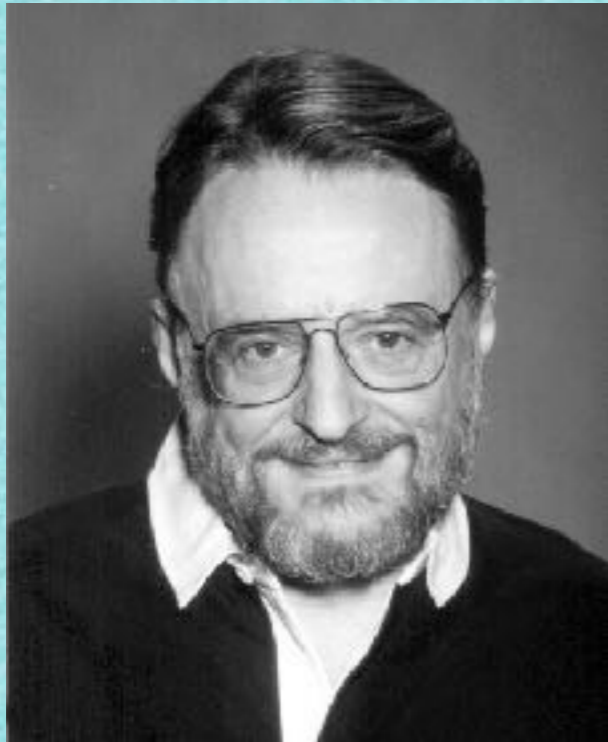
Matthew Cook (1998):
Rule 110 ist "universell"

5.4.4 Zelluläre Automaten

5.44 Zelluläre Automaten



5.4.4 Zelluläre Automaten



John Conway
(1937-2020)

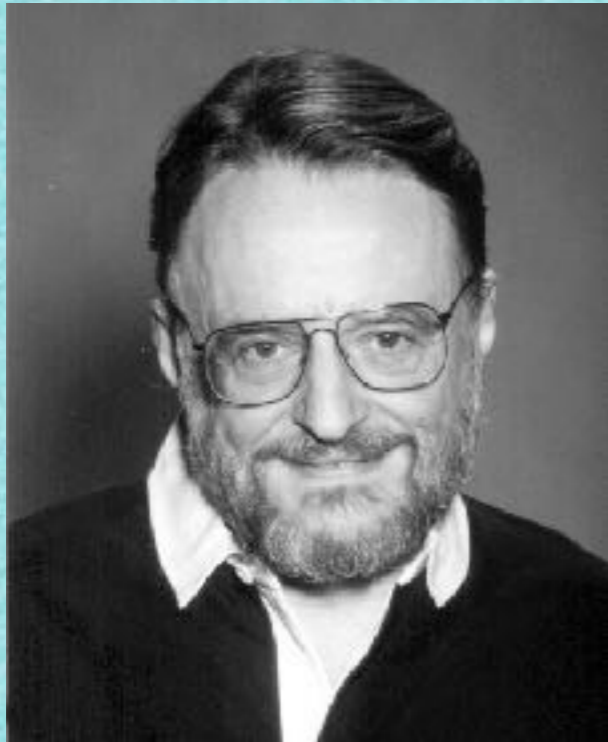
5.4.4 Zelluläre Automaten

Game of Life:



John Conway
(1937-2020)

5.4.4 Zelluläre Automaten

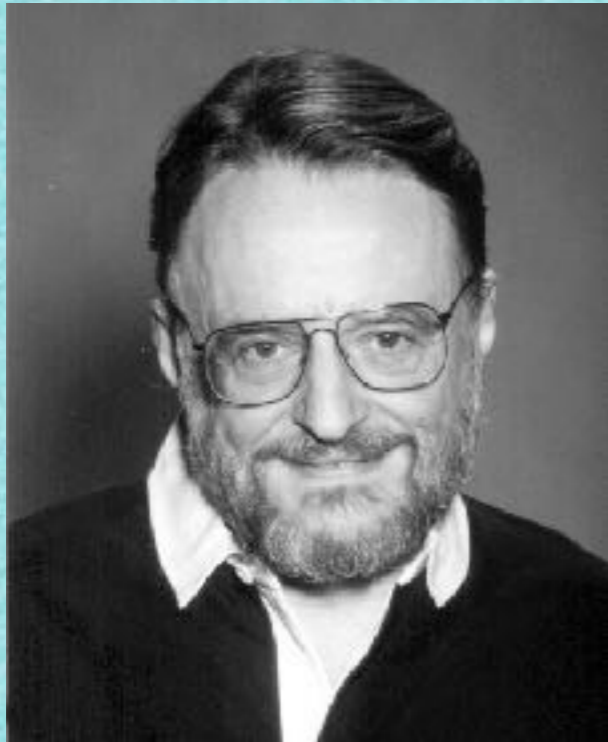


John Conway
(1937-2020)

Game of Life:

(1970)

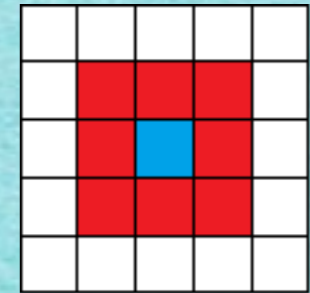
5.4.4 Zelluläre Automaten



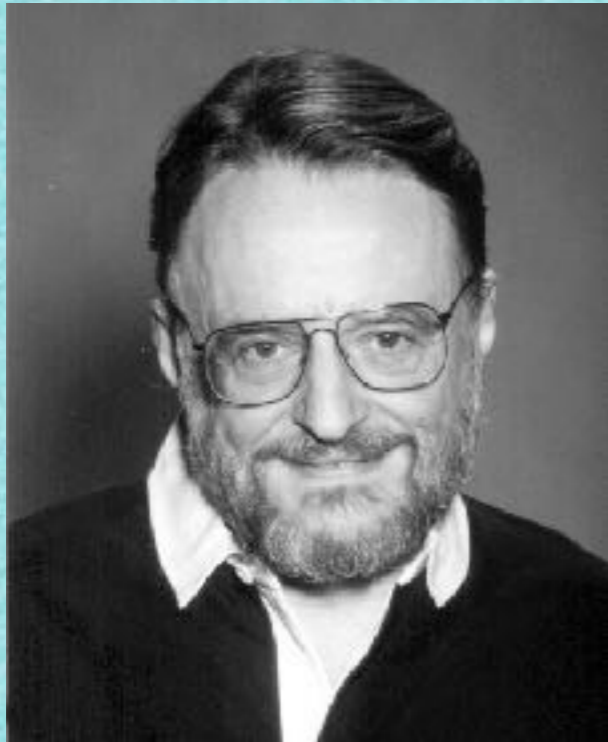
John Conway
(1937-2020)

Game of Life:

(1970)



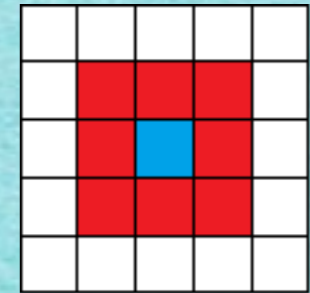
5.4.4 Zelluläre Automaten



John Conway
(1937-2020)

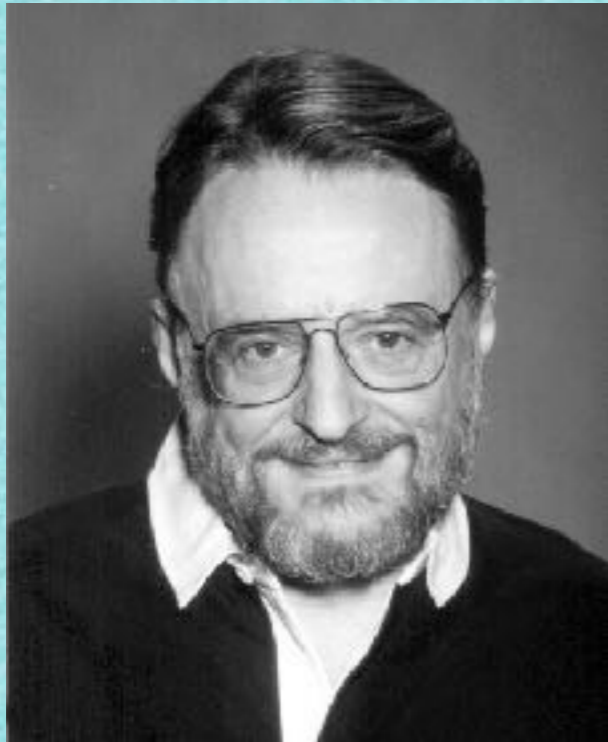
Game of Life:

(1970)



A. Jede Zelle lebt oder ist tot.

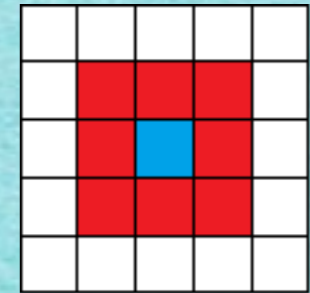
5.4.4 Zelluläre Automaten



John Conway
(1937-2020)

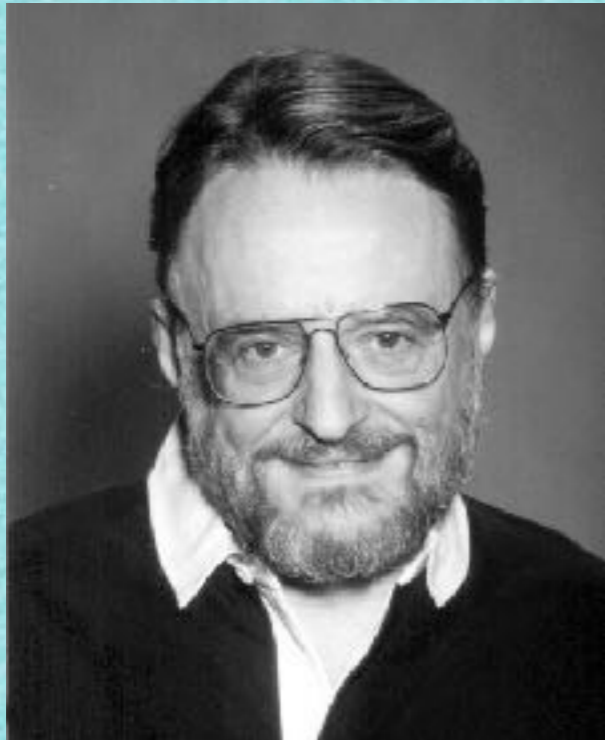
Game of Life:

(1970)



- A. Jede Zelle lebt oder ist tot.
- B. Jede Zelle hat 8 Nachbarn.

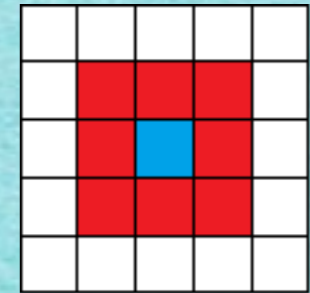
5.4.4 Zelluläre Automaten



John Conway
(1937-2020)

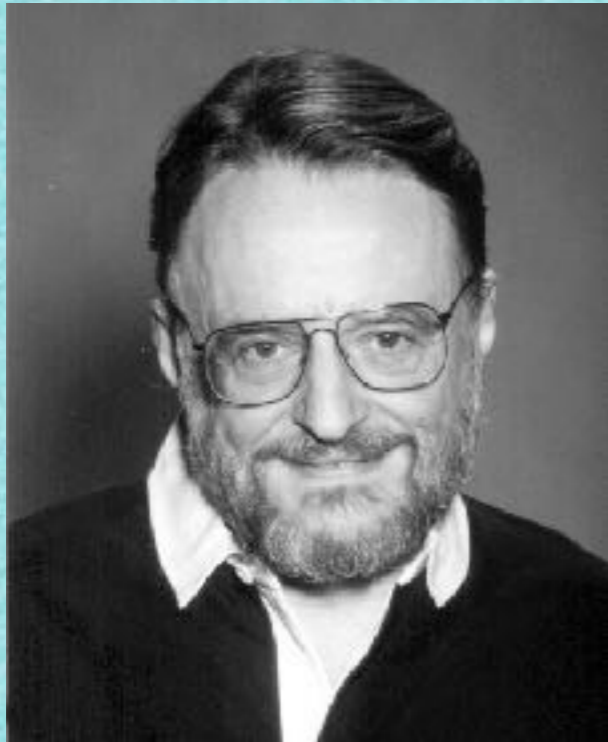
Game of Life:

(1970)

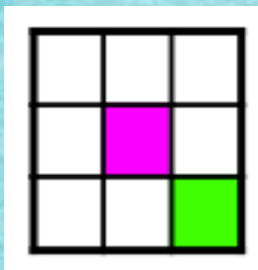


- A. Jede Zelle lebt oder ist tot.
- B. Jede Zelle hat 8 Nachbarn.

544 Zelluläre Automaten

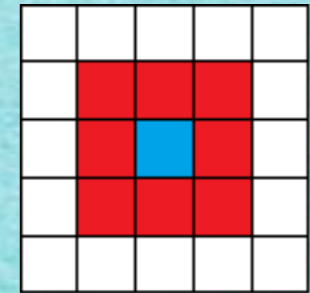


John Conway
(1937-2020)



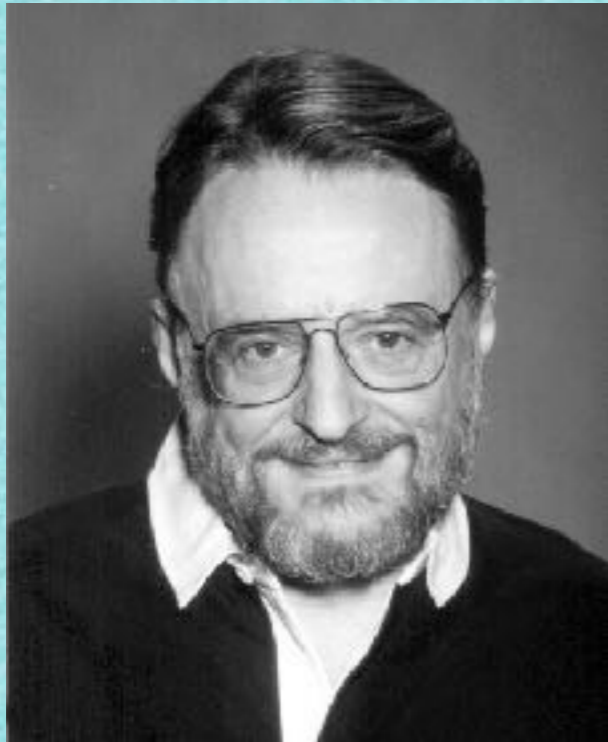
Game of Life:

(1970)

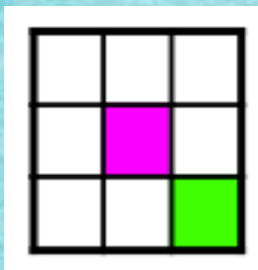


- A. Jede Zelle lebt oder ist tot.
- B. Jede Zelle hat 8 Nachbarn.

5.4.4 Zelluläre Automaten

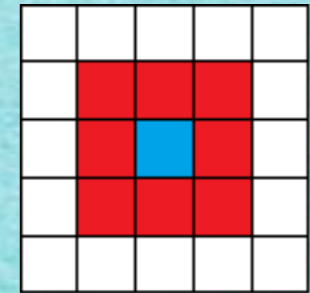


John Conway
(1937-2020)



Game of Life:

(1970)



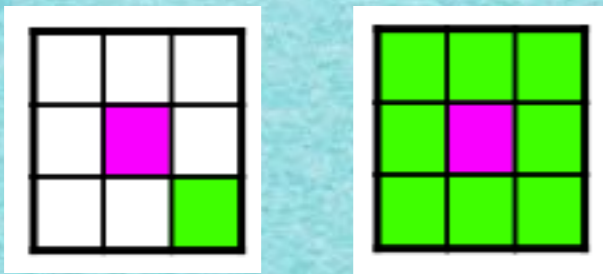
- A. Jede Zelle lebt oder ist tot.
- B. Jede Zelle hat 8 Nachbarn.

1. Eine lebende Zelle mit weniger als zwei lebenden Nachbarn stirbt.

5.4.4 Zelluläre Automaten

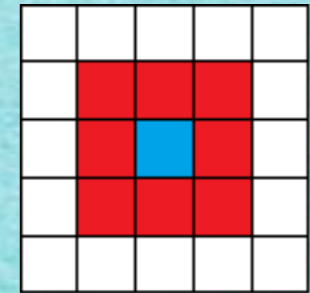


John Conway
(1937-2020)



Game of Life:

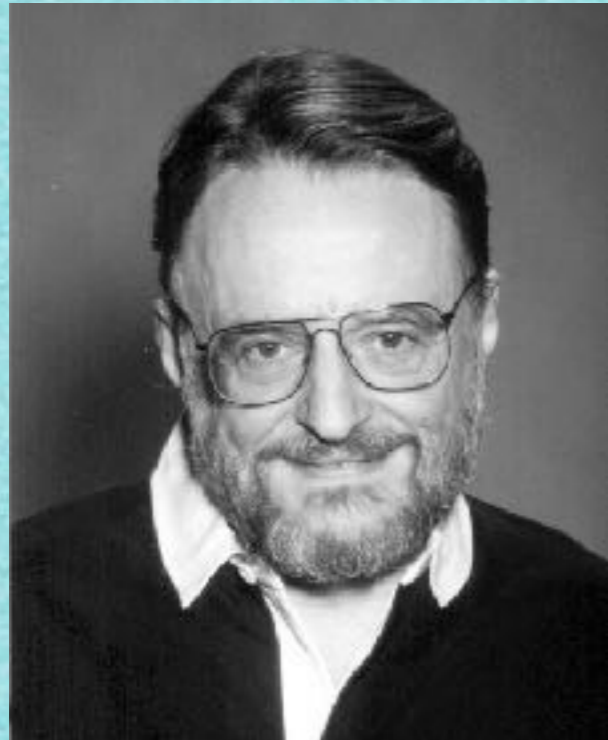
(1970)



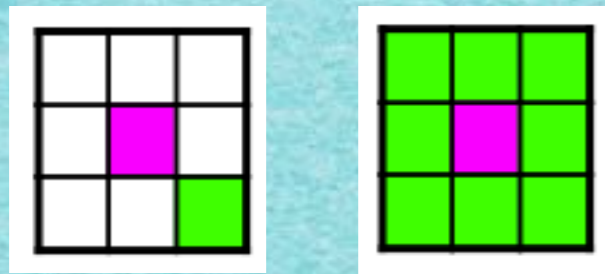
- A. Jede Zelle lebt oder ist tot.
- B. Jede Zelle hat 8 Nachbarn.

1. Eine lebende Zelle mit weniger als zwei lebenden Nachbarn stirbt.

5.44 Zelluläre Automaten

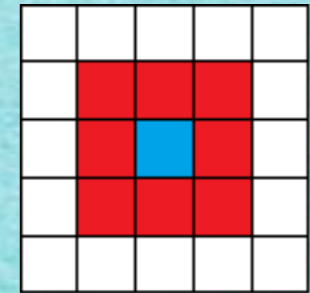


John Conway
(1937-2020)



Game of Life:

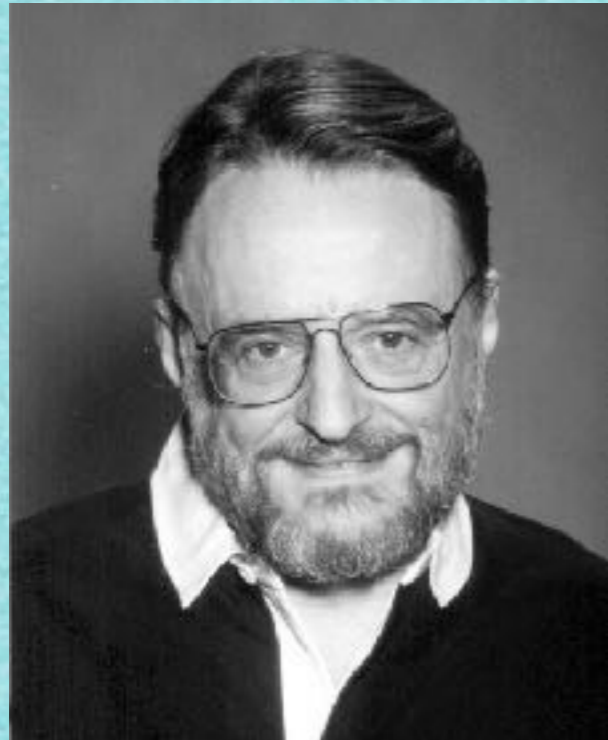
(1970)



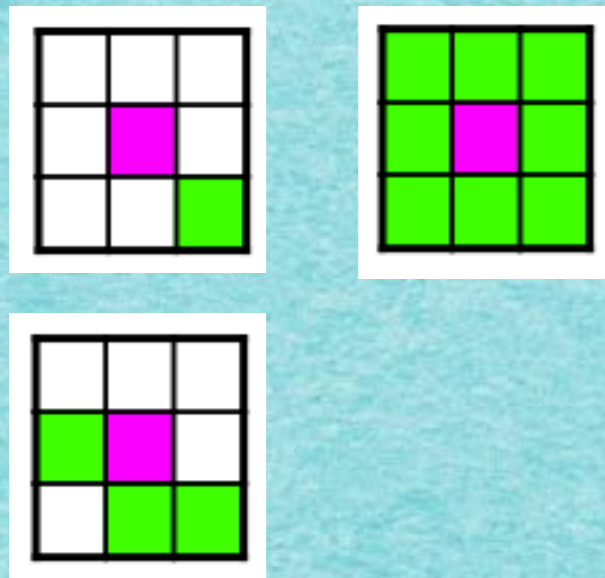
- A. Jede Zelle lebt oder ist tot.
- B. Jede Zelle hat 8 Nachbarn.

1. Eine lebende Zelle mit weniger als zwei lebenden Nachbarn stirbt.
2. Eine lebende Zelle mit mehr als drei lebenden Nachbarn stirbt.

5.44 Zelluläre Automaten

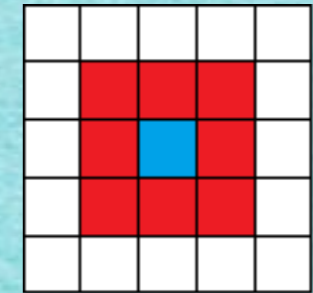


John Conway
(1937-2020)



Game of Life:

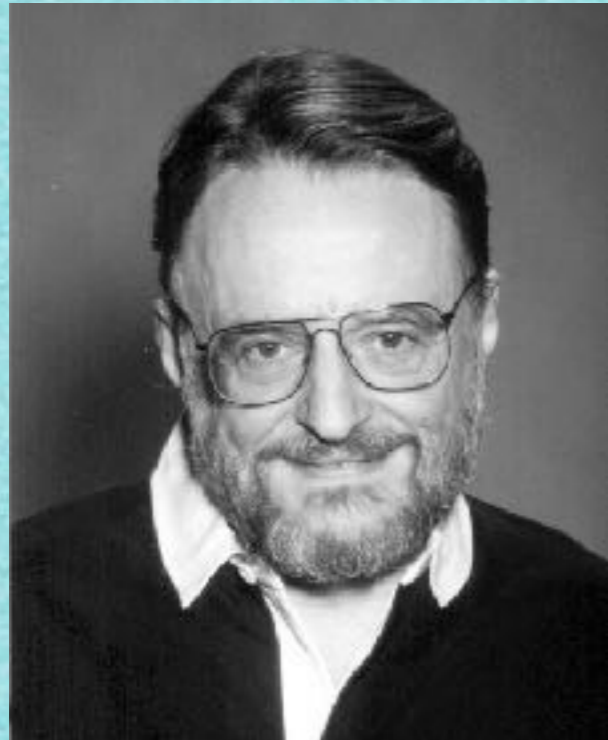
(1970)



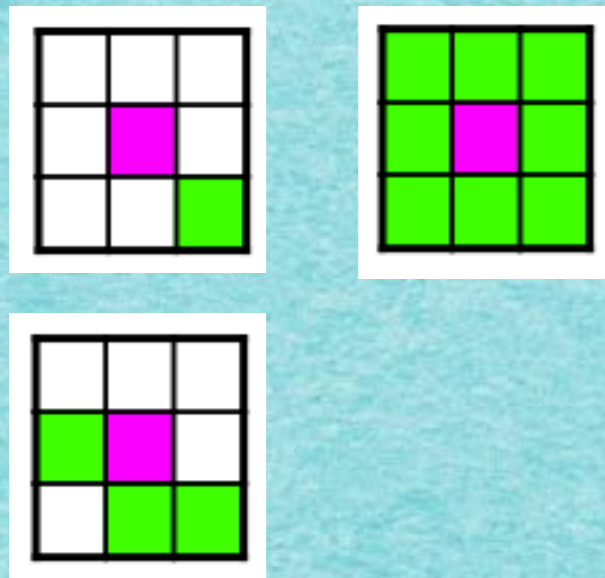
- A. Jede Zelle lebt oder ist tot.
- B. Jede Zelle hat 8 Nachbarn.

1. Eine lebende Zelle mit weniger als zwei lebenden Nachbarn stirbt.
2. Eine lebende Zelle mit mehr als drei lebenden Nachbarn stirbt.

5.4.4 Zelluläre Automaten

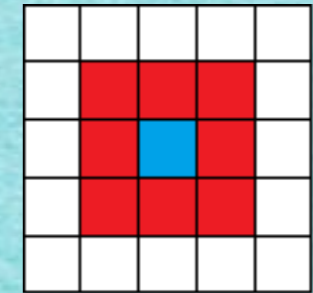


John Conway
(1937-2020)



Game of Life:

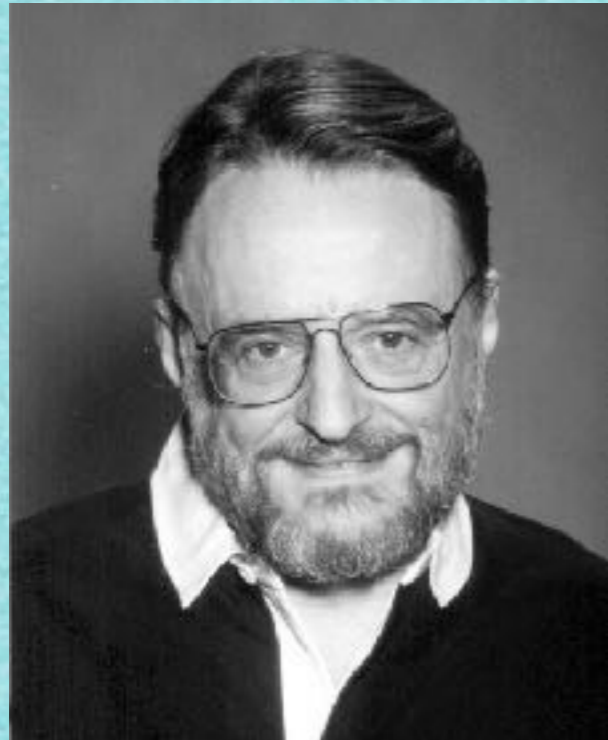
(1970)



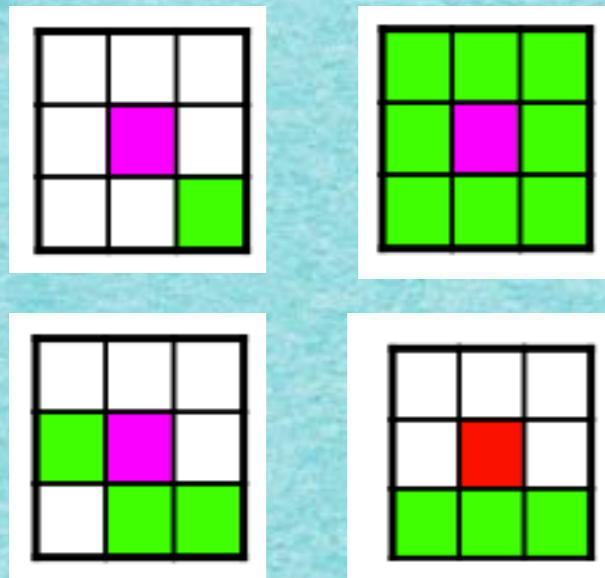
- A. Jede Zelle lebt oder ist tot.
- B. Jede Zelle hat 8 Nachbarn.

1. Eine lebende Zelle mit weniger als zwei lebenden Nachbarn stirbt.
2. Eine lebende Zelle mit mehr als drei lebenden Nachbarn stirbt.
3. Eine lebende Zelle mit zwei oder drei lebenden Nachbarn lebt weiter.

5.44 Zelluläre Automaten

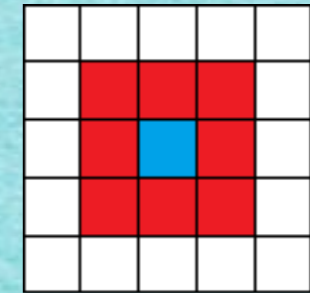


John Conway
(1937-2020)



Game of Life:

(1970)



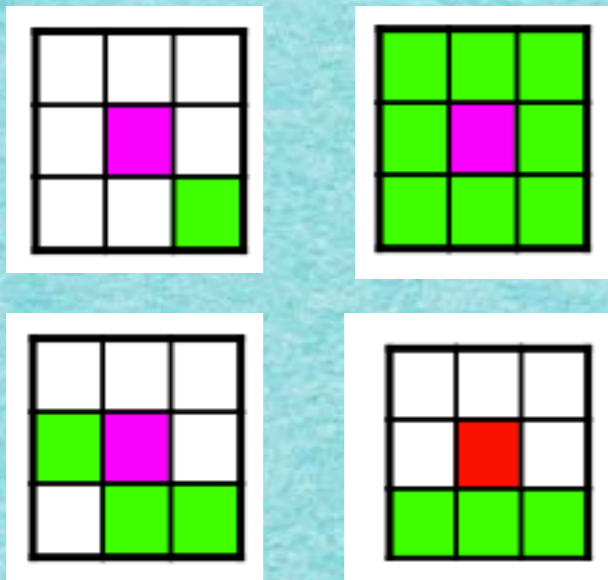
- A. Jede Zelle lebt oder ist tot.
- B. Jede Zelle hat 8 Nachbarn.

1. Eine lebende Zelle mit weniger als zwei lebenden Nachbarn stirbt.
2. Eine lebende Zelle mit mehr als drei lebenden Nachbarn stirbt.
3. Eine lebende Zelle mit zwei oder drei lebenden Nachbarn lebt weiter.

5.4.4 Zelluläre Automaten

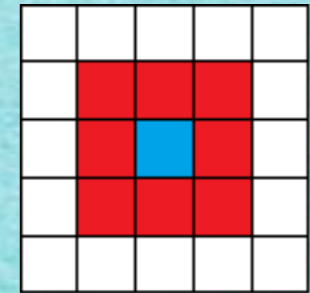


John Conway
(1937-2020)



Game of Life:

(1970)

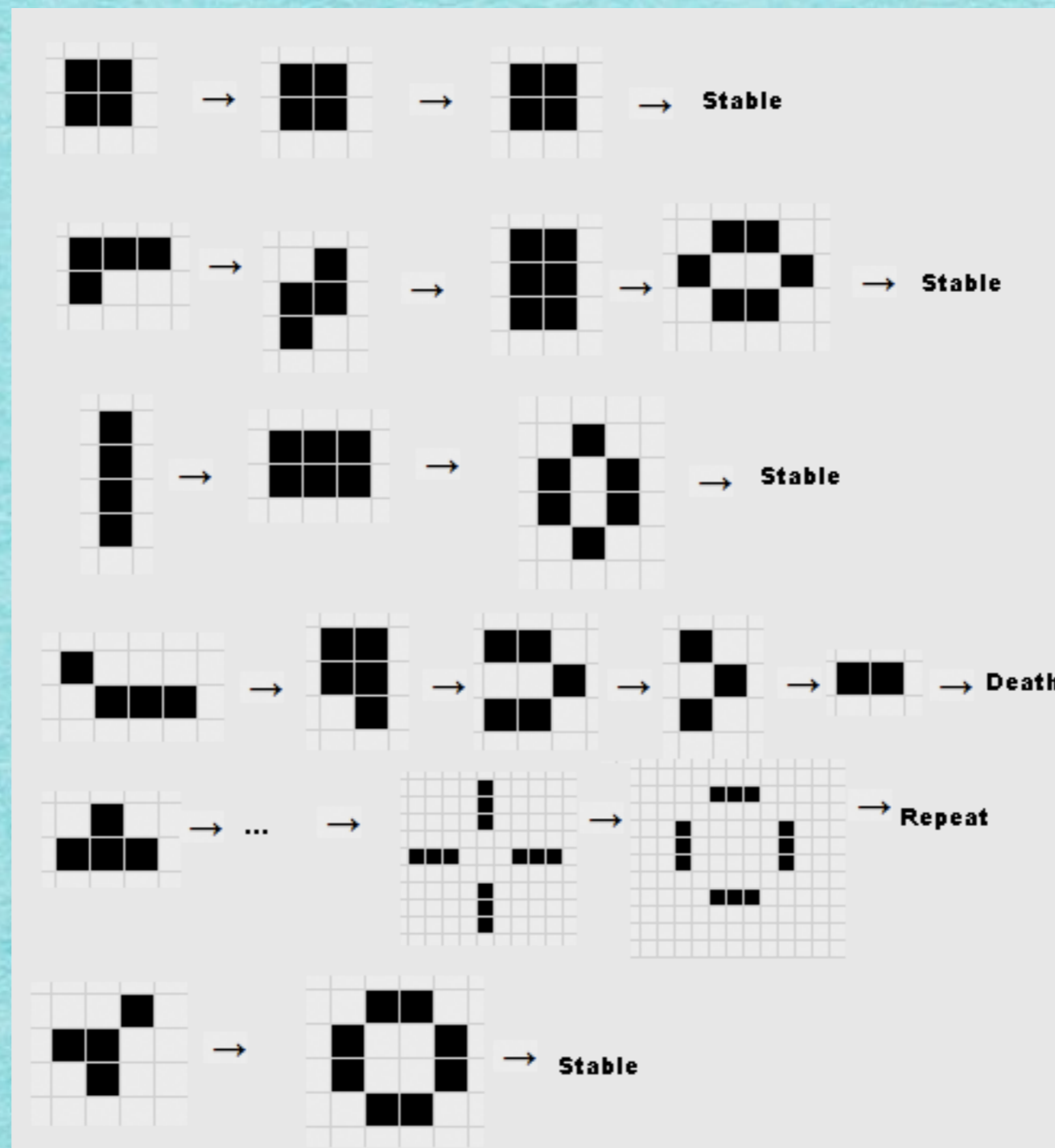


- A. Jede Zelle lebt oder ist tot.
- B. Jede Zelle hat 8 Nachbarn.

1. Eine lebende Zelle mit weniger als zwei lebenden Nachbarn stirbt.
2. Eine lebende Zelle mit mehr als drei lebenden Nachbarn stirbt.
3. Eine lebende Zelle mit zwei oder drei lebenden Nachbarn lebt weiter.
4. Eine tote Zelle mit genau drei lebenden Nachbarn wird lebend.

5.4.4 Zelluläre Automaten

5.4.4 Zelluläre Automaten



5.4.4 Zelluläre Automaten



5.4.4 Zelluläre Automaten



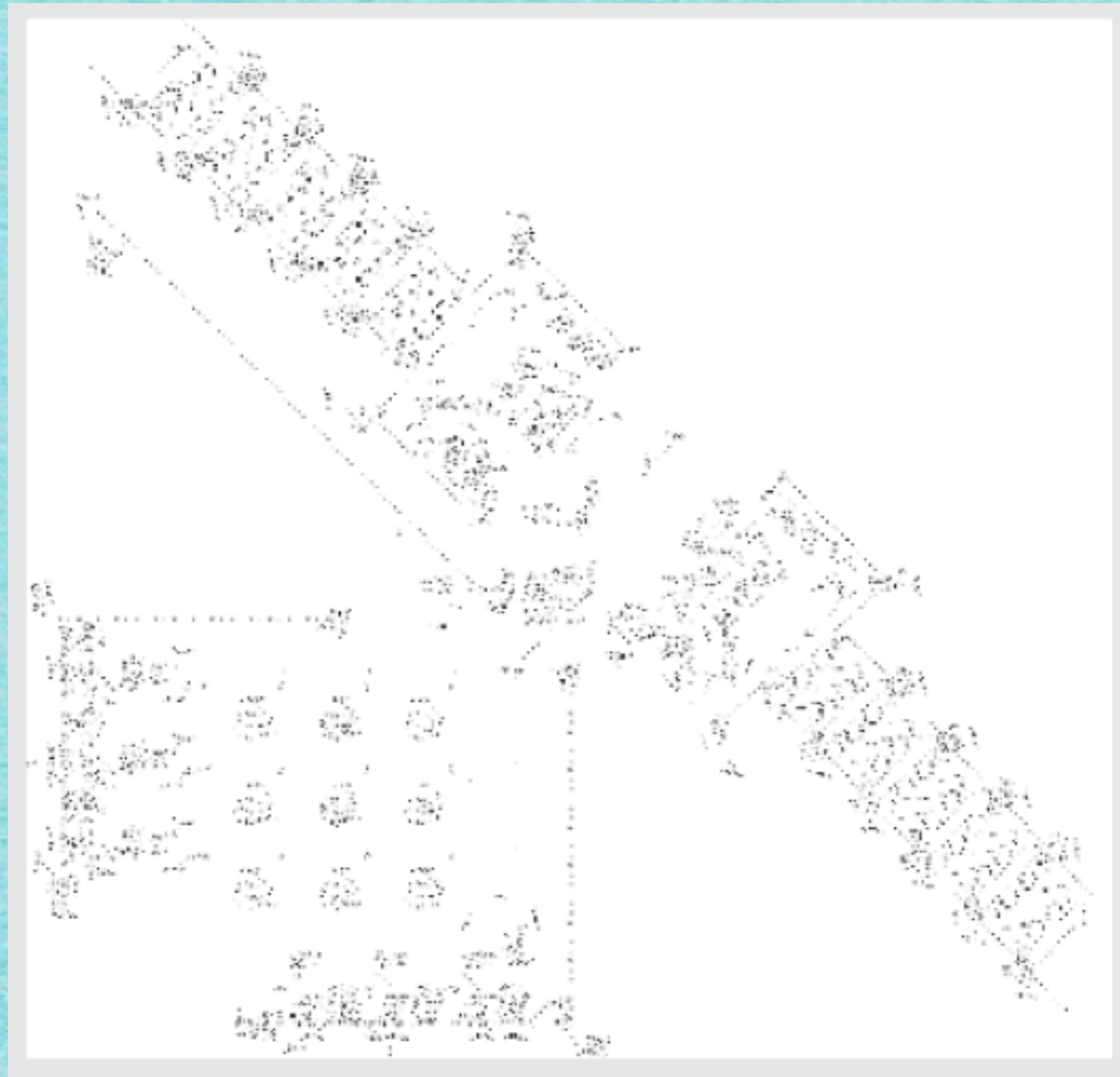
5.4.4 Zelluläre Automaten



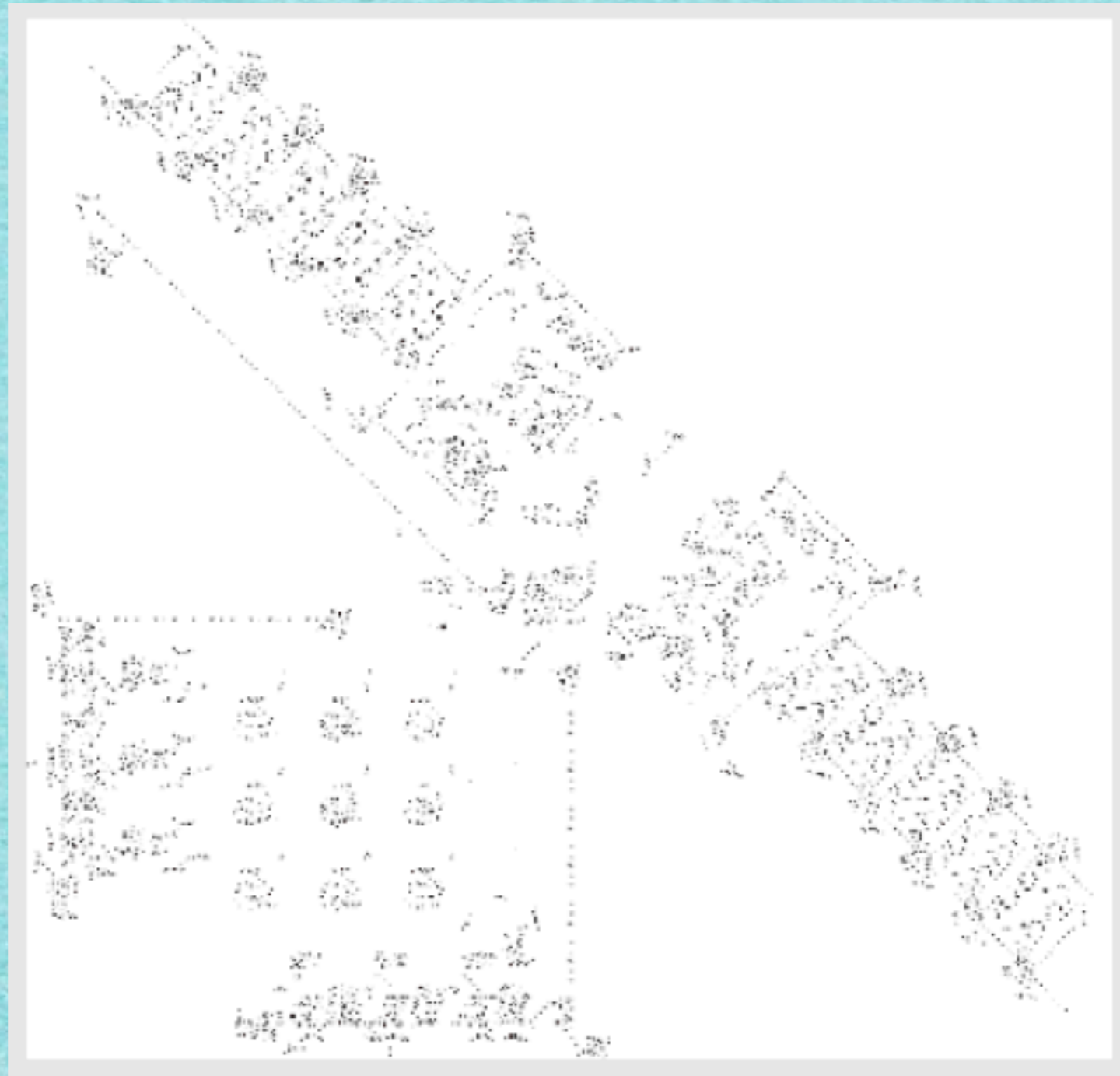
“Gosper-Glider”

5.4.4 Zelluläre Automaten

5.4.4 Zelluläre Automaten



5.4.4 Zelluläre Automaten



Turing-Maschine, basierend auf
Game of Life (Paul Rendell)

-> Film:

- > Film:**
- **Video von Emanuele Ascanti**

- > Film:**
- **Video von Emanuele Ascanti**
 - **Musik „Cleaning Apartment“
von Clint Mansell & Kronos Quartet**

5.4 Nichtlineare Rekursionen

5.4 Nichtlineare Rekursionen

- **Die Welt ist nichtlinear!**

5.4 Nichtlineare Rekursionen

- **Die Welt ist nichtlinear!**
- **Nichtlinearität birgt viele Überraschungen!**

5.4 Nichtlineare Rekursionen

- **Die Welt ist nichtlinear!**
- **Nichtlinearität birgt viele Überraschungen!**



Demnächst mehr!

Demnächst mehr!

s.fekete@tu-bs.de