

MUSTER

Prüfungsbogen: 0

evaexam

Algorithmen und Datenstrukturen (Onlineprüfung)

evasys



Bitte so markieren: Bitte verwenden Sie einen Kugelschreiber oder nicht zu starken Filzstift. Dieser Fragebogen wird maschinell erfasst.

Korrektur: Bitte beachten Sie im Interesse einer optimalen Datenerfassung die links gegebenen Hinweise beim Ausfüllen.

Bitte ausfüllen (Die Angabe des Namens ist freiwillig.):

Vorname:

Nachname:

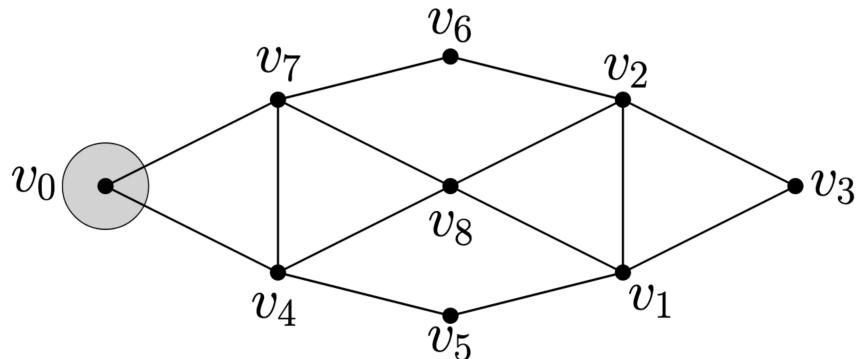
Für die eindeutige Zuordnung der Prüfung übertragen Sie bitte Ihre Prüfungsteilnehmer-ID gewissenhaft in die dafür vorgesehenen Felder. Alle Seiten sind vollständig individualisiert und nicht mit anderen Prüfungen tauschbar.

Prüfungsteilnehmer-ID für den Prüfungsbogen Nr.: 0:

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
0 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

1. Eulertouren (15 Punkte)

Betrachte folgenden Graphen.



Führe den Algorithmus von Fleury auf diesem Graphen aus, um eine Eulertour zu bestimmen. Starte bei dem markierten Knoten v_0 . Kommen in einem Schritt mehrere **Knoten** infrage, wähle denjenigen mit dem kleinsten Index.

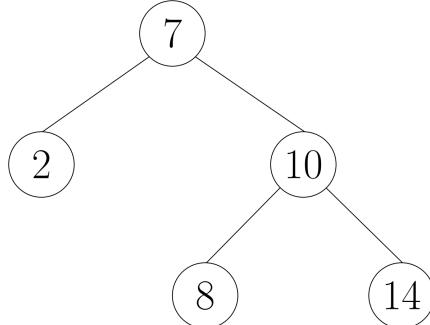
- 1.1 Gib die Indizes der Knoten in der abgelaufenen Reihenfolge an. (9 Punkte)

0, , , , , , , , , , , ,

- 1.2 Begründe kurz, warum jeder Knotengrad im Graphen gerade sein muss, damit der Graph eine Eulertour besitzen kann. Nenne außerdem eine weitere notwendige Eigenschaft. (6 Punkte)

2. Datenstrukturen (10 Punkte)

Betrachte den folgenden AVL-Baum T_1 . Führe die Operation Insert(T_1 , 16) aus.



2.1 An welcher Stelle wird das neue Element (16) eingefügt? (1 Punkt)

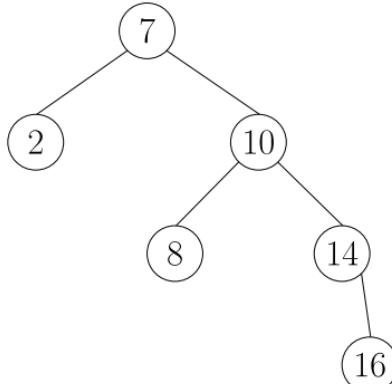
- Links von der 2 Rechts von der 2 Links von der 8
- Rechts von der 8 Rechts von der 14 Links von der 14

2.2 Welcher ist der niedrigste unbalancierte Knoten vor der Restructure-Operation? (1 Punkt)

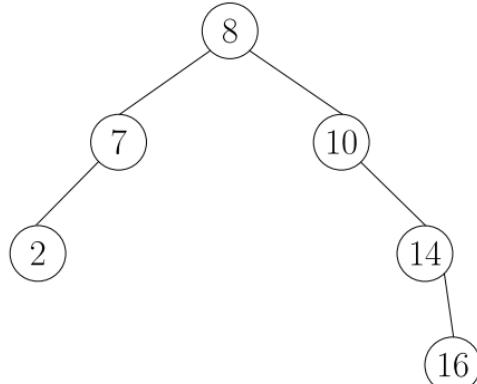
- 2 10 7
- 8 14 Baum ist balanciert.

Führe nun solange Restructure-Operationen aus, sodass wieder ein AVL-Baum entsteht. Betrachte folgende Suchbäume.

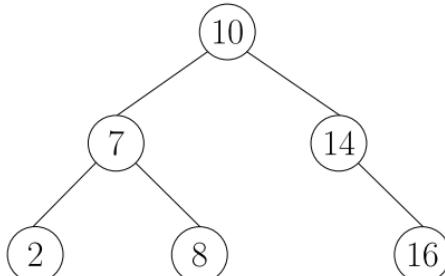
(A)



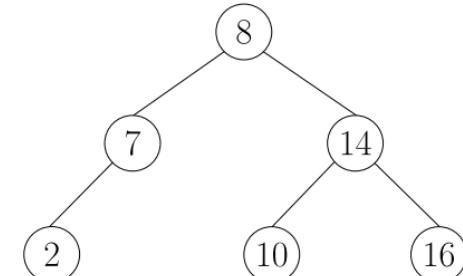
(B)



(C)



(D)

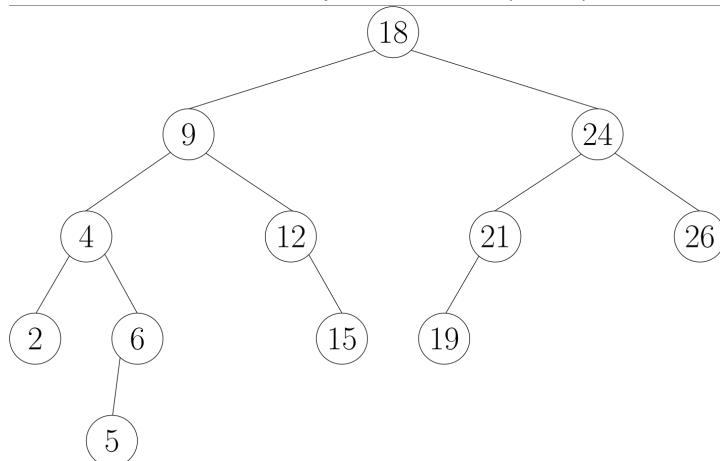


2.3 Welcher dieser Suchbäume ist das Resultat nach den Restructure-Operationen? (1 Punkt)

- (A)
- (B)
- (C)
- (D)

2. Datenstrukturen (10 Punkte) [Fortsetzung]

Betrachte den folgenden AVL-Baum T_2 . Führe die Operation Delete(T_2 , 26) aus.



2.4 Welcher ist der niedrigste unbalancierte Knoten direkt nach der Löschoperation? (1 Punkt)

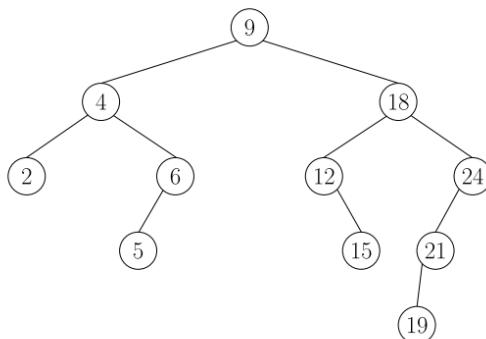
- | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 9 | <input type="checkbox"/> 18 | <input type="checkbox"/> 24 |
| <input type="checkbox"/> 26 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> Baum ist balanciert. |

2.5 Wie viele Restructure-Operationen sind notwendig, um den Suchbaum wieder zu balancieren? (1 Punkt)

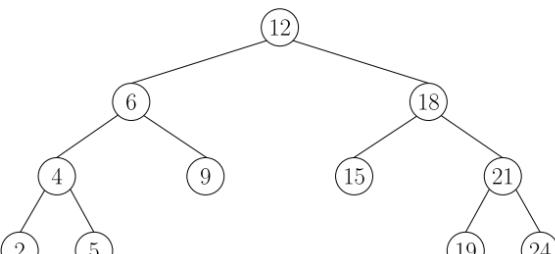
- | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 |
| <input type="checkbox"/> 0 | | |

Führe nun solange Restructure-Operationen aus, sodass wieder ein AVL-Baum entsteht. Betrachte folgende Suchbäume.

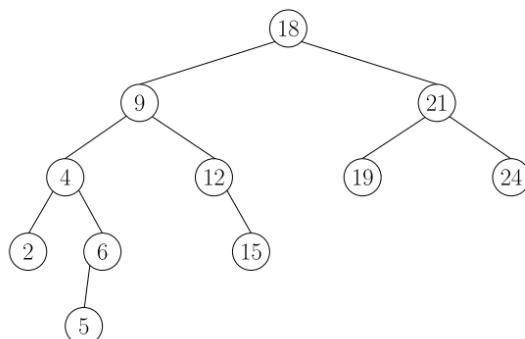
(A)



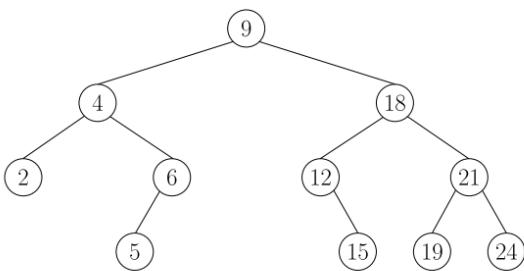
(B)



(C)



(D)



2.6 Welcher dieser Suchbäume ist das Resultat nach den Restructure-Operationen? (1 Punkt)

- | | | |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| <input type="checkbox"/> (A) | <input type="checkbox"/> (B) | <input type="checkbox"/> (C) |
| <input type="checkbox"/> (D) | | |

2. Datenstrukturen (10 Punkte) [Fortsetzung]

2.7 Beschreibe kurz wie ein Knoten mit zwei Kindern aus einem binären Suchbaum gelöscht wird. **(3 Punkte)**

2.8 In welcher der folgenden Datenstrukturen kann das Element mit größtem Schlüssel am schnellsten bestimmt werden? **(1 Punkt)**

- Binärer Suchbaum
- Doppelt-verkettete Liste
- Max-Heaps
- Stapel
- Rot-Schwarz-Bäume

3. Asymptotisches Wachstum (14 Punkte)

Betrachte die folgende Funktion. (Je 1 Punkt)

$$f_1(n) := 2 \log n - 2n + n \log n$$

- 3.1 In welcher der folgenden Klassen liegt f_1 ? $O(n)$ $O(n \log n)$ $O(n^2)$
(Mindestens eine Antwort ist korrekt.)

- 3.2 In welcher der folgenden Klassen liegt f_1 ? $\Omega(n)$ $\Omega(n \log n)$ $\Omega(n^2)$
(Mindestens eine Antwort ist korrekt.)

Betrachte die folgende Funktion. (Je 1 Punkt)

$$f_2(n) := \frac{3n^2}{\log n}$$

- 3.3 In welcher der folgenden Klassen liegt f_2 ? $O(n)$ $O(n \log n)$ $O(n^2)$
(Mindestens eine Antwort ist korrekt.)

- 3.4 In welcher der folgenden Klassen liegt f_2 ? $\Omega(n)$ $\Omega(n \log n)$ $\Omega(n^2)$
(Mindestens eine Antwort ist korrekt.)

Betrachte die folgende Funktion. (Je 1 Punkt)

$$f_3(n) := 7n - 2^{20}$$

- 3.5 In welcher der folgenden Klassen liegt f_3 ? $O(n)$ $O(n \log n)$ $O(n^2)$
(Mindestens eine Antwort ist korrekt.)

- 3.6 In welcher der folgenden Klassen liegt f_3 ? $\Omega(n)$ $\Omega(n \log n)$ $\Omega(n^2)$
(Mindestens eine Antwort ist korrekt.)

Betrachte die folgende Funktion. (Je 1 Punkt)

$$f_4(n) := \frac{4n^3 + 7n - 4}{2n + 3}$$

- 3.7 In welcher der folgenden Klassen liegt f_4 ? $O(n)$ $O(n \log n)$ $O(n^2)$
(Mindestens eine Antwort ist korrekt.)

- 3.8 In welcher der folgenden Klassen liegt f_4 ? $\Omega(n)$ $\Omega(n \log n)$ $\Omega(n^2)$
(Mindestens eine Antwort ist korrekt.)

MUSTER

Prüfungsbogen: 0

evaexam

Algorithmen und Datenstrukturen (Onlineprüfung)

 evasys

3. Asymptotisches Wachstum (14 Punkte) [Fortsetzung]

Im Folgenden betrachten wir nun Relationen zwischen den Klassen. Gib dazu in jeder Frage an, ob die Klasse A in B enthalten ist (aber nicht gleich), ob B in A enthalten ist (aber nicht gleich), ob die Klassen gleich sind ($A = B$), oder ob keines davon zutrifft. **(Je 1 Punkt)**

3.9 Sei $A = O(n)$ und $B = \Theta(n^2)$. Wie stehen A und B zueinander?

- $A = B$
- A Teilmenge von B
- B Teilmenge von A
- Keine der Antworten

3.10 Sei $A = O(3^n)$ und $B = O(2^n)$. Wie stehen A und B zueinander?

- $A = B$
- A Teilmenge von B
- B Teilmenge von A
- Keine der Antworten

3.11 Sei $A = O(n)$ und $B = \Omega(1)$. Wie stehen A und B zueinander?

- $A = B$
- A Teilmenge von B
- B Teilmenge von A
- Keine der Antworten

3.12 Sei $A = O(4n^2 + 42^2)$ und $B = O(n*(n-42))$. Wie stehen A und B zueinander?

- $A = B$
- A Teilmenge von B
- B Teilmenge von A
- Keine der Antworten

3.13 Sei $A = O(n \log n)$ und $B = \Theta(\log(n!))$. Wie stehen A und B zueinander?

- $A = B$
- A Teilmenge von B
- B Teilmenge von A
- Keine der Antworten

3.14 Sei $A = \Omega(n \log n)$ und $B = \Omega(n)$. Wie stehen A und B zueinander?

- $A = B$
- A Teilmenge von B
- B Teilmenge von A
- Keine der Antworten

MUSTER

Prüfungsbogen: 0

evaexam

Algorithmen und Datenstrukturen (Onlineprüfung)

 evasys

4. Master-Theorem (9 Punkte)

A - Betrachte die folgende Rekursionsgleichung.

$$P(n) = 7 \cdot P\left(\frac{n}{2}\right) + 2 \cdot P\left(\frac{n}{4}\right) + n^3 + n^2 \log n$$

- 4.1 Gib die im Master-Theorem auftretenden Parameter an. (1 Punkt)

$$m = \dots, k = \dots, \alpha_1 = \dots = \alpha_7 = \dots / \dots, \alpha_8 = \alpha_9 = \dots / \dots$$

- 4.2 Die Summe der α_i hoch k ist... (1 Punkt)

< 1

= 1

> 1

- 4.3 Welches asymptotische Wachstum ergibt sich mit dem Master-Theorem für T(n)? (1 Punkt)

$\Theta(n^3)$

$\Theta(n^3 \log n)$

$\Theta(n^4)$

B - Betrachte die folgende Rekursionsgleichung.

$$Q(n) = 6 \cdot Q\left(\frac{2n}{7}\right) + Q\left(\frac{5n}{7}\right) + 3n^2 - n$$

- 4.4 Gib die im Master-Theorem auftretenden Parameter an. (1 Punkt)

$$m = \dots, k = \dots, \alpha_1 = \dots = \alpha_6 = \dots / \dots, \alpha_7 = \dots / \dots$$

- 4.5 Die Summe der α_i hoch k ist... (1 Punkt)

< 1

= 1

> 1

- 4.6 Welches asymptotische Wachstum ergibt sich mit dem Master-Theorem für T(n)? (1 Punkt)

$\Theta(n)$

$\Theta(n^2 \log n)$

$\Theta(n^2)$

C - Betrachte die folgende Rekursionsgleichung.

$$V(n) = 32 \cdot V\left(\frac{n}{2}\right) + n^4 - 3n^2$$

- 4.7 Gib die im Master-Theorem auftretenden Parameter an. (1 Punkt)

$$m = \dots, k = \dots, \alpha_1 = \dots = \alpha_{32} = \dots / \dots$$

- 4.8 Die Summe der α_i hoch k ist... (1 Punkt)

< 1

= 1

> 1

- 4.9 Welches asymptotische Wachstum ergibt sich mit dem Master-Theorem für T(n)? (1 Punkt)

$\Theta(n^4)$

$\Theta(n^5)$

$\Theta(n^3)$

MUSTER

Prüfungsbogen: 0

evaexam

Algorithmen und Datenstrukturen (Onlineprüfung)

 evasys

5. Sortieren (12 Punkte)

Betrachte das folgende Array A mit 8 Elementen.

$$A[1] = 1047$$

$$A[2] = 7806$$

$$A[3] = 0775$$

$$A[4] = 9439$$

$$A[5] = 6207$$

$$A[6] = 5821$$

$$A[7] = 4734$$

$$A[8] = 2566$$

Sortiere das Array A mit Hilfe von Radixsort. Notiere dabei das Array nach jedem Durchlauf von Countingsort.

- 5.1 Welche Position im Array besitzen die Elemente nach der **ersten** Iteration? (4 Punkte)

	1	2	3	4	5	6	7	8
9439	<input type="checkbox"/>							
1047	<input type="checkbox"/>							
4734	<input type="checkbox"/>							
0775	<input type="checkbox"/>							
5821	<input type="checkbox"/>							
2566	<input type="checkbox"/>							
6207	<input type="checkbox"/>							
7806	<input type="checkbox"/>							

- 5.2 Welche Position im Array besitzen die Elemente nach der **dritten** Iteration? (4 Punkte)

	1	2	3	4	5	6	7	8
4734	<input type="checkbox"/>							
9439	<input type="checkbox"/>							
7806	<input type="checkbox"/>							
0775	<input type="checkbox"/>							
2566	<input type="checkbox"/>							
1047	<input type="checkbox"/>							
5821	<input type="checkbox"/>							
6207	<input type="checkbox"/>							

- 5.3 Wie viele Iterationen müssen durchgeführt werden, bis das Array A sortiert ist? (1 Punkt)

- 1 2 3
 4 5 6

- 5.4 Welche Eigenschaft muss der in Radixsort verwendete Sortieralgorithmus besitzen? Gib außerdem die Definition dieser Eigenschaft an. (2 Punkte)

(Leeres Kästenfeld für die Antwort)

- 5.5 Welche Laufzeit besitzt Radixsort für n Zahlen mit d Ziffern, welche k verschiedene Werte annehmen können? (1 Punkt)

- O(n)
 O(kn)
 O(dn)
 O(dk)
 O(d(n+k))

6. Mediane (9 Punkte)

- 6.1 Welche der folgenden Zahlen sind ein Median der Menge $X = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$? (Mindestens eine Antwort ist korrekt.) (**1 Punkt**)

2
 7
 17

3
 11
 19

5
 13

Betrachte den aus der Vorlesung bekannten Algorithmus zum Finden eines Rang k Elements in einer Menge von n Elementen:

1. Teile die n Elemente in 5er Gruppen auf und bestimme die Mediane dieser Gruppen.
2. Suche den Median m dieser Mediane.
3. Teile alle Elemente in drei Mengen auf: Elemente kleiner als m , gleich m , und größer als m .
4. Wiederhole Vorgang auf der Menge, die das gesuchte Element enthält.

Betrachte nun den Algorithmus, wenn Dreiergruppen statt Fünfergruppen benutzt werden. (**Je 1 Punkt**)

- 6.2 Welche Laufzeit benötigt der Algorithmus für Schritte 1. und 3. für Dreiergruppen?

$\Theta(1)$ $\Theta(\log n)$ $\Theta(n)$
 $\Theta(n \log n)$

- 6.3 Welche Laufzeit benötigt der Algorithmus für Schritt 2. für Dreiergruppen?

$T(n/2)$ $T(n/3)$ $T(n/4)$
 $T(n/5)$

- 6.4 Welche Laufzeit benötigt der Algorithmus für Schritt 4. für Dreiergruppen?

$T(n/3)$ $T(2n/3)$ $T(3n/4)$
 $T(3n/5)$

- 6.5 Welche Laufzeit ergibt sich für den Algorithmus mit Dreiergruppen über das Mastertheorem?

$\Theta(1)$ $\Theta(n)$ $\Theta(n \log n)$
 $\Theta(n^2)$ $\Theta(n^3)$

Betrachte nun den Algorithmus, wenn Siebenergruppen statt Fünfergruppen benutzt werden. (**Je 1 Punkt**)

- 6.6 Welche Laufzeit benötigt der Algorithmus für Schritte 1. und 3. für Siebenergruppen?

$\Theta(1)$ $\Theta(\log n)$ $\Theta(n)$
 $\Theta(n \log n)$

- 6.7 Welche Laufzeit benötigt der Algorithmus für Schritt 2. für Siebenergruppen?

$T(n/5)$ $T(n/6)$ $T(n/7)$
 $T(n/8)$

- 6.8 Welche Laufzeit benötigt der Algorithmus für Schritt 4. für Siebenergruppen?

$T(5n/7)$ $T(6n/7)$ $T(n/2)$
 $T(3n/4)$

- 6.9 Welche Laufzeit ergibt sich für den Algorithmus für Siebenergruppen über das Mastertheorem?

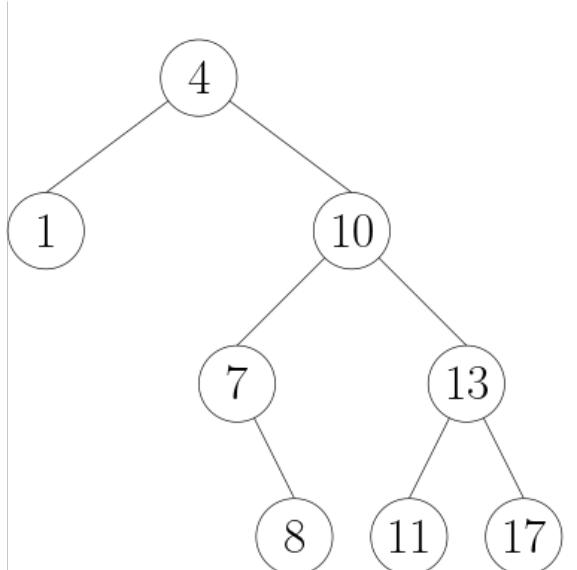
$\Theta(1)$ $\Theta(n)$ $\Theta(n \log n)$
 $\Theta(n^2)$ $\Theta(n^3)$

7. Algorithmenverständnis (9 Punkte)

Betrachte folgenden Algorithmus, welche als Eingabe einen Knoten eines binären Suchbaums bekommt.

```
function ALGORITHMUS(v)
    if v = NIL then
        return 0
    a := ALGORITHMUS(links[v])
    b := ALGORITHMUS(rechts[v])
    if a + b = 0 then
        return 1
    else
        return a + b
```

Betrachte dazu folgendenden binären Suchbaum T



Führe den Algorithmus auf die Wurzel von T aus. Notiere dabei für jeden Knoten den Rückgabewert.

- 7.1 Welchen Wert besitzt der Rückgabewert an den Knoten mit Schlüsseln 1, 4, 7 und 8? (2 Punkte)

1: [] , 4: [] , 7: [] , 8: []

- 7.2 Welchen Wert besitzt der Rückgabewert an den Knoten mit Schlüsseln 10, 11, 13 und 17? (2 Punkte)

10: [] , 11: [] , 13: [] , 17: []

7. Algorithmenverständnis (9 Punkte) [Fortsetzung]

- 7.3 Was bestimmt der angegebene Algorithmus und welche Laufzeit besitzt er? Begründe außerdem deine angegebene Laufzeit. **(5 Punkte)**

8. Algorithmenentwurf (10 Punkte)

Betrachte folgendes Problem.

Gegeben ist eine Menge $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ mit n paarweise verschiedenen Zahlen.

Diese Zahlen sollen nun so in Paare $P_i = (a_i, b_i)$ aufgeteilt werden, sodass jedes Element in genau einem Paar vorkommt und $a_i + b_i = a_j + b_j$ für je zwei Paare P_i und P_j gilt (d.h., jedes Paar besitzt die gleiche Summe).

- 8.1 Betrachte die Menge $\{1, 3, 2, 6, 4, 8, 9, 7\}$.

Teile diese Zahlen in Paare mit der obigen Eigenschaft. **(2 Punkte)**

- 8.2 Beschreibe wie das Problem im Allgemeinen in Zeit $O(n \log n)$ gelöst werden kann. Begründe außerdem die Korrektheit und die Laufzeit deines Algorithmus. Es ist kein Pseudocode erforderlich.

(Hinweis: Es darf angenommen werden, dass nur Instanzen übergeben werden, für die diese Aufteilung existiert.) **(8 Punkte)**

9. Kurzfragen (12 Punkte)

Betrachte folgende Kurzfragen. In jeder Teilaufgabe ist mindestens eine Antwort korrekt. **(Je 2 Punkte)**

- 9.1 Welche der folgenden Eigenschaften erfüllt ein Graph, der einen Eulerweg enthält, auf jeden Fall?

- Er besitzt maximal zwei Knoten ungeraden Grades.
- Er besitzt mindestens einen Kreis.
- Er besitzt einen Hamiltonpfad.

- 9.2 In jedem binären Suchbaum mit Höhe h ...

- ... benötigen Einfügeoperationen $O(h)$ Zeit.
- ... gibt es h Blätter.
- ... hat jeder Knoten maximal zwei Kinder.

- 9.3 Welche Operationen lassen sich in $O(1)$ Zeit durchführen?

- Löschen eines identifizierten Elements aus einer einfach verketteten Liste.
- Einfügen eines Elements in einen AVL-Baum.
- Hinzufügen eines Elements auf einen Stack.

- 9.4 Welche Aussagen zu Quicksort sind korrekt?

- Quicksort ist ein vergleichsbasiertes Sortierverfahren.
- Quicksort besitzt eine Laufzeit von $O(n^2)$.
- Quicksort nutzt das Prinzip "Teile und Herrsche".

- 9.5 Die Codierungsgröße einer Adjazenzmatrix eines Graphen mit n Knoten und m Kanten ist immer...

- $O(m \log n)$
- $O(n^2)$
- $O(n+m)$

- 9.6 Welche Aussagen zu Breitensuche sind korrekt?

- Breitensuche nutzt als Datenstruktur einen Stapel.
- Breitensuche besitzt eine Laufzeit von $O(n+m)$.
- Mit Breitensuche können Distanzen zwischen Knoten bestimmt werden.