

MUSTER

Prüfungsbogen: 0

EvaExam

Algorithmen und Datenstrukturen (Onlineprüfung)

Electric Paper
EVALUATIONSYSTEME



Bitte so markieren: Bitte verwenden Sie einen Kugelschreiber oder nicht zu starken Filzstift. Dieser Fragebogen wird maschinell erfasst.

Korrektur: Bitte beachten Sie im Interesse einer optimalen Datenerfassung die links gegebenen Hinweise beim Ausfüllen.

Bitte ausfüllen (Die Angabe des Namens ist freiwillig.):

Prüfungsteilnehmer-ID für den Prüfungsbogen Nr.: 0:

Vorname:

Nachname:

Für die eindeutige Zuordnung der Prüfung übertragen Sie bitte Ihre Prüfungsteilnehmer-ID gewissenhaft in die dafür vorgesehenen Felder. Alle Seiten sind vollständig individualisiert und nicht mit anderen Prüfungen tauschbar.

--	--	--	--	--	--	--	--

0

1

2

3

4

5

6

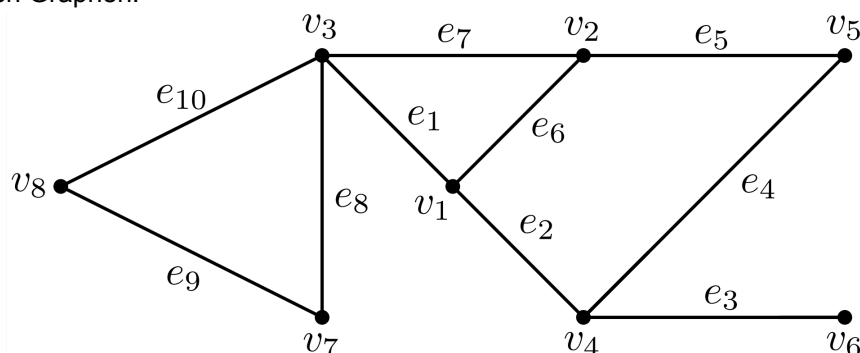
7

8

9

1. Graphenscan (17 Punkte)

Betrachte folgenden Graphen.



Führe **Breitensuche** auf diesem Graphen aus. Starte bei dem Knoten v_1 . Kommen in einem Schritt mehrere **Knoten** infrage, wähle denjenigen mit dem kleinsten Index.

1.1 Welche der folgenden Kanten sind im Breitensuchbaum enthalten? (Mindestens eine Antwort ist korrekt.)

e_2

e_3

e_4

e_5

1.2 Welche der folgenden Kanten sind im Breitensuchbaum enthalten? (Mindestens eine Antwort ist korrekt.)

e_1

e_6

e_7

1.3 Welche der folgenden Kanten sind im Breitensuchbaum enthalten? (Mindestens eine Antwort ist korrekt.)

e_8

e_9

e_{10}

Führe **Tiefensuche** auf diesem Graphen aus. Starte bei dem Knoten v_1 . Kommen in einem Schritt mehrere **Knoten** infrage, wähle denjenigen mit dem kleinsten Index.

1. Graphenscan (17 Punkte) [Fortsetzung]

1.4 Welche der folgenden Kanten sind im Tiefensuchbaum enthalten?
(Mindestens eine Antwort ist korrekt.)

 e_2 e_3 e_4 e_5

1.5 Welche der folgenden Kanten sind im Tiefensuchbaum enthalten?
(Mindestens eine Antwort ist korrekt.)

 e_1 e_6 e_7

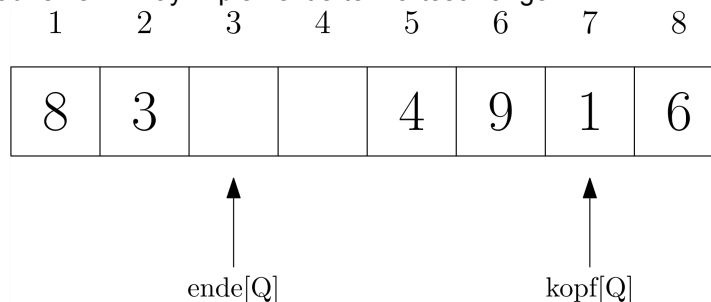
1.6 Welche der folgenden Kanten sind im Tiefensuchbaum enthalten?
(Mindestens eine Antwort ist korrekt.)

 e_8 e_9 e_{10}

1.7 Zeige: Für jeden zusammenhängenden Graphen G mit $n > 1$ Knoten gibt es einen Knoten v , sodass G nach dem Löschen von v (samt inzidenter Kanten) zusammenhängend bleibt.

2. Datenstrukturen - Stapel und Warteschlange (7 Punkte)

Betrachte die folgende, auf einem Array implementierte Warteschlange.



2.1 Welche Elemente sind in der Warteschlange enthalten?
(Mindestens eine Antwort ist korrekt.)

- | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 9 | <input type="checkbox"/> 1 |
| <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 8 | <input type="checkbox"/> 3 |

Führe nun die Operation Enqueue(Q, 2) aus.

2.2 In welches Feld des Arrays wird die 2 eingetragen?

- | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 |
| <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 |
| <input type="checkbox"/> 7 | <input type="checkbox"/> 8 | |

2.3 Auf welches Feld zeigt der Zeiger ende[Q] nach der Enqueue-Operation?

- | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 |
| <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 |
| <input type="checkbox"/> 7 | <input type="checkbox"/> 8 | |

2.4 Auf welches Feld zeigt der Zeiger kopf[Q] nach der Enqueue-Operation?

- | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 |
| <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 |
| <input type="checkbox"/> 7 | <input type="checkbox"/> 8 | |

Führe die Operation Dequeue(Q) aus. Nimm dabei an, dass die vorherige Operation noch nicht ausgeführt wurde.

2.5 Welches Element wird durch die Dequeue-Operation zurückgegeben?

- | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 9 | <input type="checkbox"/> 1 |
| <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 8 | <input type="checkbox"/> 3 |

2.6 Auf welches Feld zeigt der Zeiger ende[Q] nach der Dequeue-Operation?

- | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 |
| <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 |
| <input type="checkbox"/> 7 | <input type="checkbox"/> 8 | |

2.7 Auf welches Feld zeigt der Zeiger kopf[Q] nach der Dequeue-Operation?

- | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 |
| <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 |
| <input type="checkbox"/> 7 | <input type="checkbox"/> 8 | |

3. Datenstrukturen - Listen (7 Punkte)

3.1 Warum lässt sich ein identifiziertes Element in einer einfach verketteten Liste nicht in konstanter Zeit löschen?

3.2 In welcher Datenstruktur lässt sich ein identifiziertes Element in konstanter Zeit löschen?

3.3 Listen und Arrays arbeiten auf unsortierten Daten

Wahr

Falsch

3.4 In Listen benötigt das Suchen nach dem Element an der k-ten Stelle $\Theta(n)$ Zeit. Wie lange benötigt das Suchen des Elements an der k-ten Stelle in Arrays?

$\Theta(1)$

$\Theta(\log n)$

$\Theta(n)$

3.5 Ein wesentlicher Unterschied zwischen Arrays und Listen ist...

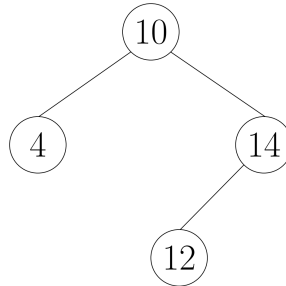
...die asymptotische Größe des benötigten Arbeitsspeichers.

...die Verwaltung im Arbeitsspeicher.

...die asymptotische Laufzeit zum Iterieren über alle Elemente.

4. Datenstrukturen - AVL-Bäume (11 Punkte)

Betrachte den folgenden AVL-Baum T_1 . Führe die Operation $\text{Insert}(T_1, 11)$ aus.



4.1 An welcher Stelle wird das neue Element (11) eingefügt?

Links von der 4

Rechts von der 4

Links von der 12

Rechts von der 12

Rechts von der 14

4.2 Welcher ist der niedrigste unbalancierte Knoten vor der Restructure-Operation?

4

10

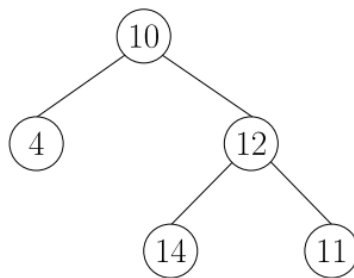
14

12

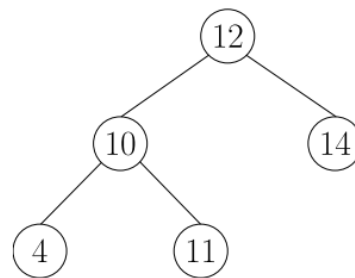
11

Führe nun solange Restructure-Operationen aus, sodass wieder ein AVL-Baum entsteht. Betrachte folgende Suchbäume.

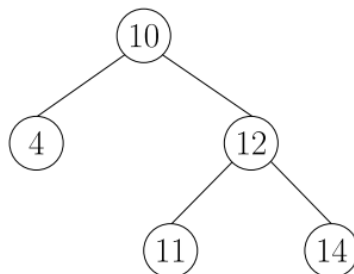
(A)



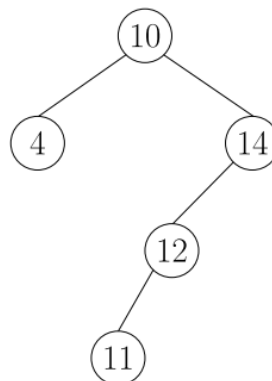
(B)



(C)



(D)



4.3 Welcher dieser Suchbäume ist das Resultat nach den Restructure-Operationen?

(A)

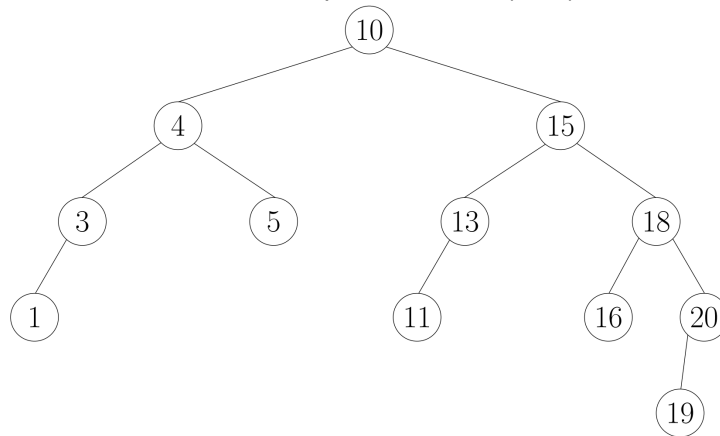
(B)

(C)

(D)

4. Datenstrukturen - AVL-Bäume (11 Punkte) [Fortsetzung]

Betrachte den folgenden AVL-Baum T_2 . Führe die Operation $Delete(T_2, 5)$ aus.



4.4 Welcher ist der niedrigste unbalancierte Knoten direkt nach der Löschoption?

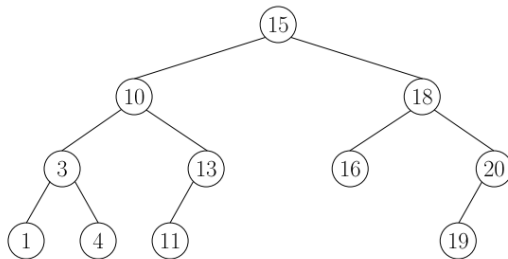
- 1 3 4
 10

4.5 Wie viele Restructure-Operationen sind notwendig, um den Suchbaum wieder zu balancieren?

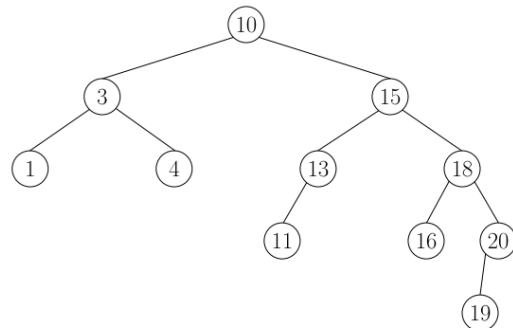
- 1 2 3

Führe nun solange Restructure-Operationen aus, sodass wieder ein AVL-Baum entsteht. Betrachte folgende Suchbäume.

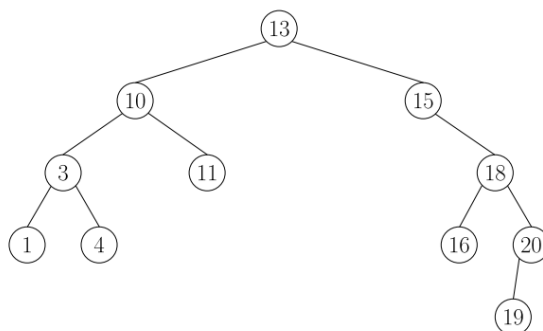
(A)



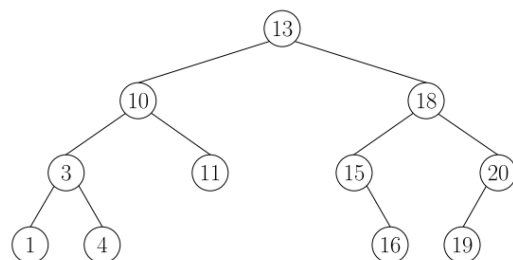
(B)



(C)



(D)



4.6 Welcher dieser Suchbäume ist das Resultat nach den Restructure-Operationen?

- (A) (B) (C)
 (D)

4. Datenstrukturen - AVL-Bäume (11 Punkte) [Fortsetzung]

4.7 Zeige: Das Erstellen eines binären Baumes aus einer unsortierten Menge mit n Elementen benötigt $\Omega(n \log n)$ Zeit.

5. Asymptotisches Wachstum (14 Punkte)

Betrachte die folgende Funktion.

$$f_1(n) := 3n^2 - 5n + 9$$

5.1 In welcher der folgenden Klassen liegt f_1 ?
(Mindestens eine Antwort ist korrekt.)

 $O(n)$
 $O(n \log n)$
 $O(n^2)$

5.2 In welcher der folgenden Klassen liegt f_1 ?
(Mindestens eine Antwort ist korrekt.)

 $\Omega(n)$
 $\Omega(n \log n)$
 $\Omega(n^2)$

Betrachte die folgende Funktion.

$$f_2(n) := 13n - 2 \cdot \frac{n}{\log n}$$

5.3 In welcher der folgenden Klassen liegt f_2 ?
(Mindestens eine Antwort ist korrekt.)

 $O(n)$
 $O(n \log n)$
 $O(n^2)$

5.4 In welcher der folgenden Klassen liegt f_2 ?
(Mindestens eine Antwort ist korrekt.)

 $\Omega(n)$
 $\Omega(n \log n)$
 $\Omega(n^2)$

Betrachte die folgende Funktion.

$$f_3(n) := \frac{5n^2 + 4n^2 \log n}{2n - 3}$$

5.5 In welcher der folgenden Klassen liegt f_3 ?
(Mindestens eine Antwort ist korrekt.)

 $O(n)$
 $O(n \log n)$
 $O(n^2)$

5.6 In welcher der folgenden Klassen liegt f_3 ?
(Mindestens eine Antwort ist korrekt.)

 $\Omega(n)$
 $\Omega(n \log n)$
 $\Omega(n^2)$

Betrachte die folgende Funktion.

$$f_4(n) := n^{3/2} + n \log n$$

5.7 In welcher der folgenden Klassen liegt f_4 ?
(Mindestens eine Antwort ist korrekt.)

 $O(n)$
 $O(n \log n)$
 $O(n^2)$

5.8 In welcher der folgenden Klassen liegt f_4 ?
(Mindestens eine Antwort ist korrekt.)

 $\Omega(n)$
 $\Omega(n \log n)$
 $\Omega(n^2)$

5. Asymptotisches Wachstum (14 Punkte) [Fortsetzung]

Im Folgenden betrachten wir nun Relationen zwischen den Klassen. Gib dazu in jeder Frage an, ob die Klasse A in B enthalten ist (aber nicht gleich), ob B in A enthalten ist (aber nicht gleich), ob die Klassen gleich sind ($A = B$), oder ob keines davon zutrifft.

5.9 Sei $A = O(n^2)$ und $B = \Theta(n)$. Wie stehen A und B zueinander?

- A = B
- A Teilmenge von B
- B Teilmenge von A
- Keine der Antworten

5.10 Sei $A = O(2^n)$ und $B = O(3^n)$. Wie stehen A und B zueinander?

- A = B
- A Teilmenge von B
- B Teilmenge von A
- Keine der Antworten

5.11 Sei $A = O(n \log n)$ und $B = \Omega(n)$. Wie stehen A und B zueinander?

- A = B
- A Teilmenge von B
- B Teilmenge von A
- Keine der Antworten

5.12 Sei $A = O(4n^2)$ und $B = O(n \cdot (3n-2))$. Wie stehen A und B zueinander?

- A = B
- A Teilmenge von B
- B Teilmenge von A
- Keine der Antworten

5.13 Sei $A = O(n \log n)$ und $B = \Theta(\log(n!))$. Wie stehen A und B zueinander?

- A = B
- A Teilmenge von B
- B Teilmenge von A
- Keine der Antworten

5.14 Sei $A = \Omega(n)$ und $B = \Omega(n^2)$. Wie stehen A und B zueinander?

- A = B
- A Teilmenge von B
- B Teilmenge von A
- Keine der Antworten

6. Master-Theorem (9 Punkte)

A - Betrachte die folgende Rekursionsgleichung.

$$T(n) := T\left(\frac{2n}{3}\right) + T\left(\frac{n}{3}\right) + 5n - 3$$

6.1 Gib die im Master-Theorem auftretenden Parameter an.

$$m = \dots, k = \dots, \alpha_1 = \dots / \dots, \alpha_2 = \dots / \dots$$

6.2 Die Summe der α_i hoch k ist...

< 1

$= 1$

> 1

6.3 Welches asymptotische Wachstum ergibt sich mit dem Master-Theorem für $T(n)$?

$\Theta(n)$

$\Theta(n \log n)$

$\Theta(n^2)$

B - Betrachte die folgende Rekursionsgleichung.

$$U(n) := U\left(\frac{4n}{5}\right) + U\left(\frac{n}{2}\right) - \log n + n^2$$

6.4 Gib die im Master-Theorem auftretenden Parameter an.

$$m = \dots, k = \dots, \alpha_1 = \dots / \dots, \alpha_2 = \dots / \dots$$

6.5 Die Summe der α_i hoch k ist...

< 1

$= 1$

> 1

6.6 Welches asymptotische Wachstum ergibt sich mit dem Master-Theorem für $T(n)$?

$\Theta(n)$

$\Theta(n \log n)$

$\Theta(n^2)$

C - Betrachte die folgende Rekursionsgleichung.

$$V(n) := 125 \cdot V\left(\frac{n}{5}\right) + 3n^2 + 3n - 12$$

6.7 Gib die im Master-Theorem auftretenden Parameter an.

$$m = \dots, k = \dots, \alpha_1 = \dots = \alpha_{125} = \dots / \dots$$

6.8 Die Summe der α_i hoch k ist...

< 1

$= 1$

> 1

6.9 Welches asymptotische Wachstum ergibt sich mit dem Master-Theorem für $T(n)$?

$\Theta(n)$

$\Theta(n^2)$

$\Theta(n^3)$

7. Sortieren (13 Punkte)

Betrachte das folgende Array A.

$A := [9 \ 7 \ 4 \ 2 \ 3 \ 6 \ 1 \ 5]$

Sortiere das Array A mit Hilfe von Quicksort. Notiere dabei die Ergebnisse der Partition-Aufrufe, sofern sich das Array in dem jeweiligen Partition-Aufruf ändert.

7.1 Gib das Array und das genutzte Pivotelement nach dem ersten ändernden Partition-Aufruf an.

....., Pivotelement:

7.2 Gib das Array und das genutzte Pivotelement nach dem zweiten ändernden Partition-Aufruf an.

....., Pivotelement:

7.3 Wie oft wird bei einem Durchlauf von Quicksort die Funktion Partition aufgerufen? Begründe deine Antwort. (Hinweis: Die Anzahl an Aufrufen kann exakt oder asymptotisch (in Θ -Notation) angegeben werden. Für die asymptotische Angabe kann Θ auch als "Theta" geschrieben werden)

7.4 Es ist bekannt, dass Quicksort aus der Vorlesung im Worst-Case eine Laufzeit von $\Theta(n^2)$ besitzt. Zeige oder widerlege: Es kann in Partition immer so ein Pivotelement gewählt werden, dass für Quicksort immer eine Laufzeit von $\Theta(n \log n)$ garantiert werden kann.

8. Mediane (10 Punkte)

8.1 Welche der folgenden Zahlen sind ein Median der Menge $X = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$? (Mindestens eine Antwort ist korrekt.)

- 2
 7
 17

- 3
 11
 19

- 5
 13

Betrachte den aus der Vorlesung bekannten Algorithmus zum Finden eines Rang k Elements.

8.2 Welche Laufzeit ergibt sich für den Algorithmus, wenn man Dreiergruppen anstatt Fünfergruppen benutzt?

- $\Theta(1)$
 $\Theta(n^2)$

- $\Theta(n)$
 $\Theta(n^3)$

- $\Theta(n \log n)$

8.3 Welche Laufzeit ergibt sich für den Algorithmus, wenn man Siebenergruppen anstatt Fünfergruppen benutzt?

- $\Theta(1)$
 $\Theta(n^2)$

- $\Theta(n)$
 $\Theta(n^3)$

- $\Theta(n \log n)$

Betrachte nun folgendes Problem.

Gegeben sind eine Menge X mit n Zahlen und ein m aus $\{1, \dots, n\}$.

Gesucht sind die m größten Zahlen in X .

8.4 Beschreibe wie dieses Problem in $O(n)$ Zeit gelöst werden kann. (Hinweis: Es ist kein Pseudocode erforderlich.)

8.5 Welche Laufzeit ergibt sich, wenn die m Elemente zusätzlich in sortierter Reihenfolge ausgegeben werden sollen?

- $\Theta(n)$
 $\Theta(n + m \log m)$

- $\Theta(n \log n)$
 $\Theta(m \log m)$

- $\Theta(n + m)$
 $\Theta(m)$

9. Kurzfragen (12 Punkte)

Betrachte folgende Kurzfragen. In jeder Teilaufgabe ist mindestens eine Antwort korrekt.

9.1 Wofür ist die Breitensuche geeignet?

- Um in einem Graphen kürzeste Wege zu finden.
- Um aus einem Labyrinth herauszufinden.
- Um einen Graphen auf Zusammenhang zu testen.

9.2 Aus einem sortierten Array von n vergleichbaren Elementen kann man in $O(n)$ Zeit...

- ...einen AVL-Baum erstellen.
- ...einen Max-Heap erstellen.
- ...eine Liste erstellen.

9.3 Es gibt AVL-Bäume der Höhe h , die...

- ... 3^h Knoten besitzen
- ... $\Omega(h)$ Restructure-Operationen nach einer Einfügeoperation benötigen.
- ... $\Omega(h)$ Restructure-Operationen nach einer Löschoption benötigen.

9.4 Eine Warteschlange...

- ... funktioniert nach dem FIFO-Prinzip
- ...wird bei der Breitensuche verwendet.
- ...kann mit Hilfe von zwei Stacks simuliert werden.

9.5 Mergesort...

- ...ist ein stabiler Sortieralgorithmus.
- ...besitzt eine bessere asymptotische Laufzeit als Bubblesort.
- ...benötigt im Worst-Case n^2 viele Merge-Schritte.

9.6 Für welche Graphenklassen ist der Breitensuchbaum immer eindeutig, wenn bei einem festen Knoten gestartet wird.

- Vollständige Graphen
- Bäume
- Kreise gerader Länge