Algorithmen und Datenstrukturen
Prof. Dr. Sándor P. Fekete
Matthias Konitzny
Dr. Arne Schmidt

Winter 2020/21
Abgabe: 16.11.2020
Rückgabe: 23.–27.11.2020

Übungsblatt 1

Abgabe der Lösungen muss bis zum 16.11.2020 um 14:00 Uhr erfolgen. Lösungen müssen per Mail mit einer pdf-Datei (Name der Datei „`blatt_[nr]_[matrikel].pdf`“) an den jeweiligen Tutor geschickt werden. Email-Adressen sind unter `https://www.ibr.cs.tu-bs.de/alg/index.html` zu finden.

Beachte: Bei der Bearbeitung der Hausaufgaben gelten folgenden Richtlinien:
`https://www.ibr.cs.tu-bs.de/courses/ws2021/aud/HA-Hinweise.pdf`

Hausaufgabe 1 (Kantengraph): **(3+5+5 Punkte)**

Der *Kantengraph* $L(G) = (V_L, E_L)$ eines Graphen $G = (V, E)$ besitzt für jede Kante $e \in E$ einen Knoten. Zwei Knoten in $L(G)$ sind verbunden, wenn die entsprechenden Kanten in G adjazent sind (d.h. wenn sie in G einen gemeinsamen Knoten besitzen). Formal:

$$V_L := E \qquad \text{und} \qquad E_L := \{\{e, f\} \subset E \mid e, f \text{ adjazent in } G\}$$

In Abbildung 1 ist ein Beispiel für einen Kantengraphen zu sehen. Man kann zeigen, dass $L(G)$ genau dann zusammenhängend ist, wenn G zusammenhängend ist.

a) Betrachte den Graphen I aus Abbildung 2. Zeichne $L(I)$.

b) Zeige: Ist G zusammenhängend und sind alle Knoten entweder gerade oder ungerade, dann besitzt $L(G)$ eine Eulertour.
(Hinweis: Benutze einen direkten Beweis.[1])

c) Zeige die Umkehrung: Besitzt $L(G)$ (ohne isolierte Knoten) eine Eulertour, dann sind alle Knoten in G entweder gerade oder ungerade.
(Hinweis: Benutze Kontraposition.[2])

Hausaufgabe 2 (Euler und Hamilton): **(5+2 Punkte)**

a) Wende Fleurys Algorithmus zum Finden einer Eulertour (siehe Vorlesung vom 10.11. oder Algorithmus 1) auf den Graphen H aus Abbildung 1 (links) an. Starte bei dem Knoten v_1 und gib die Eulertour als Knotenliste an. Stehen zu einem Zeitpunkt mehrere Knoten zur Auswahl, benutze denjenigen mit dem kleineren Index.

b) Zeige oder widerlege: H besitzt einen Hamiltonkreis.

[1] `https://www.ibr.cs.tu-bs.de/courses/ws2021/aud/uebungen/Merkzettel-Beweise.pdf`

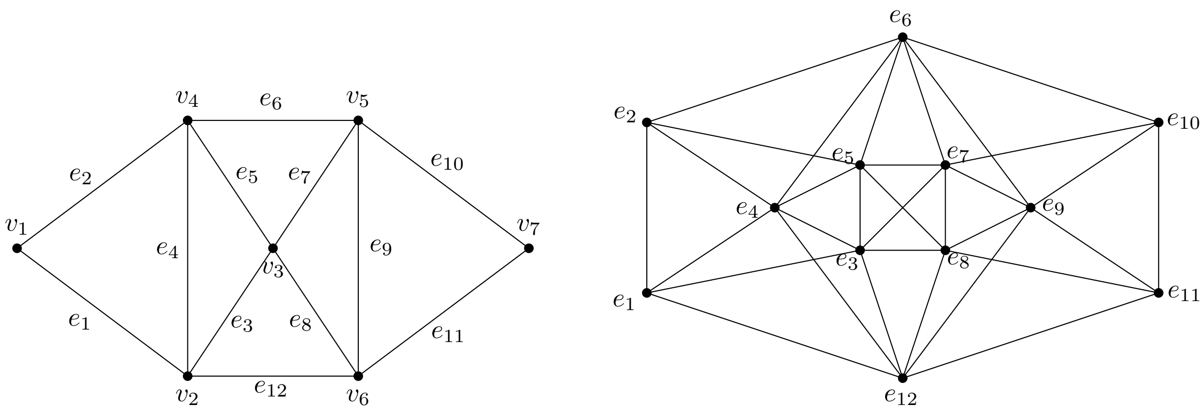

Abbildung 1: Links: Der Graph H. Rechts: Der Kantengraph $L(H)$ von H.

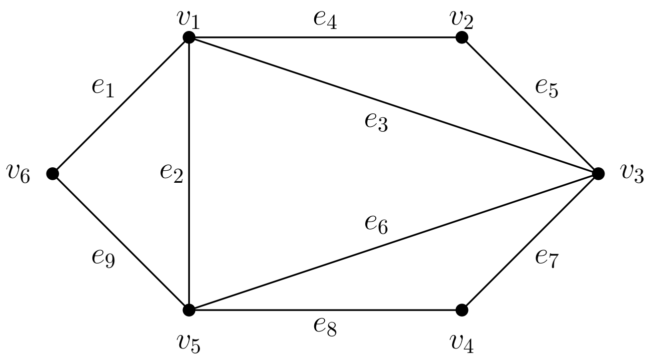

Abbildung 2: Der Graph I.

function FLEURY(Graph $G = (V, E)$)
  Starte in einem Knoten v_0 (mit ungeradem Grad falls vorhanden, sonst beliebig)
  while Es gibt eine zum gegenwärtigen Knoten v_i inzidente Kante $\{v_i, v_j\}$ gibt **do**
    Wähle eine Kante $e_i = \{v_i, v_j\}$, die den Restgraphen zusammenhängend lässt.
    Laufe zum adjazenten Knoten v_j
    Lösche die Kante aus der Liste der zu benutzenden Kanten
    Setze $v_{i+1} := v_j$
    Setze $i := i + 1$
  end while
end function

Algorithmus 1: Fleurys Algorithmus