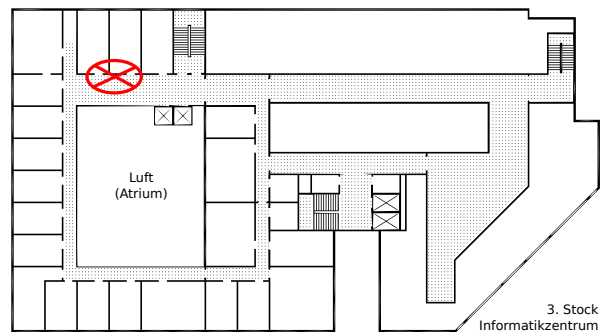


Übungsblatt 3

Abgabe der Lösungen bis zum 16.12.2019 um 10:00 Uhr im Hausaufgabenschrank bei Raum IZ 337 (siehe Skizze rechts). Es werden nur mit einem dokumentenechten Stift (kein Rot!) geschriebene Lösungen gewertet. **Bitte die Blätter zusammenheften und vorne deutlich mit eigenem Namen, Matrikel- und Gruppennummer, sowie Studiengang versehen!**



Beachte: Bei der Bearbeitung der Hausaufgaben gelten folgenden Richtlinien:
<https://www.ibr.cs.tu-bs.de/courses/ws1920/aud/HA-Hinweise.pdf>

Dieses Blatt besteht aus einer Präsenzaufgabe, die in der kleinen Übung besprochen wird, sowie aus einer Hausaufgabe, die abgegeben werden muss und bewertet wird.

Präsenzaufgabe:

(Besprechung 06.-10.01.2020)

In dieser Aufgabe wollen wir einen Algorithmus entwickeln, der in linearer Zeit überprüft, ob ein gegebener binärer Suchbaum B ein AVL-Baum ist.

(Hinweis: AVL-Bäume werden voraussichtlich am 17.12.19 vorgestellt.)

- Entwirf zunächst einen rekursiven Algorithmus, der jedem Knoten v in B ein Label $h(v)$ zuweist, welches die Höhe von v in B beschreibt. Die Laufzeit darf $O(n)$ nicht überschreiten.
- Entwirf einen rekursiven Algorithmus, der überprüft, ob B ein AVL-Baum ist. Die Laufzeit darf $O(n)$ nicht überschreiten.

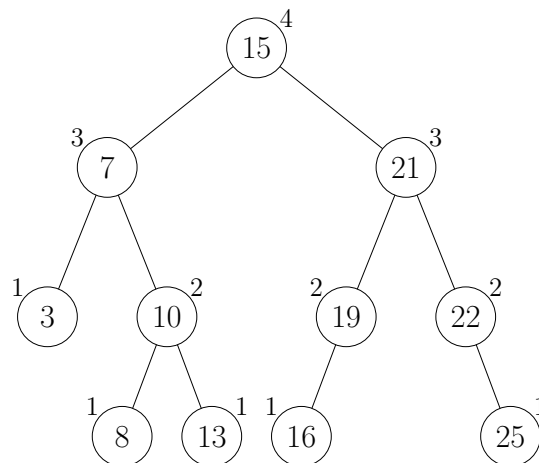


Abbildung 1: Ein binärer Suchbaum. Zahlen an den Knoten entsprechen den Labels h .

Hausaufgabe 1 (Asymptotisches Wachstum):

(10+5+5 Punkte)

- a) Bestimme jeweils alle benötigten Konstanten, um zu zeigen, dass die Funktionen f_1, \dots, f_5 in der jeweils angegebenen Klasse liegen.

$$f_1(n) = 4n^3 - 8n^2 + 20 \in O(n^3)$$

$$f_2(n) = 4n^3 - 8n^2 + 20 \in \Omega(n^3)$$

$$f_3(n) = \frac{1}{\sqrt{n}} + 1991 \in O(1)$$

$$f_4(n) = \log_4(n) \in \Theta(\log_2(n))$$

$$f_5(n) = \frac{12n^2 \log n + 12n - 30n \log n}{n + 5} \in \Omega(n \log n)$$

- b) Betrachte die Funktionen $f, g, h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$. Zeige oder widerlege:
 $f(n) \in O(g(n)) \wedge g(n) \in \Omega(h(n)) \Rightarrow f(n) \in O(h(n))$

- c) In welcher Beziehung stehen die folgenden Klassen zueinander? Schreibe \subsetneq in das Feld, wenn Klasse A in Klasse B enthalten ist (aber $A \neq B$), \supsetneq , wenn Klasse B in Klasse A enthalten ist (aber $A \neq B$), $=$, wenn die Klassen A und B übereinstimmen und \times , wenn dies alles nicht zutrifft. Eine Begründung ist nicht notwendig.

A	Relation	B
$O(n^2)$		$\Theta(n \log n)$
$\Omega\left(\frac{n}{\log n}\right)$		$\Omega(n)$
$\Theta(n - \log n)$		$\Theta(n)$
$O(n)$		$\Omega(3)$
$\Theta(4^{\log_2(n)})$		$\Omega(n^2)$