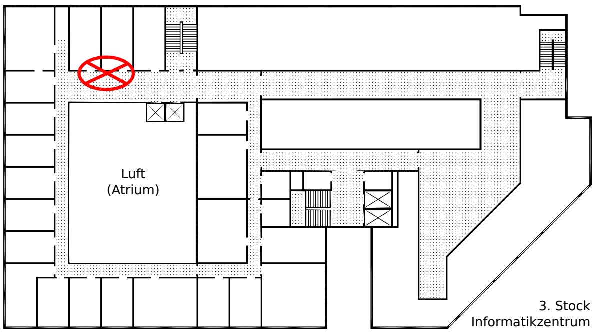
Algorithmen und Datenstrukturen **Winter 2019/20**
Prof. Dr. Sándor P. Fekete **Abgabe:** 18.11.2019
Arne Schmidt **Rückgabe:** 25.–29.11.2019

Übungsblatt 1



Abgabe der Lösungen bis zum 18.11.2019 um 10:00 Uhr im Hausaufgabenschrank bei Raum IZ 337 (siehe Skizze rechts). Es werden nur mit einem dokumentenechten Stift (kein Rot!) geschriebene Lösungen gewertet. **Bitte die Blätter zusammenheften und vorne deutlich mit eigenem Namen, Matrikel- und Gruppennummer, sowie Studiengang versehen!**

Beachte: Bei der Bearbeitung der Hausaufgaben gelten folgenden Richtlinien: `https://www.ibr.cs.tu-bs.de/courses/ws1920/aud/HA-Hinweise.pdf`

Dieses Blatt besteht aus einer Präsenzaufgabe, die in der kleinen Übung besprochen wird, sowie aus zwei Hausaufgaben, die abgegeben werden müssen und bewertet werden.

Präsenzaufgabe: (Besprechung 25.-29.11.2019)
Dem *Orakel von Kevin Bacon* liegt der Schauspielergraph S zugrunde: Schauspieler sind durch Knoten repräsentiert. Zwei Schauspielerknoten sind durch eine Kante verbunden, wenn sie gemeinsam in einem Film gespielt haben. Der Knoten von Kevin Bacon hat die *Kevin-Bacon-Zahl* (KBZ) 0; die KBZ eines anderen Schauspielers ist die Länge eines kürzesten Weges im Schauspielergraphen S zu Kevin Bacon. Beispielsweise hat Tom Hanks die KBZ 1, da er mit Kevin Bacon in *Apollo 13* gespielt hat. Falls kein verbindender Weg existiert, ist die KBZ des betrachteten Schauspielers als unendlich definiert.

Das Orakel ist im Web verfügbar: `http://oracleofbacon.org/`. Die zugrundeliegenden Filmdaten sind *Wikipedia* entnommen.

a) Wir betrachten einen Pfad für die KBZ z eines Schauspielers A als ein kürzester Pfad in S, der Kevin Bacon und A verbindet und der aus $z+1$ Knoten besteht. Gib einen Schauspieler mit mindestens KBZ 4 und einen entsprechenden Pfad an.

b) Wenn man Schauspieler mit möglichst großer KBZ sucht, muss man davon ausgehen, dass man diese nicht kennt; man muss sie also erst als Teil der Suche finden. Beschreibe eine allgemeine Strategie zum sicheren Finden (ohne Raten) von Schauspielern mit hoher KBZ, die jeweils nur ein Browserfenster/-tab mit dem Orakel von Bacon und ein Browserfenster/-tab mit Wikipedia verwendet. Welche Rolle spielt dabei die Breitensuche? Welche spielt die Tiefensuche?

c) Wenn man einen Server wie das Kevin-Bacon-Orakel betreibt, muss man damit rechnen, dass in kurzer Zeit sehr viele Anfragen hereinkommen, die jeweils schnell beantwortet werden müssen. Deshalb lohnt es sich, zwischen Verfahren zu unterscheiden, die eine Aufgabenstellung nur einmal lösen, und solchen, die (nach einem gewissen Aufwand für "Preprocessing" zur Erstellung einer geeigneten Datenstruktur) dieselbe Frage immer wieder neu für unterschiedliche Anfragen ("Queries") beantworten können. Bei einer Anfrage soll nun nicht nur die KBZ des betrachteten Schauspielers, sondern auch ein entsprechender Pfad ausgegeben werden, siehe Aufgabenteil a). Wie kann man es als Betreiber eines Orakels vermeiden, dass man für jede Anfrage eine neue Breitensuche ausführen muss, ohne dass man gigantische Datenmengen vorhalten muss?[1]

Hausaufgabe 1 (Kantengraph): **(5+5 Punkte)**

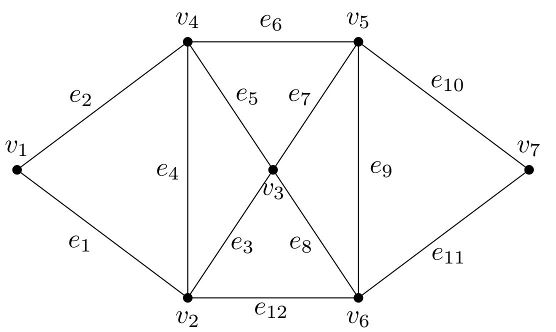
Der *Kantengraph* $L(G) = (V_L, E_L)$ eines Graphen $G = (V, E)$ besitzt für jede Kante $e \in E$ einen Knoten. Zwei Knoten in $L(G)$ sind verbunden, wenn die entsprechenden Kanten in G adjazent sind (d.h. wenn sie in G einen gemeinsamen Knoten besitzen). Formal:

$$V_L := E \qquad \text{und} \qquad E_L := \{\{e, f\} \subset E \mid e, f \text{ adjazent in } G\}$$

In Abbildung 1 ist ein Beispiel für einen Kantengraphen zu sehen. Man kann zeigen, dass $L(G)$ genau dann zusammenhängend ist, wenn G zusammenhängend ist.

a) Zeige: Ist G zusammenhängend und sind alle Knoten entweder gerade oder ungerade, dann ist $L(G)$ eulersch.[2]
(Hinweis: Benutze einen direkten Beweis.[3])

b) Zeige die Umkehrung: Ist $L(G)$ zusammenhängend und eulersch, dann sind alle Knoten in G entweder gerade oder ungerade.
(Hinweis: Benutze Kontraposition.[3])



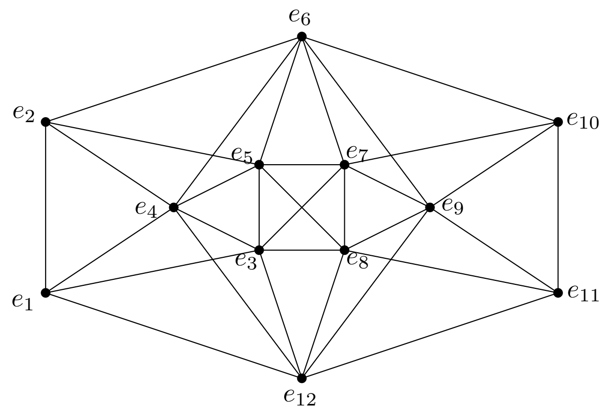


Abbildung 1: Links: Der Graph H. Rechts: Der Kantengraph $L(H)$ von H.

Hausaufgabe 2 (Euler und Hamilton): **(5+5 Punkte)**

a) Wende Fleurys Algorithmus zum Finden einer Eulertour (siehe Vorlesung vom 12.11.) auf den Graphen H aus Abbildung 1 (links) an . Starte bei dem Knoten v_1 und gib die Eulertour als Knotenliste an. Stehen zu einem Zeitpunkt mehrere Knoten zur Auswahl, benutze denjenigen mit dem kleineren Index.

b) Zeige oder widerlege: H besitzt einen Hamiltonkreis.

[1]Hier geht es nicht um rein technische Lösungen wie Caching, sondern um das Ausnutzen von Struktur.
[2]Ein Graph G ist genau dann *eulersch*, wenn G eine Eulertour besitzt.
[3]`https://www.ibr.cs.tu-bs.de/courses/ws1920/aud/uebungen/Merkzettel-Beweise.pdf`