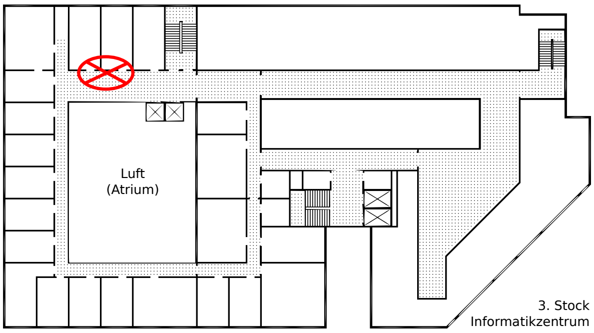
Abteilung Algorithmik **Winter 2018/2019**
Institut für Betriebssysteme und Rechnerverbund
TU Braunschweig

Dr. Christian Scheffer
Andreas Haas

Algorithmische Geometrie
Übung 4 vom 14. 12. 2018

Abgabe der Lösungen bis zum Freitag, den 11. 01. 2019 um 11:30 im Hausaufgabenrückgabeschrank.



Bitte die Blätter vorne deutlich mit eigenem Namen sowie Matrikel- und Gruppennummer versehen!

Aufgabe 1 (Randomized Incremental Construction - Backward Analysis): Betrachte eine randomisierte inkrementelle Konstruktion eines binären Suchbaumes T. Zu Beginn wird eine zufällige Reihenfolge für das Einfügen der Elemente bestimmt, diese werden anschließend und ohne weitere Balancierung-Operationen eingefügt. Sei eine Menge S aus n Elementen und ein weiterer Punkt $p \notin S$ gegeben. Zeige, dass die erwartete Zeit um p in T zu finden[1] in $O(\log n)$ liegt.

(5 Punkte)

Aufgabe 2 (Flip graphs):

a) Zeichne den Flip-Graphen eines konvexen 6-gon.

b) Zeige, dass alle Knoten des Flip-Graphen eines konvexen n-gons Knotengrad $n-3$ haben.

(5 Punkte)

Aufgabe 3 (Delaunay Triangulation): Zeige, dass jeder euklidische minimale Spannbaum (EMST) einer Punktmenge S ein Teilgraph der Delaunay Triangulierung von S ist.

Bemerkung: Dies kann genutzt werden, um den EMST auf einer reduzierten Kantenmenge zu berechnen. Statt einen MST Algorithmus auf den $\binom{n}{2}$ Kanten des vollständigen Graphen zu verwenden, kann man sich auf die $O(n)$ Kanten der Delaunay-Triangulierung beschränken.

[1] D.h. die Position in T an der sich p befinden müsste.

Für die Aufgabe darfst du die *Empty Circle Property* verwenden:

Die Kante zwischen zwei Punkten p, q ist genau dann in der Delaunay-Triangulierung enthalten, wenn es einen leeren Kreis gibt der p und q berührt, aber ansonsten keinen anderen Punkt der Punktmenge enthält.

(5 Punkte)

Aufgabe 4 (Voronoi Diagrams and their Dual): Skizziere das Voronoi Diagramm und die Delaunay Triangulierung der Punktemenge aus Abbildung 1.

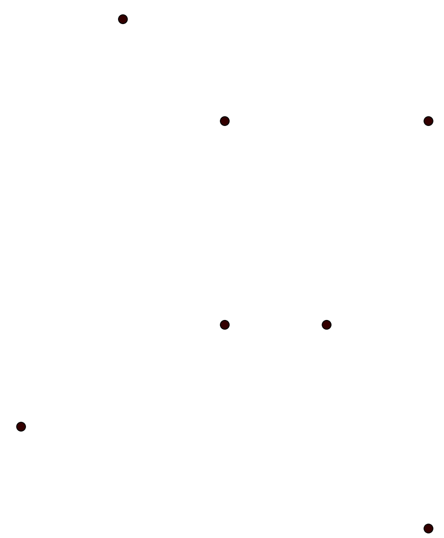


Abbildung 1: Punktemenge

(5 Punkte)