



Technische
Universität
Braunschweig

Institute of Operating Systems
and Computer Networks



Mathematische Methoden der Algorithmik

Übung 3 (nachgeholt in Übung 4)

Dominik Krupke (Folien von Stephan Friedrichs)

January 9, 2018

Cycling im Simplex-Algorithmus

1. Tableau

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
	2.3	2.15	-13.55	-0.4	0	0	0
x_5	0.4	0.2	-1.4	-0.2	1	0	0
x_6	-7.8	-1.4	7.8	0.4	0	1	0

Cycling im Simplex-Algorithmus

1. Tableau

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
	2.3	2.15	-13.55	-0.4	0	0	0
x_5	0.4	0.2	-1.4	-0.2	1	0	0
x_6	-7.8	-1.4	7.8	0.4	0	1	0

Cycling im Simplex-Algorithmus

2. Tableau

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
	0	1	-5.5	0.75	-5.75	0	0
x_1	1	0.5	-3.5	-0.5	2.5	0	0
x_6	0	2.5	-19.5	-3.5	19.5	1	0

Cycling im Simplex-Algorithmus

2. Tableau

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
	0	1	-5.5	0.75	-5.75	0	0
x_1	1	0.5	-3.5	-0.5	2.5	0	0
x_6	0	2.5	-19.5	-3.5	19.5	1	0

Cycling im Simplex-Algorithmus

3. Tableau

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
	0	0	2.3	2.15	-13.55	-0.4	0
x_1	1	0	0.4	0.2	-1.4	-0.2	0
x_2	0	1	-7.8	-1.4	7.8	0.4	0

Cycling im Simplex-Algorithmus

3. Tableau

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
	0	0	2.3	2.15	-13.55	-0.4	0
x_1	1	0	0.4	0.2	-1.4	-0.2	0
x_2	0	1	-7.8	-1.4	7.8	0.4	0

1. Tableau

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
	2.3	2.15	-13.55	-0.4	0	0	0
x_5	0.4	0.2	-1.4	-0.2	1	0	0
x_6	-7.8	-1.4	7.8	0.4	0	1	0

Cycling im Simplex-Algorithmus

3. Tableau

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
	0	0	2.3	2.15	-13.55	-0.4	0
x_1	1	0	0.4	0.2	-1.4	-0.2	0
x_2	0	1	-7.8	-1.4	7.8	0.4	0

1. Tableau

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
	2.3	2.15	-13.55	-0.4	0	0	0
x_5	0.4	0.2	-1.4	-0.2	1	0	0
x_6	-7.8	-1.4	7.8	0.4	0	1	0

↪ Nur verschoben (zyklisch 2 nach rechts)

Cycling im Simplex-Algorithmus

3. Tableau

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
	0	0	2.3	2.15	-13.55	-0.4	0
x_1	1	0	0.4	0.2	-1.4	-0.2	0
x_2	0	1	-7.8	-1.4	7.8	0.4	0

1. Tableau

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
	2.3	2.15	-13.55	-0.4	0	0	0
x_5	0.4	0.2	-1.4	-0.2	1	0	0
x_6	-7.8	-1.4	7.8	0.4	0	1	0

↪ Nur verschoben (zyklisch 2 nach rechts)

↪ Tableau 1 nach weiteren 4 Schritten erreicht!

Bland's Pivotregel

Wie Cycling verhindern?

Bland's Pivotregel

Pivotspalte Unter allen Spalten mit positiven reduzierten Kosten diejenige, die den kleinsten Index hat

Pivotzeile Unter allen Zeilen mit minimalem $\frac{\bar{b}_r}{A_{rq}}$ diejenige mit dem kleinsten Index

Bland's Pivotregel

1. Tableau

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
	2.3	2.15	-13.55	-0.4	0	0	0
x_5	0.4	0.2	-1.4	-0.2	1	0	0
x_6	-7.8	-1.4	7.8	0.4	0	1	0

Bland's Pivotregel

1. Tableau

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
	2.3	2.15	-13.55	-0.4	0	0	0
x_5	0.4	0.2	-1.4	-0.2	1	0	0
x_6	-7.8	-1.4	7.8	0.4	0	1	0

(wie gehabt)

Bland's Pivotregel

2. Tableau

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
	0	1	-5.5	0.75	-5.75	0	0
x_1	1	0.5	-3.5	-0.5	2.5	0	0
x_6	0	2.5	-19.5	-3.5	19.5	1	0

Bland's Pivotregel

2. Tableau

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
	0	1	-5.5	0.75	-5.75	0	0
x_1	1	0.5	-3.5	-0.5	2.5	0	0
x_6	0	2.5	-19.5	-3.5	19.5	1	0

Hier wurde oben die andere Zeile gewählt!

Bland's Pivotregel

3. Tableau

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
	-2	0	1.5	1.75	-10.75	0	0
x_2	2	1	-7	-1	5	0	0
x_6	-5	0	-2	-1	7	1	0

Bland's Pivotregel

3. Tableau

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
	-2	0	1.5	1.75	-10.75	0	0
x_2	2	1	-7	-1	5	0	0
x_6	-5	0	-2	-1	7	1	0

↪ LP ist unbeschränkt

Bland's Pivotregel

3. Tableau

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
	-2	0	1.5	1.75	-10.75	0	0
x_2	2	1	-7	-1	5	0	0
x_6	-5	0	-2	-1	7	1	0

↪ LP ist unbeschränkt

Bland's Pivotregel

Theorem

Mit Bland's Pivotregel terminiert der Simplex Algorithmus.

Bland's Pivotregel

Theorem

Mit Bland's Pivotregel terminiert der Simplex Algorithmus.

Also warum nicht immer mit Bland's Pivotregel?

Bland und Performance

Testfall Gerrymandering-LP (79200 Variablen, 30051 Constraints)

LP-Solver `lp_solve`

Bland und Performance

Testfall Gerrymandering-LP (79200 Variablen, 30051 Constraints)

LP-Solver lp_solve

Heuristik	Command	Zeit
Dantzig	lp_solve -mps gerry2-solution.mps -piv1	0:02:43
Devex	lp_solve -mps gerry2-solution.mps -piv2	0:03:01
Steepest	lp_solve -mps gerry2-solution.mps -piv3	0:03:30
Bland	lp_solve -mps gerry2-solution.mps -piv0	6:06:41

Bland und Performance

Testfall Gerrymandering-LP (79200 Variablen, 30051 Constraints)

LP-Solver lp_solve

Heuristik	Command	Zeit
Dantzig	lp_solve -mps gerry2-solution.mps -piv1	0:02:43
Devex	lp_solve -mps gerry2-solution.mps -piv2	0:03:01
Steepest	lp_solve -mps gerry2-solution.mps -piv3	0:03:30
Bland	lp_solve -mps gerry2-solution.mps -piv0	6:06:41

Bland und Performance

Testfall Gerrymandering-LP (79200 Variablen, 30051 Constraints)

LP-Solver lp_solve

Heuristik	Command	Zeit
Dantzig	lp_solve -mps gerry2-solution.mps -piv1	0:02:43
Devex	lp_solve -mps gerry2-solution.mps -piv2	0:03:01
Steepest	lp_solve -mps gerry2-solution.mps -piv3	0:03:30
Bland	lp_solve -mps gerry2-solution.mps -piv0	6:06:41

⇒ In der Praxis: Schnelle Heuristik plus Cycling Detection