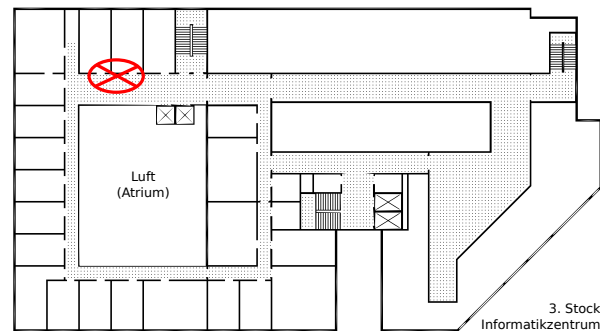


Prof. Dr. Sándor P. Fekete
Christian Rieck
Arne Schmidt

Algorithmen und Datenstrukturen Übung 4 vom 18.12.2017

Abgabe der Lösungen bis zum Montag, den 15.01.2018 um 11:30 im Hausaufgabenschrank bei Raum IZ 337. Es werden nur mit einem dokumentenechten Stift (kein Rot!) geschriebene Lösungen gewertet. **Bitte die Blätter zusammenheften und vorne deutlich mit eigenem Namen, Matrikel- und Gruppennummer, sowie Studiengang versehen!**



Aufgabe 1 (Binäre Suchbäume):

(10+2+3 Punkte)

In dieser Aufgabe betrachten wir binäre Suchbäume.

- a) Füge nacheinander (von links nach rechts) folgende Elemente in einen zu Beginn leeren binären Baum ein:

17, 23, 5, 8, 42, 6, 1, 30, 87, 10

Gib den Baum nach jeder Einfügeoperation an.

- b) Ist der resultierende Baum ein AVL-Baum? Begründe deine Antwort.
c) Lösche die 5 aus dem konstruierten Baum. Beschreibe dein Vorgehen und gib den entstehenden Baum an.

Aufgabe 2 (Sortieren mit Stacks):

(10+5+5 Punkte)

Angenommen, du hast zwei Stapel, S_1 und S_2 , zur Verfügung und möchtest n vergleichbare Elemente sortieren, die in S_1 liegen. Dabei hast du die Operationen $\text{push}(\cdot)$, $\text{pop}()$, $\text{empty}()$ und $\text{top}()$ zur Verfügung. Des Weiteren darf maximal ein Element außerhalb des Stacks gespeichert werden und maximal ein Zähler benutzt werden.

- a) Formuliere einen Algorithmus, der mithilfe von S_1 , S_2 und den beschriebenen Operationen jede Folge von vergleichbaren Elementen nach $\mathcal{O}(n^2)$ vielen Operationen korrekt sortiert.
b) Zeige, dass dein Algorithmus korrekt ist.
c) Beweise die Laufzeit deines Algorithmus und gib eine Instanz an, die $\Omega(n^2)$ Operationen benötigt.

Aufgabe 3 (AVL-Bäume):**(5+5 Punkte)**

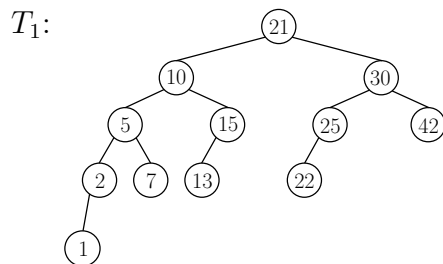
In dieser Aufgabe betrachten wir AVL-Bäume.

- a) Zeige mit vollständiger Induktion, dass ein AVL-Baum der Höhe h mindestens $F_{h+2} - 1$ Knoten enthält. (Hinweis: F_n beschreibt die n -te Fibonacci-Zahl mit $F_0 = 0$, $F_1 = 1$ und $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$.)
- b) Zeige, dass ein AVL-Baum der Höhe h höchstens $\sum_{i=0}^{h-1} 2^i = 2^h - 1$ Knoten besitzt.

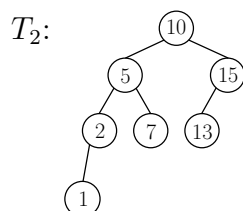
Aufgabe 4 (AVL-Bäume 2):**(4+3+3+3+2 Punkte)**

Betrachte in den Aufgabenteilen a) bis d) den Baum, der in der jeweiligen Abbildung dargestellt ist. Führe die Operation des jeweiligen Aufgabenteils und die damit verbundenen Restrukturierungsmaßnahmen zum Erhalt der AVL-Eigenschaft auf dem entsprechenden Baum aus. Zeichne dabei das Resultat nach jeder einzelnen ausgeführten Operation INSERT, DELETE und RESTRUCTURE in einen separaten Baum:

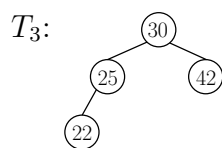
- a) DELETE(
- T_1
- , 42)



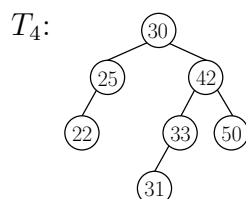
- b) INSERT(
- T_2
- , 12)



- c) INSERT(
- T_3
- , 23)



- d) INSERT(
- T_4
- , 32)



- e) Gib einen AVL-Baum mit 12 Knoten an, der eine Höhe von mindestens 5 besitzt und die Werte 1 bis 12 enthält.