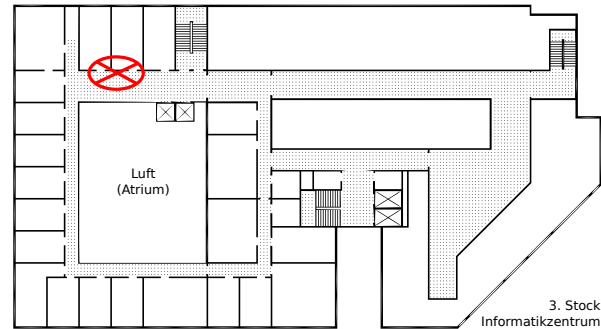


Dr. Christian Scheffer
Andreas Haas

Algorithmische Geometrie Übung 3 vom 1. 12. 2017

Abgabe der Lösungen bis zum Freitag,
den 15.12.2017 um 11:30 im Hausaufga-
benrückgabeschrank.

Bitte die Blätter vorne deutlich mit
eigenem Namen sowie Matrikel- und
Gruppennummer versehen!



Aufgabe 1 (DCEL): Betrachte Abbildung 1, gib jeweils eine Sequenz von Aufrufen an um

- v_3 von e_1
 - e_4 von e_1
 - f_1 von e_4
 - f_1 von f_3
 - f_0 von e_1
- aus zu erreichen.

Beispielsweise ist v_3 von e_2 erreichbar durch:

$$v_3 = e_2.next().source()$$

(5 Punkte)

Aufgabe 2 (Batched Point Location): Sei die DCEL einer ebenen Unterteilung S und eine Menge P von Punkten gegeben. Gib einen Algorithmus an, der jeden Punkt $p \in P$ innerhalb von S lokalisiert, d.h. der Algorithmus soll für jeden Punkt die Fläche in der er sich befindet bzw. die Kante oder den Vertex auf dem er sich befindet ausgeben. Die Laufzeit soll dabei in $O((n+m) \log(n+m))$ liegen, wobei n die Anzahl der Segmente in S und m die Anzahl der Punkte in P ist.

Begründe wieso dein Algorithmus die verlangte Laufzeit erfüllt.

(5 Punkte)

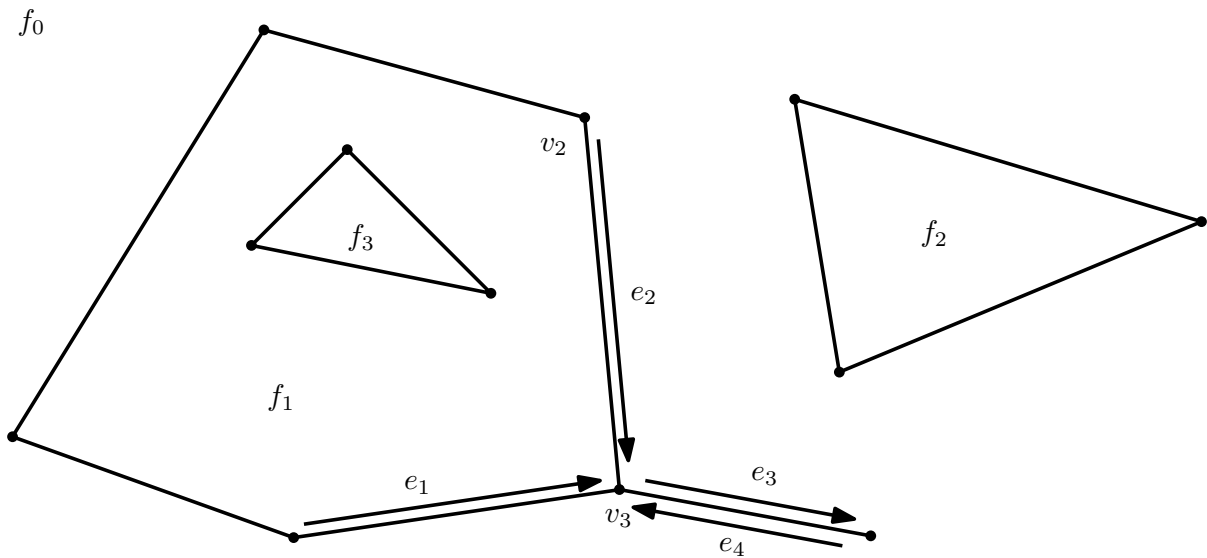


Abbildung 1: DCEL

Aufgabe 3 (Eulers Formel): Sei $G = (V, E)$ ein einfacher, planarer, zusammenhängender Graph. Zeige, dass für eine kreuzungsfreie Einbettung von G in der Ebene folgendes gilt:

a) Sei F die Anzahl Flächen (die unbegrenzte Fläche zählt dazu), dann gilt

$$|V| - |E| + |F| = 2$$

b) Für $|V| \geq 3$ gilt,

$$|E| \leq 3|V| - 6$$

c) Der durchschnittliche Knotengrad ist echt kleiner als 6, d.h.

$$\frac{1}{|V|} \sum_{v \in V} \delta(v) < 6$$

(5 Punkte)

Aufgabe 4: Mache Dich mit den Begriffen *diskrete Zufallsvariable* und *Erwartungswert* (einer diskreten Zufallsvariablen) vertraut und gib Definitionen für diese Begrifflichkeiten an, die auch ggfs. weitere verwendete Begrifflichkeiten definieren.

Erläutere diese Begrifflichkeiten am Beispiel des Würfels mit einem (fairen) Würfel.

Zeige, dass der Erwartungswert linear ist, d.h. es gilt

$$E[aX + Y] = aE[X] + E[Y]$$

Was ist demnach die erwartete Summe der Augenzahlen beim Würfeln zweier Würfel?

(5 Punkte)