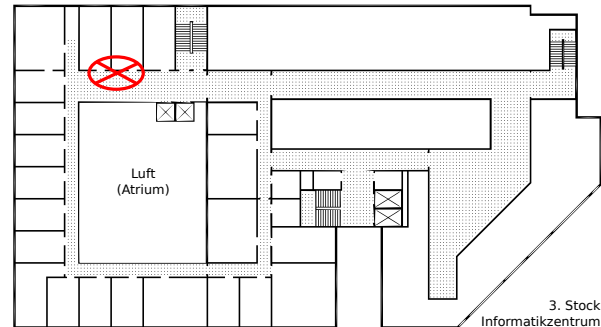


Dr. Christian Scheffer  
Andreas Haas

## Algorithmische Geometrie Übung 1 vom 03. 11. 2017

Abgabe der Lösungen bis zum Freitag,  
den 17.11.2017 um 11:30 im Hausaufga-  
benrückgabeschrank.

Bitte die Blätter vorne deutlich mit  
eigenem Namen sowie Matrikel- und  
Gruppennummer versehen!



**Aufgabe 1 (Konvexe Mengen):** Eine Teilmenge  $M$  eines euklidischen Raums ist konvex, wenn für je zwei beliebige Punkte  $p, q \in M$  auch stets das Liniensegment  $pq$  ganz in  $M$  liegt.

Zeige: Der Schnitt zweier konvexen Mengen ist wiederum konvex.

Gilt dasselbe für die Vereinigung zweier konvexen Mengen? **(5 Punkte)**

**Aufgabe 2:** Gegeben eine endliche Punktmenge  $P \subset \mathbb{R}^2$  in allgemeiner Lage (d.h. keine drei Punkte sind kollinear). Gib einen Algorithmus an, der zwei Punkte  $p, q \in P$  bestimmt, sodass folgendes erfüllt ist: Es sei  $g$  die Gerade, auf der  $p$  und  $q$  liegen. Links und rechts von  $g$  sollen fast gleich viele Punkte (maximaler Unterschied 1 bzw.  $-1$ ) liegen. Punkte, die auf  $g$  liegen zählen für keine Seite. Du darfst annehmen, dass solch ein Punktpaar  $(p, q)$  immer existiert.

Begründe Korrektheit Deines Algorithmus und analysiere dessen Laufzeit.

Funktioniert Dein Algorithmus auch noch wenn  $P$  nicht in allgemeiner Lage ist? Wenn ja, begründe warum. Wenn nein, gib ein Gegenbeispiel an.

**(5 Punkte)**

**Aufgabe 3:** Es sei  $P$  eine gegebene Punktmenge und  $p, q \in P$  zwei Punkte, die unter allen Punktpaaren aus  $P$  einen maximalen Abstand haben. Beweise das  $p$  und  $q$  Eckpunkte der konvexen Hülle sind. **(5 Punkte)**

**Aufgabe 4:** Gegeben sei eine Punktmenge  $P$  und dessen Konvexe Hülle in Form der Eckpunkte  $\langle q_1, \dots, q_k \rangle$  der konvexen Hülle im Gegenuhrzeigersinn sortiert. Des Weiteren sei ein Punkt  $p \in \mathbb{R}^2$ , der nicht notwendigerweise in  $P$  liegt, gegeben.

Gib einen Algorithmus an, der in  $\mathcal{O}(\log k)$  Zeit bestimmt, ob  $p$  innerhalb der konvexen Hülle von  $P$  liegt oder nicht. **(5 Punkte)**