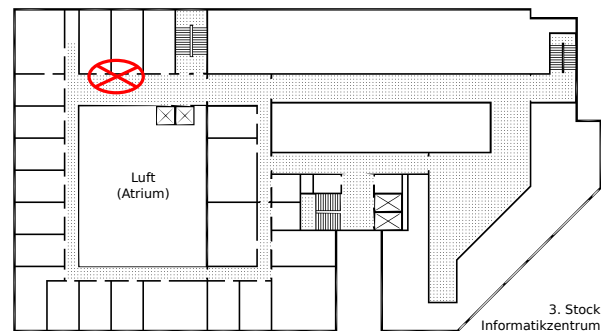


Prof. Dr. Sándor P. Fekete  
Phillip Keldenich  
Arne Schmidt

## Algorithmen und Datenstrukturen Übung 4 vom 12. 12. 2016

Abgabe der Lösungen bis zum Montag,  
den 9.1.2017 um 13:15 im Hausaufga-  
benrückgabeschrank bei Raum IZ 337.

**Bitte die Blätter zusammenheften  
und vorne deutlich mit eigenem Na-  
men, Matrikel- und Gruppennummer,  
sowie Studiengang versehen!**



**Aufgabe 1 (Binäre Suchbäume):** In dieser Aufgabe betrachten wir binäre Suchbäume.

- a) Füge nacheinander folgende Elemente in einen zu Beginn leeren binären Suchbaum ein. Gib den Baum nach jeder Einfügeoperation an:

20, 11, 17, 11, 5, 77, 42

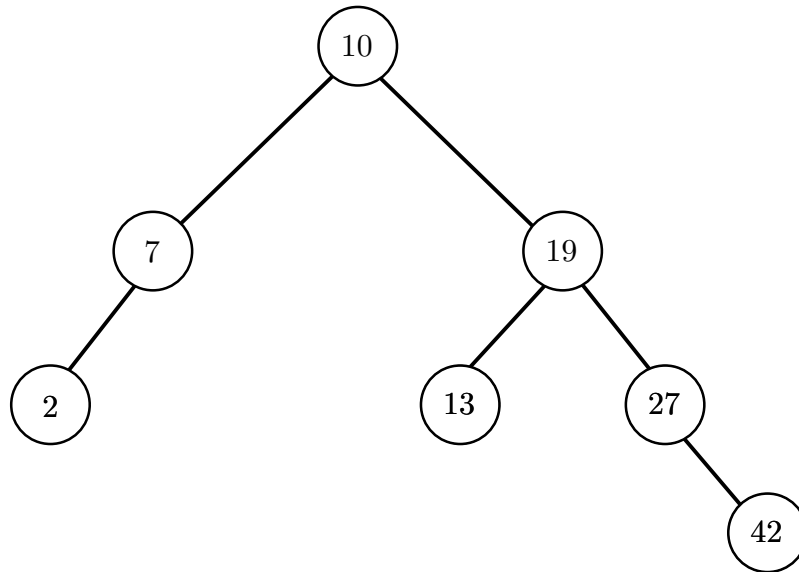
- b) Ist der konstruierte Baum ein AVL-Baum? Begründe deine Antwort.  
c) Lösche die 20 aus dem konstruierten Baum. Beschreibe kurz dein Vorgehen. Gib den entstandenen Baum an.

**(14+3+3 Punkte)**

**Aufgabe 2 (AVL-Bäume):** Gegeben ist der AVL-Baum  $T$  aus Abbildung 1. Führe nacheinander folgende Operationen aus und gib  $T$  nach jedem Hinzufügen und Löschen eines Knotens, sowie nach einer Restrukturierung an:

- a) DELETE( $T, 2$ )  
b) INSERT( $T, 23$ )  
c) INSERT( $T, 1$ )  
d) INSERT( $T, 0$ )  
e) INSERT( $T, 11$ )

**(2+2+2+2+2 Punkte)**



**Abbildung 1:** Der AVL-Baum  $T$ .

**Aufgabe 3 (Warteschlange und Stapel):** Eine Warteschlange  $Q$  soll unter Verwendung zweier Stacks  $S_1$  und  $S_2$  implementiert werden. Verwende dabei nur die PUSH- und POP-Operationen der Stacks sowie die Operation  $\text{EMPTY}(S)$ , die zurückgibt, ob ein Stapel  $S$  leer ist.

- Beschreibe kurz, wie das funktioniert.
- Definiere  $\text{ENQUEUE}'(Q, x)$  mittels Pseudocode.
- Definiere  $\text{DEQUEUE}'(Q)$  mittels Pseudocode.

**(4+3+3 Punkte)**

**Aufgabe 4 (Binäre Suchbäume):** Wir betrachten einen binären Suchbaum  $T$ , der keine doppelte Elemente enthält.

- Gegeben sei ein Knoten  $v$  von  $T$  mit zwei Kindern. Zeige oder widerlege: Der Vorgänger von  $v$  besitzt kein linkes Kind.
- Zeige oder widerlege: Ist  $T$  ein vollständiger AVL-Baum der Höhe  $h$ , dann besitzt  $T$  genau  $2^h - 1$  Knoten.
- Angenommen, die Suche nach einem Element mit Wert  $k$  in  $T$  endet in einem Blatt. Dieser Suchpfad von der Wurzel zum Blatt teilt die Elemente von  $T$  in die drei Mengen  $A_L$ ,  $A_P$  und  $A_R$ , die links vom, auf dem, bzw. rechts vom Suchpfad liegen.

Zeige oder widerlege:  $\forall (a_1, a_2, a_3) \in A_L \times A_P \times A_R: a_1 \leq a_2 \leq a_3$ . Dabei bezeichnet  $A \times B := \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$  das *Kartesische Produkt* zweier Mengen.

**(2+4+4 Punkte)**

**Aufgabe 5:** Es ist der 24. Dezember. Der Schlitten des Weihnachtsmannes steht bereits auf dem zugefrorenen See bereit, und seit Stunden haben die Engel die Pakete feinsäuberlich so aufeinander gestapelt, dass der Weihnachtsmann auf seiner Fahrt immer nur das Oberste greifen muss.

Nur noch eine Stunde verbleibt bis zur Abfahrt, die Rentiere werden bereits angespannt, da fällt Engel Ariel beim Betrachten der fragilen Geschenkkonstruktion auf, dass sie dieses Jahr die Schleifen für die Geschenke ganz vergessen haben. Die umstehenden Engel fangen an durcheinanderzureden und Vorschläge vorzubringen, wie die Schleifen doch noch angebracht werden können – und am Ende die Pakete wieder als der Turm aufeinanderliegen, in dem sie jetzt stehen. Engel Baliet schlägt vor, je das oberste Paket herunter zu nehmen, Band und Schleife zu befestigen und das Paket dann wieder nach ganz unten zu packen. Band und Schleife sind 7 schnelle Handgriffe, aber um eines der  $n$  Pakete auf dem Stapel nach ganz unten zu packen, müssen alle Pakete darüber mindestens einmal angefasst werden.

Engel Cahetel denkt, er hat eine bessere Idee: die Pakete werden von oben vom Stapel abgenommen, jeweils mit einer Schleife versehen, und dann in einer Reihe auf das Eis „geschossen“ (das sind dann 8 anstelle der oben genannten 7 Handgriffe pro Paket) – das oberste am weitesten weg usw. Am Ende will er dann einmal mit dem Schlitten an den Paketen entlang fahren, und sie wieder alle aufschichten. Das dauert pro Geschenk so lange wie 4 Handgriffe.

Für  $n$  gegebene Pakete (und das sind natürlich viele – die ganze Welt will beschenkt werden), betrachten wir die Vorschläge von Engel Baliet und Cahetel als Algorithmus  $B$  und  $C$ .

- a) Welche Laufzeit hat Algorithmus  $B$ ? Begründe deine Aussage.
- b) Welche Laufzeit hat Algorithmus  $C$ ? Begründe deine Aussage. Hatte Cahetel recht?

**(5+5 Punkte)**

Wir wünschen frohe Weihnachten und einen guten Rutsch! ☺