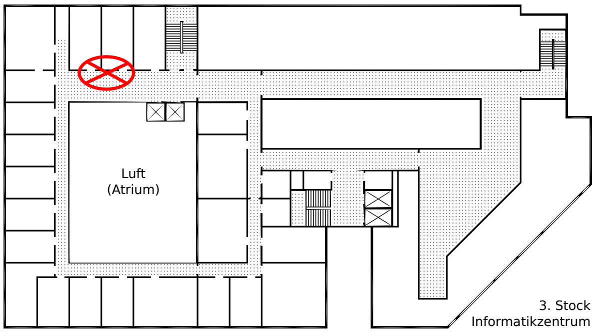
Abteilung Algorithmik **Winter 2016/2017**
Institut für Betriebssysteme und Rechnerverbund
TU Braunschweig

Dr. Christian Scheffer
Sven von Höveling

Algorithmische Geometrie
Übung 1 vom 03. 11. 2016

Abgabe der Lösungen bis zum Donnerstag, den 17. 11. 2016 um 13:15 im Hausaufgabenrückgabeschrank.



Bitte die Blätter vorne deutlich mit eigenem Namen sowie Matrikel- und Gruppennummer versehen!

Aufgabe 1: Wende Algorithmus 2.6 auf die Punktmenge P an, die in Abbildung 1 abgebildet ist. Betrachte hierzu folgende Verfeinerungen von Algorithmus 2.6:

- In der äußeren For-Schleife werden die Punktpaare (p, q) in der folgenden Reihenfolge verarbeitet: (p_1, p_2), (p_1, p_3), (p_1, p_4), (p_1, p_5), (p_1, p_6), (p_2, p_3), (p_2, p_4), (p_2, p_5), (p_2, p_6), (p_3, p_4), (p_3, p_5), (p_3, p_6), (p_4, p_5), (p_4, p_6), (p_5, p_6) (Nach (p_i, p_j) wird nicht mehr (p_j, p_i) betrachtet) und
- in der inneren For-Schleife werden die Punkte $r \in \{p_1, \ldots, p_n\}$ in der Reihenfolge $p_1, \ldots, p_n$ verarbeitet.

a) Gib die konvexe Hülle *conv*(P) in Form der im Gegenuhrzeigersinn sortierten Liste der Eckpunkte von *conv*(P) an.

b) Gib zum Ende jeder Iteration der äußeren For-Schleife folgendes an:

(a) Welches Punktpaar (p_i, p_j) betrachtet wird,

(b) die Werte der Variablen leftPoints und rightPoints

(c) und ob p_i und p_j als Eckpunkte markiert werden.

(5 Punkte)

Aufgabe 2: Gib einen Algorithmus an, der für eine gegebene Punktmenge $P \subset \mathbb{R}^2$ zwei Punkte $p, q \in P$ bestimmt, sodass folgendes erfüllt ist: Es sei g die Gerade, auf der p und q liegen. Links und rechts von g sollen fast gleich viele Punkte (maximaler Unterschied 1 bzw. -1) liegen. Punkte, die auf g liegen zählen für keine Seite. Du darfst annehmen, dass solch ein Punktpaar (p, q) immer existiert.

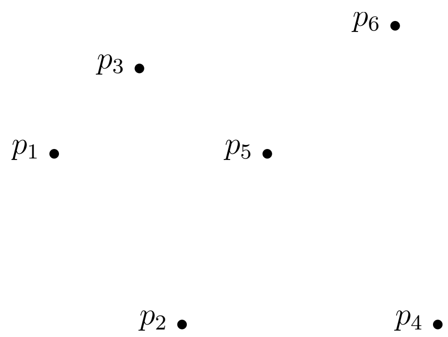


Abbildung 1: Die Punktmenge P für Aufgabe 1.

Verwende hierzu ausschließlich WHILE-, FOR-, IF-Konstrukte, einfache Zuweisungen von Variablen und die geometrischen Prädikate, die in der Vorlesung eingeführt wurden.

Begründe Korrektheit Deines Algorithmus und analysiere dessen Laufzeit.

Falls Du (Teil-)Routinen aus der Vorlesung verwendest formuliere diese bis auf die Ebene der oben genannten Bausteine aus. **(5 Punkte)**

Aufgabe 3: Es sei P eine gegebene Punktmenge und $p, q \in P$ zwei Punkte, die unter allen Punktpaaren aus P einen maximalen Abstand haben. Beweise das p und q Eckpunkte der konvexen Hülle sind. **(5 Punkte)**

Aufgabe 4: Gegeben sei eine Punktmenge P und dessen Konvexe Hülle in Form der Eckpunkte $\langle q_1, \ldots, q_k \rangle$ der konvexen Hülle im Gegenuhrzeigersinn sortiert. Des Weiteren sei ein Punkt $p \in \mathbb{R}^2$, der nicht notwendigerweise in P liegt, gegeben.

Gib einen Algorithmus an, der in $\mathcal{O}(\log k)$ Zeit bestimmt, ob p innerhalb der konvexen Hülle von P liegt oder nicht. **(5 Punkte)**