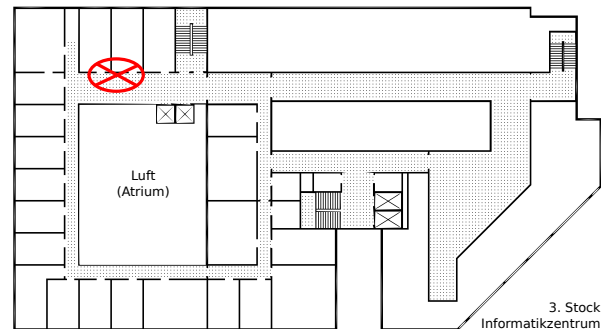


Dr. Christian Scheffer
Sven von Höveling

Algorithmische Geometrie Übung 5 vom 19.01.2017

Abgabe der Lösungen bis zum Donnerstag,
den 02.02.2017 um 13:15 im Hausaufgabe-
benrückgabeschrank.

**Bitte die Blätter vorne deutlich mit
eigenem Namen sowie Matrikel- und
Gruppennummer versehen!**



Aufgabe 1: Sei P ein einfaches Polygon in \mathbb{R}^2 . Ein Eckpunkt v von P heisst *reflexiv*, wenn der bei v anliegende Innenwinkel größer als π ist.

- In wieviele Teilpolygone muss ein einfaches Polygon mit k reflexiven Eckpunkten durch Einfügen von Diagonalen mindestens zerlegt werden, damit jedes der so entstehenden Teilpolygone konvex ist? Begründe Deine Antwort.
- Begründe: Jede Triangulierung eines einfachen Polygons mit k reflexiven Eckpunkten kann durch Entfernen von Diagonalen in eine Zerlegung aus konvexen Teilpolygonen überführt werden, die aus höchstens $2k + 1$ konvexen Teilpolygonen besteht.

(2+3 Punkte)

Aufgabe 2:

- Begründe: Jedes einfache Polygon mit k reflexiven Eckpunkten kann durch Pseudo-Diagonalen, d.h., durch Diagonalen, die von einem Eckpunkt zu einer Kante verlaufen und dort einen neuen Eckpunkt erzeugen, in bis zu $k + 1$ konvexe Teilpolygone aufgeteilt werden. Beachte: Pseudo-Diagonalen dürfen auch einen Endpunkt auf bereits erzeugten Pseudo-Diagonalen haben.
- Begründe: Für eine Kunstgalerie, deren Grundriss aus einem einfachen Polygon mit k reflexiven Eckpunkten besteht, sind k Kameras zur Überwachung hinreichend und für bestimmte Polygone auch notwendig.

(4+3 Punkte)

Aufgabe 3: Zu einem Baum T ist eine Kante $e = (v, w)$ genau dann eine *zentroide Kante*, wenn T durch die Entfernung von e so in zwei Teilbäume T_v und T_w mit Wurzel v bzw. w aufgespalten wird, dass gilt:

$$|T_v|, |T_w| \in \left[\left\lceil \frac{|T|}{4} \right\rceil, \left\lfloor \frac{3|T|}{4} \right\rfloor \right].$$

Hierbei sei $|T|$ die Anzahl der Knoten von T .

Beweise die folgenden Aussage:

Jeder Baum vom Grad ≤ 3 mit mindestens zwei Knoten enthält eine zentroide Kante.

(8 Punkte)