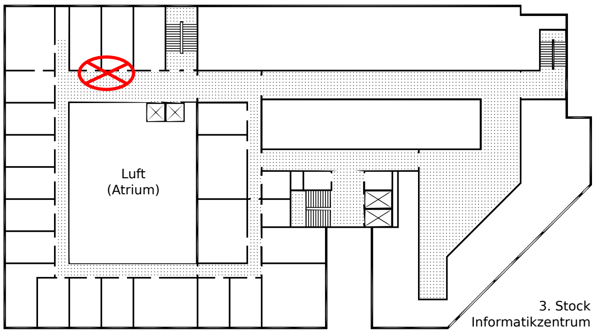
Abteilung Algorithmik **Winter 2016/2017**
Institut für Betriebssysteme und Rechnerverbund
TU Braunschweig

Dr. Christian Scheffer
Sven von Höveling

Algorithmische Geometrie
Übung 2 vom 17. 11. 2016

Abgabe der Lösungen bis zum Donnerstag, den 01. 12. 2016 um 13:15 im Hausaufgabenrückgabeschrank.



Bitte die Blätter vorne deutlich mit eigenem Namen sowie Matrikel- und Gruppennummer versehen!

Aufgabe 1: Wende Jarvis' March auf der Punktmenge an, die in Abbildung 1 abgebildet ist. Gib hierzu für jede Iteration der REPEAT-Schleife an, welcher neue Eckpunkt der konvexen Hülle gefunden wird. Weiter gib innerhalb jeder Iteration der REPEAT-Schleife nach jeder Aktualisierung von p_{next} an, welcher Punkt p_i der Punkt p_{next} ist. Betrachte für diese Aufgabe folgende Veränderung des Algorithmus Jarvis' March:

- In jeder Iteration der REPEAT – UNTIL-Schleife wird p_{next} initial als der Punkt aus $P \setminus \{p\}$ gewählt, der den kleinsten Index hat.
- In der FOR-Schleife werden die Punkte aus P in der Reihenfolge $\langle p_1, \ldots, p_n \rangle$ abgearbeitet.

(5 Punkte)

Aufgabe 2: Gib ein geometrisches Prädikat, mit dem entschieden werden kann, ob ein Liniensegment $\overline{p_1 p_2} \subset \mathbb{R}^3$ ein positiv orientiertes Dreieck $\triangle(v_1, v_2, v_3) \subset \mathbb{R}^3$ durchdringt und begründe, warum das Prädikat die gestellte Aufgabe löst. Benutze hierbei lediglich die Formel für den vorzeichenbehafteten Flächeninhalt $A(\triangle(q_1, q_2, q_3, q_4))$ von Tetraedern $\triangle(q_1, q_2, q_3, q_4)$, die durch vier Punkte aufgespannt sind.

$A(\triangle(q_1, q_2, q_3, q_4))$ ist wie folgt definiert:

- Es sei E die Ebene, auf der die drei Punkte q_1, q_2 und q_3 im Gegenuhrzeigersinn orientiert liegen.
- Dann gilt:

$$A(\triangle(q_1, q_2, q_3, q_4)) \quad \begin{Bmatrix} = 0 & \textit{falls} & q_1, q_2, q_3, q_4 \textit{ komplanar} \\ > 0 & \textit{falls} & q_4 \textit{ oberhalb von } E \\ < 0 & \textit{falls} & q_4 \textit{ unterhalb von } E \end{Bmatrix}.$$

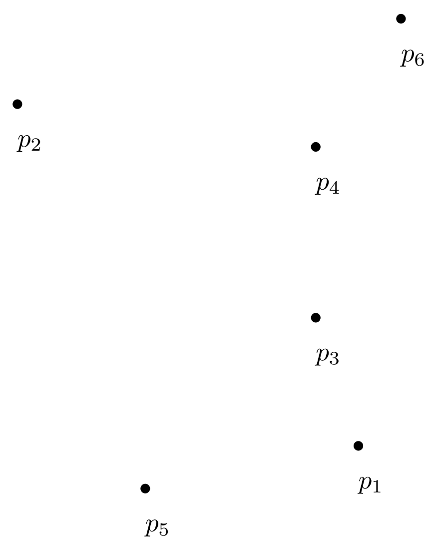


Abbildung 1: Die Punktmenge P für Aufgabe 1.

(5 Punkte)

Aufgabe 3: In dieser Aufgabe sollen die Details des in Kapitel 2 bearbeiteten Algorithmus QUICKHULL ausgearbeitet werden.

a) Gib an, wie man mit den in der Vorlesung besprochenen elementaren geometrischen Prädikaten das *Pivotelement* h bestimmen kann (verwende nicht explizit die Euklidische Distanzfunktion). Begründe, warum Dein Ansatz korrekt ist.

b) Analysiere die Laufzeit des resultierenden Algorithmus. Gib hierbei je eine Familie von Punktemengen (d.h. eine mit n parametrisierbare Konstruktionsvorschrift zum Erzeugen einer Konfiguration mit n Punkten) an, für die QUICKHULL $\Theta(n \log n)$ Zeit bzw. $\Theta(n^2)$ Zeit benötigt. Begründe dabei jeweils, warum die geforderte Laufzeit auch erreicht wird.

(5 Punkte)

Aufgabe 4: Es seien zwei Arrays A und B gegeben, die jeweils $n > 0$ Zahlen in sortierter Reihenfolge speichern. Gib einen Algorithmus mit $\mathcal{O}(\log(n))$ Laufzeit an, der den Median dieser $2n$ Elemente bestimmt. Begründe Laufzeit und Korrektheit Deines Algorithmus. **(5 Punkte)**