

Prof. Dr. Sándor Fekete  
Dr. Frank Quedenfeld

## Mathematische Methoden der Algorithmik Übung 1 vom 06.01.2016

Abgabe der Lösungen bis Dienstag, den 19.01.2016, 11:30 Uhr im  
Hausaufgabenrückgabeschrank in der Abteilung Algorithmik.  
Bitte die Blätter zusammenheften und vorne deutlich mit  
eigenem Namen, Matrikelnummer, sowie Studiengang versehen.

**Aufgabe 1 (LP-Umformungen):** Gegeben ein (primales) LP der Form

$$(P) \begin{cases} \max & c^T x \\ \text{s. t.} & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{cases}$$

Zeige: Das duale des dualen LPs zu  $P$  ist  $P$ . (20 P.)

**Aufgabe 2 (Simplexverfahren):** Löse das folgende lineare Programm mit Hilfe der 2-Phasen-Methode. Benutze dabei folgende Pivotregeln: als Pivotspalte wird jeweils die mit dem kleinsten negativen Kostenkoeffizienten gewählt; kommen zwei verschiedene Zeilen zum Pivotisieren in Frage, dann wird die gewählt, die im Tabelau weiter oben steht.

$$\begin{aligned} \min & a + b \\ \text{s. t.} & 5a + b \geq 5 \\ & 2b - 3a \leq 6 \\ & 2b - a \leq 4 \\ & a + 2b \leq -2 \end{aligned}$$

$$a, b \in \mathbb{R}.$$

Hinweis: Überprüfe deine Ergebnisse mit Hilfe von CPLEX. (20 P.)

**Aufgabe 3 (Komplementärer Schlupf):** Gegeben sei das folgende lineare Programm  $(P)$ :

$$\begin{aligned} \max & 7x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 \\ \text{s. t.} & x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 2x_5 \leq 4 \\ & 4x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 \leq 3 \\ & 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 - 2x_4 + 5x_5 \leq 5 \\ & 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 - 2x_5 \leq 1 \\ & x_1, \dots, x_5 \geq 0 \end{aligned}$$

a) Formuliere das duale Problem zu  $(P)$ .

- b) Formuliere die Bedingungen für komplementären Schlupf zu  $(P)$ .
- c) Prüfe mit Hilfe des Satzes vom komplementären Schlupf, ob  $x = (0, \frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}, 0)^T$  eine optimale Lösung von  $(P)$  ist. (Hinweis: Auch wenn man die duale Lösung  $y$  nicht kennt, kann man Bedingungen herleiten, die ein  $y$  erfüllen muss, und dann konkrete Dinge berechnen.)

**(5+5+10 P.)**