

AuD: große Übung
3.12.2015

Christian Scheffer
Jan-Marc Reinhardt

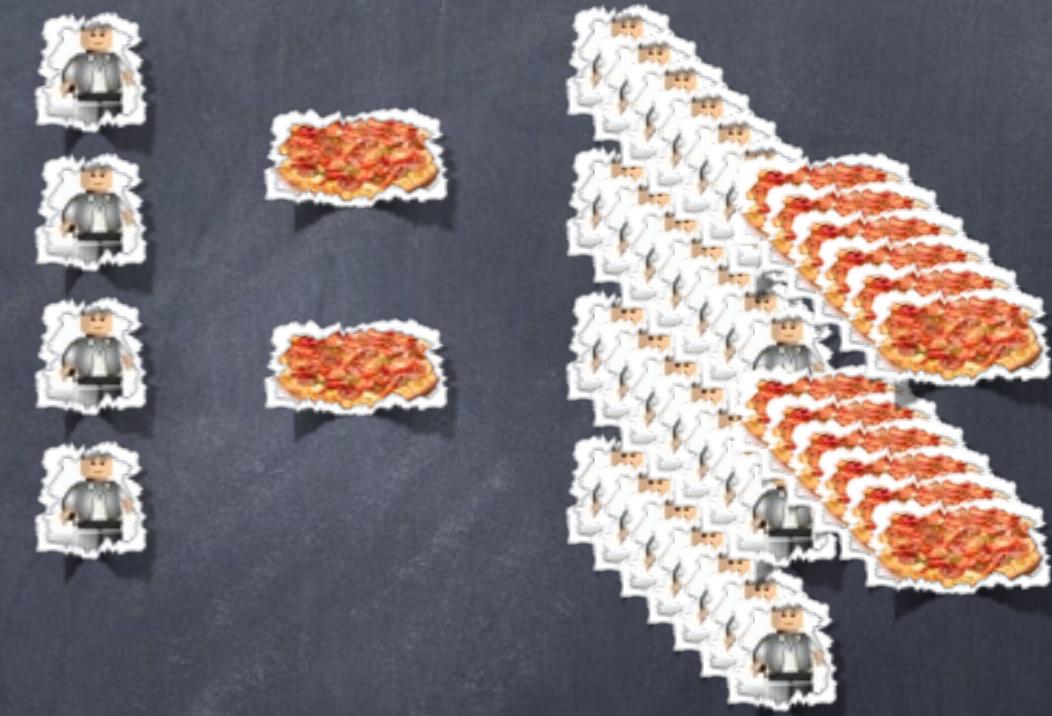
Analyse von Algorithmen

→ ben. Zeit (Laufzeit)

3 Stunden,
12 Minuten und
53 Sekunden

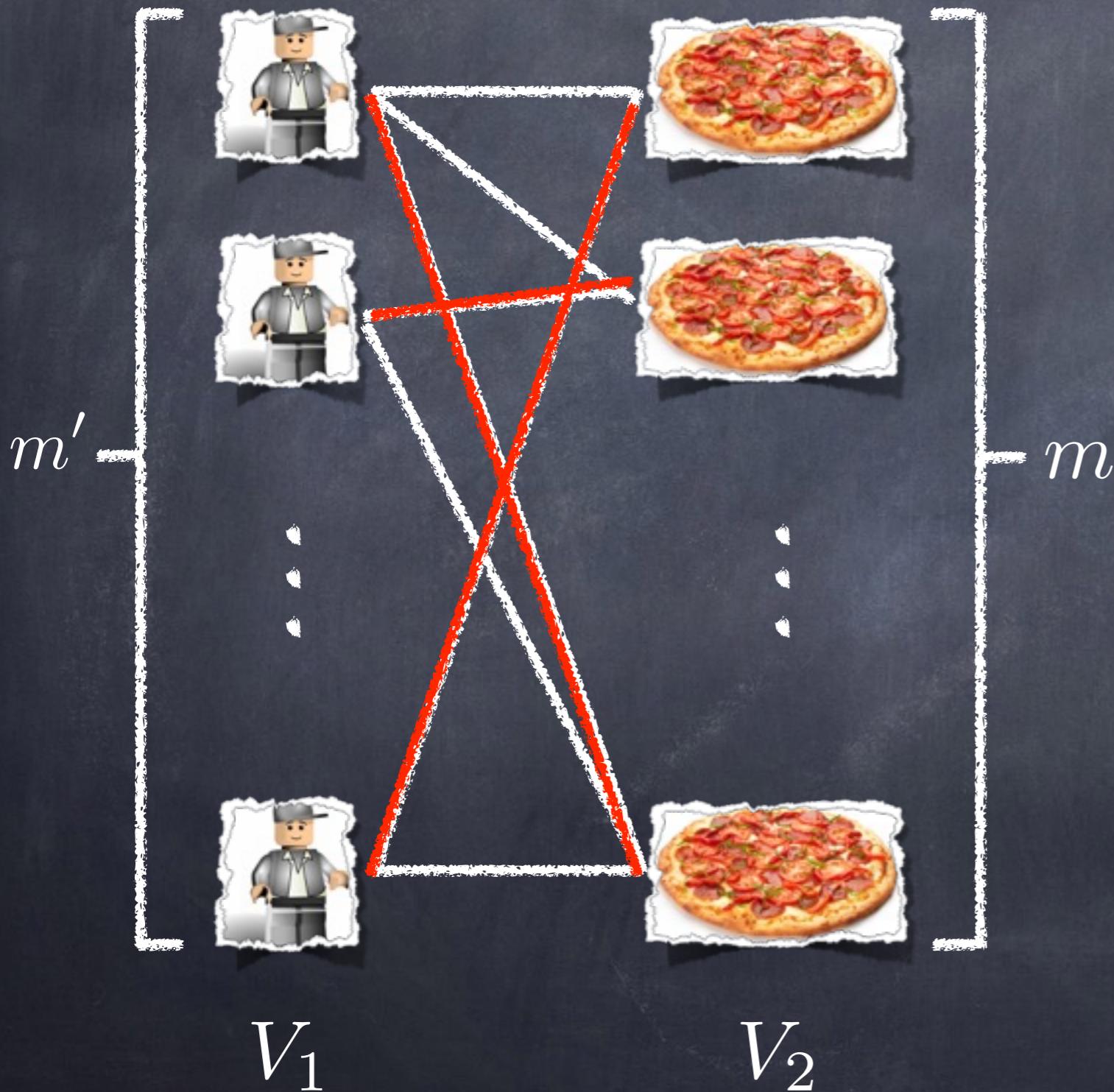
Für welche Eingabe?
(Komplexität)

Womit?
(zeitlos)



Laufzeitanalyse

Abhängig von Eingabegröße



- $G := (V, E)$
- $V := V_1 \cup V_2$

Graphen

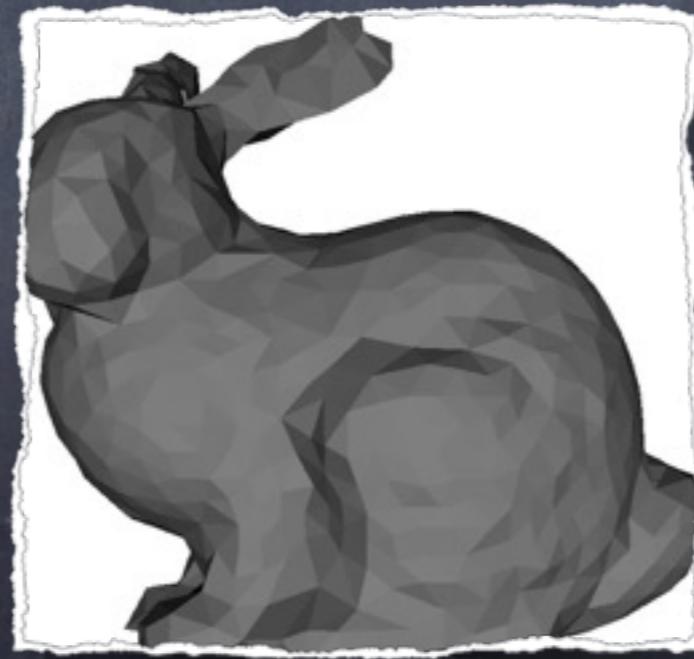
$$n := m' + m + |E|$$

$$n := |E|$$

...

Laufzeitanalyse

Abhängig von Eingabegröße



Punktmenge P

$$n := |P| \text{ (#Punkte)}$$

Graphen

$$n := m' + m + |E|$$

$$n := |E|$$

...

Laufzeitanalyse

Abhängig von Eingabegröße

Ваниль
|||||
Ваниль

Zeichenketten T_1, T_2
 $n := |T_1| + |T_2|$

Punktwolke P
 $n := |P|$ (#Punkte)

Graphen

$n := m' + m + |E|$
 $n := |E|$

...

Laufzeitanalyse

Abhängig von Eingabegröße

Laufzeit als Funktion

$$T : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

Eingabegröße n pos.

Laufzeit $T(n)$ pos.

Zeichenketten T_1, T_2

$$n := |T_1| + |T_2|$$

Punktwolke P

$$n := |P| (\#Punkte)$$

Graphen

$$n := m' + m + |E|$$

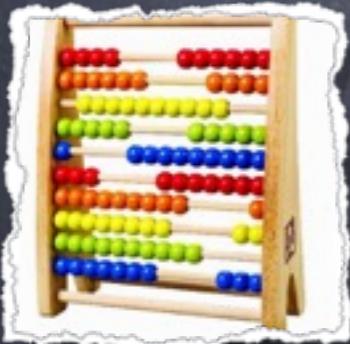
$$n := |E|$$

...

Laufzeitanalyse

Zeitlose Aussage

$T_1(n), T_2(n)$ und $T_3(n)$ sollen ähnlich sein
was ist ähnlich \rightarrow asymptotisch
bis auf sonst. Vorfaktoren gleich
es ex. globale (pos.) Konstanten c_1, c_2 :



$T_2(n)$



$T_1(n)$



$T_3(n)$

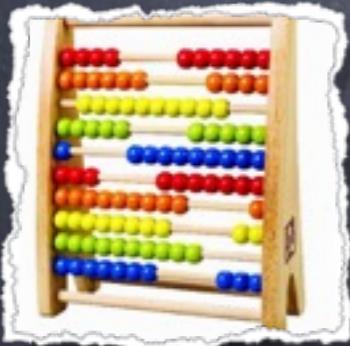
$$T_2(n) \leq c_1 \cdot T_1(n)$$
$$T_1(n) \leq T_2(n)$$

Rechenschieber ist maximal
 c_1 mal langsamer als Amiga 500

Laufzeitanalyse

Zeitlose Aussage

$T_1(n), T_2(n)$ und $T_3(n)$ sollen ähnlich sein
was ist ähnlich \rightarrow asymptotisch
bis auf sonst. Vorfaktoren gleich
es ex. globale (pos.) Konstanten c_1, c_2 :



$T_2(n)$



$T_1(n)$



$T_3(n)$

Amiga 500 ist maximal
 c_2 mal langsamer als PC

$$T_2(n) \leq c_1 \cdot T_1(n)$$

$$T_1(n) \leq T_2(n)$$

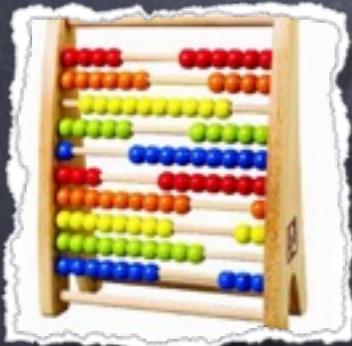
$$T_1(n) \leq c_2 \cdot T_3(n)$$

$$T_3(n) \leq T_1(n)$$

Laufzeitanalyse

Zeitlose Aussage

$T_1(n), T_2(n)$ und $T_3(n)$ sollen ähnlich sein
was ist ähnlich \rightarrow asymptotisch
bis auf sonst. Vorfaktoren gleich
es ex. globale (pos.) Konstanten c_1, c_2 :



$$T_2(n)$$



$$T_1(n)$$



$$T_3(n)$$

$$T_2(n) \leq c_1 \cdot T_1(n)$$

$$T_1(n) \leq T_2(n)$$

$$T_3(n) \leq c_2 \cdot c_1 \cdot T_2(n)$$

$$T_1(n) \leq c_2 \cdot T_3(n)$$

$$T_3(n) \leq T_1(n)$$

Laufzeitanalyse

$$\Rightarrow T_2(n) \leq c_1 \cdot T_1(n)$$

Rechenzeit langsamster Computer

c_1 mal langsamer als Amiga 500

globale Konstante $c_1 \rightarrow$ unabh. von n

für alle interessanten $n: T_2(n) \leq c_1 \cdot T_1(n)$

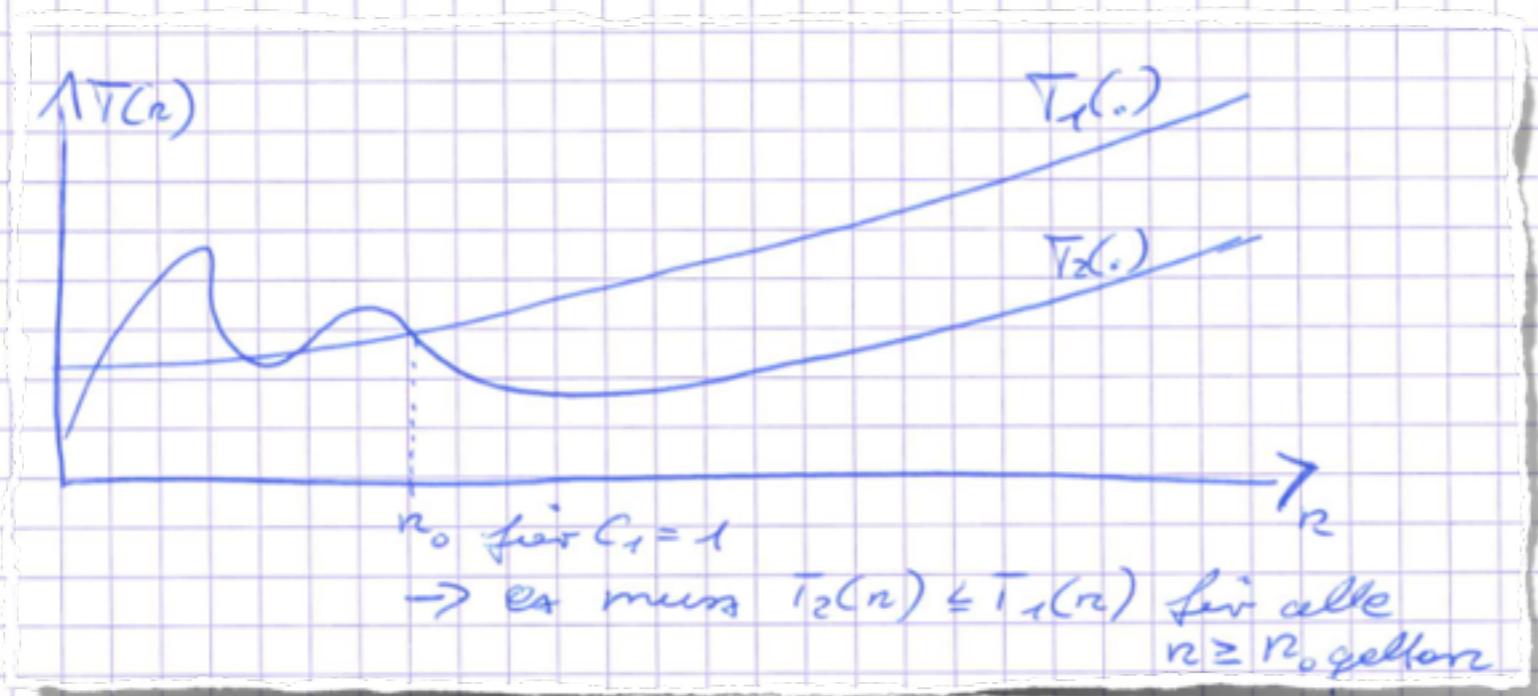
$$\rightarrow \forall n \geq n_0: T_2(n) \leq c_1 \cdot T_1(n)$$

interessant \Leftrightarrow groß genug

$$\rightarrow \exists c_1, n_0: \forall n \geq n_0: T_2(n) \leq c_1 \cdot T_1(n)$$

$T_2(\cdot)$ ist maximal so groß wie $T_1(\cdot)$

vernachlässigebare Konstanten



$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

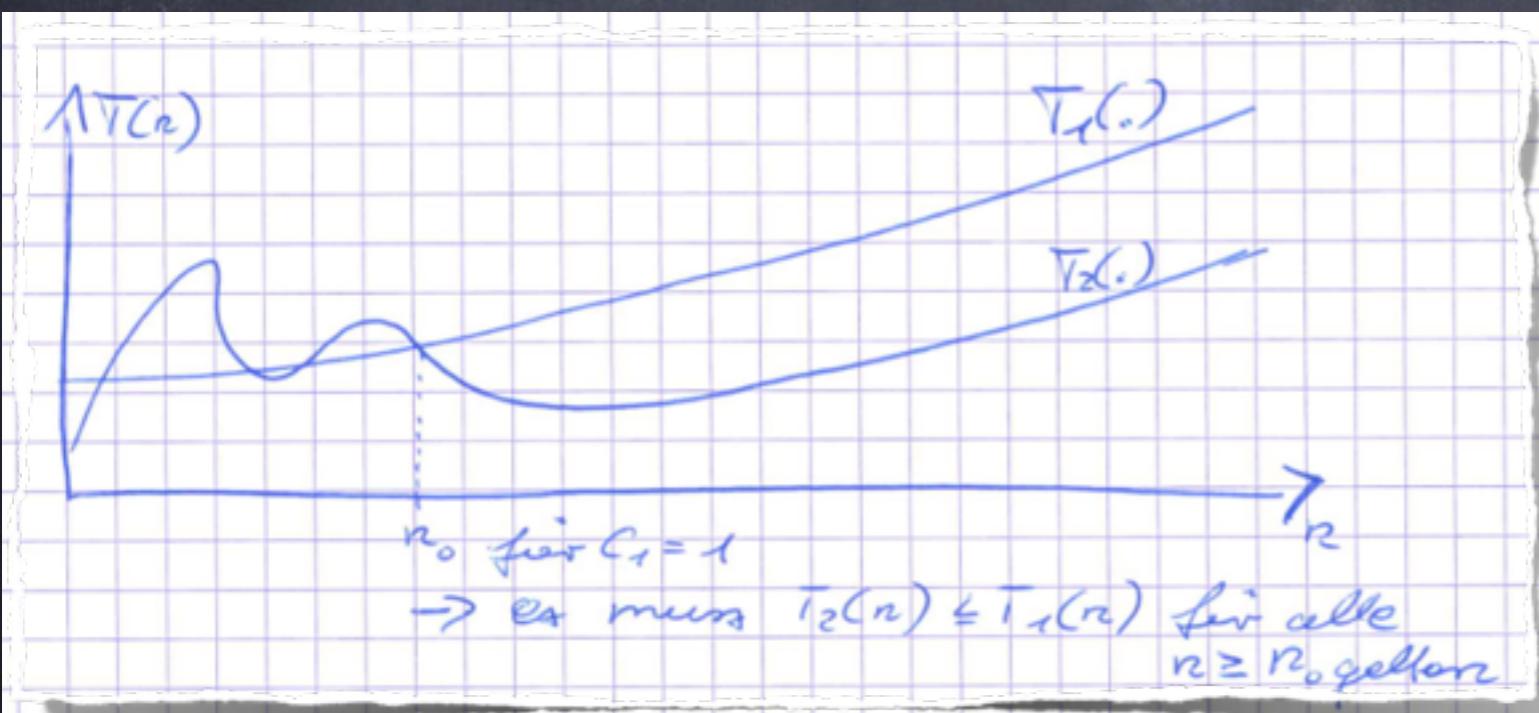
$T_1(n)$ ist obere Schranke für $T_2(n)$

Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) : \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

↪ Menge von Funktionen



$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

$T_1(n)$ ist obere Schranke für $T_2(n)$

Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

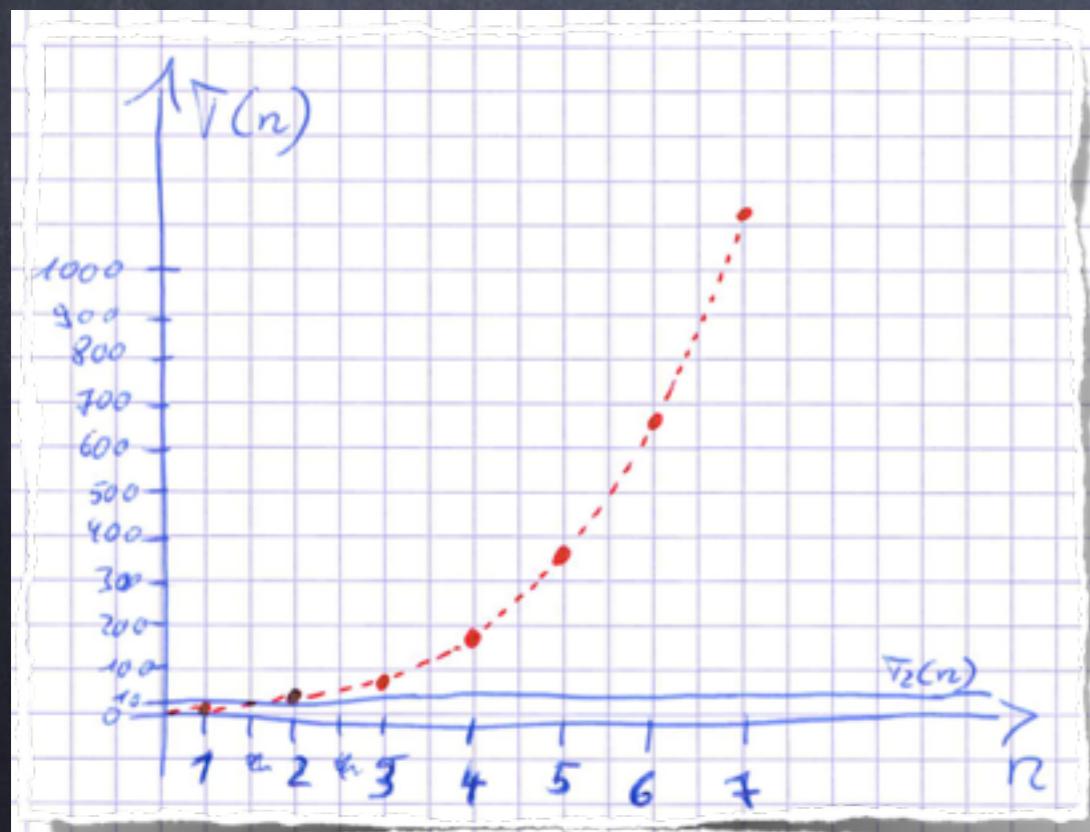
$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) :\Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

→ Menge von Funktionen

Bsp.: $T_1(n) := 3 \cdot n^3 + 5$

welche $T_2(n)$ s sind "kleiner"

$$T_2(n) := 10$$



$$c = 1, n = 2$$

$$\begin{aligned}T_1(1) &:= 3 \cdot 1^3 + 5 = 8 \\T_1(2) &:= 3 \cdot 2^3 + 5 = 29 \\T_1(3) &:= 3 \cdot 3^3 + 5 = 86 \\T_1(4) &:= 3 \cdot 4^3 + 5 = 197 \\T_1(5) &:= 3 \cdot 5^3 + 5 = 380 \\T_1(6) &:= 3 \cdot 6^3 + 5 = 653 \\T_1(7) &:= 3 \cdot 7^3 + 5 = 1034\end{aligned}$$

...

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) : \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

→ Menge von Funktionen

Bsp.: $T_1(n) := 3 \cdot n^3 + 5$

welche $T_2(n)$ s sind "kleiner"

$$T_2(n) := n^2 + 150$$

$$T_2(1) := 151$$

$$T_1(1) = 8$$

$$T_2(2) := 154$$

$$T_1(2) = 29$$

$$T_2(3) := 159$$

$$T_1(3) = 86$$

$$T_2(4) := 164$$

$$T_1(4) = 197$$

$$T_2(5) := 175$$

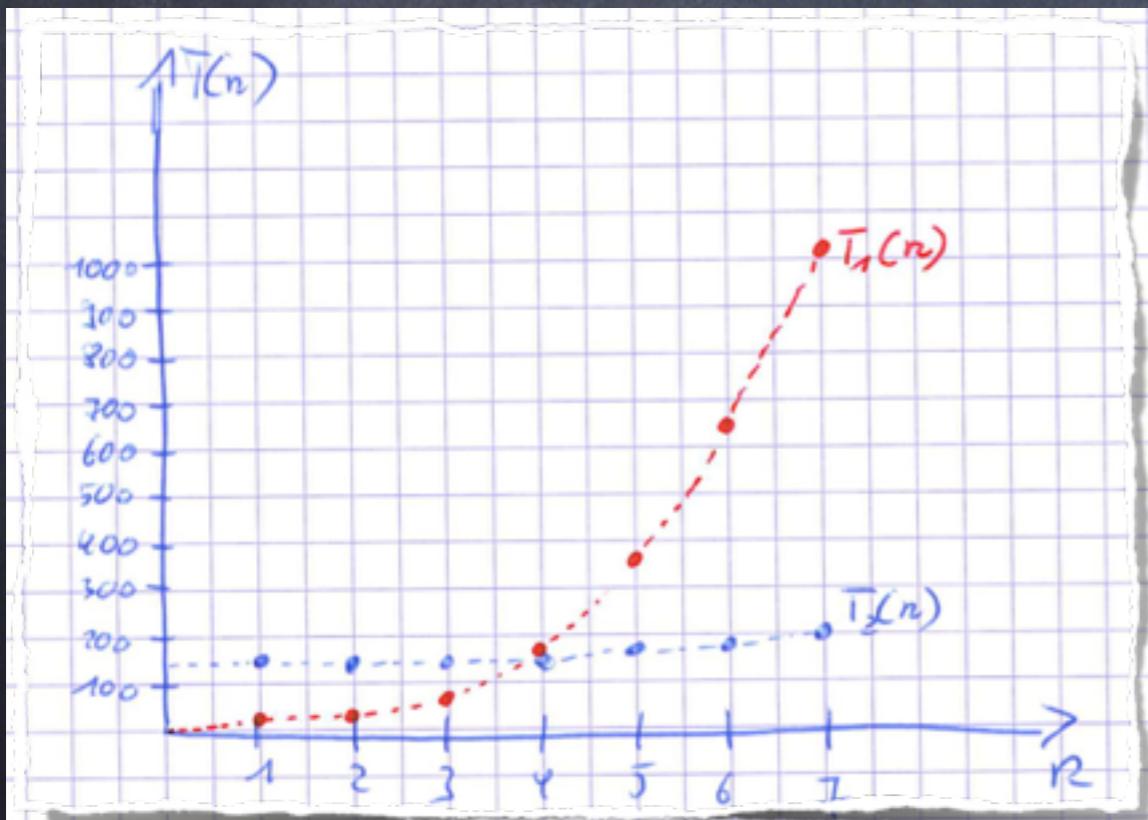
$$T_1(5) = 380$$

$$T_2(6) := 186$$

$$T_1(6) = 653$$

$$T_2(7) := 199$$

$$T_1(7) = 1034$$



$$c = 1, n_0 = 4$$

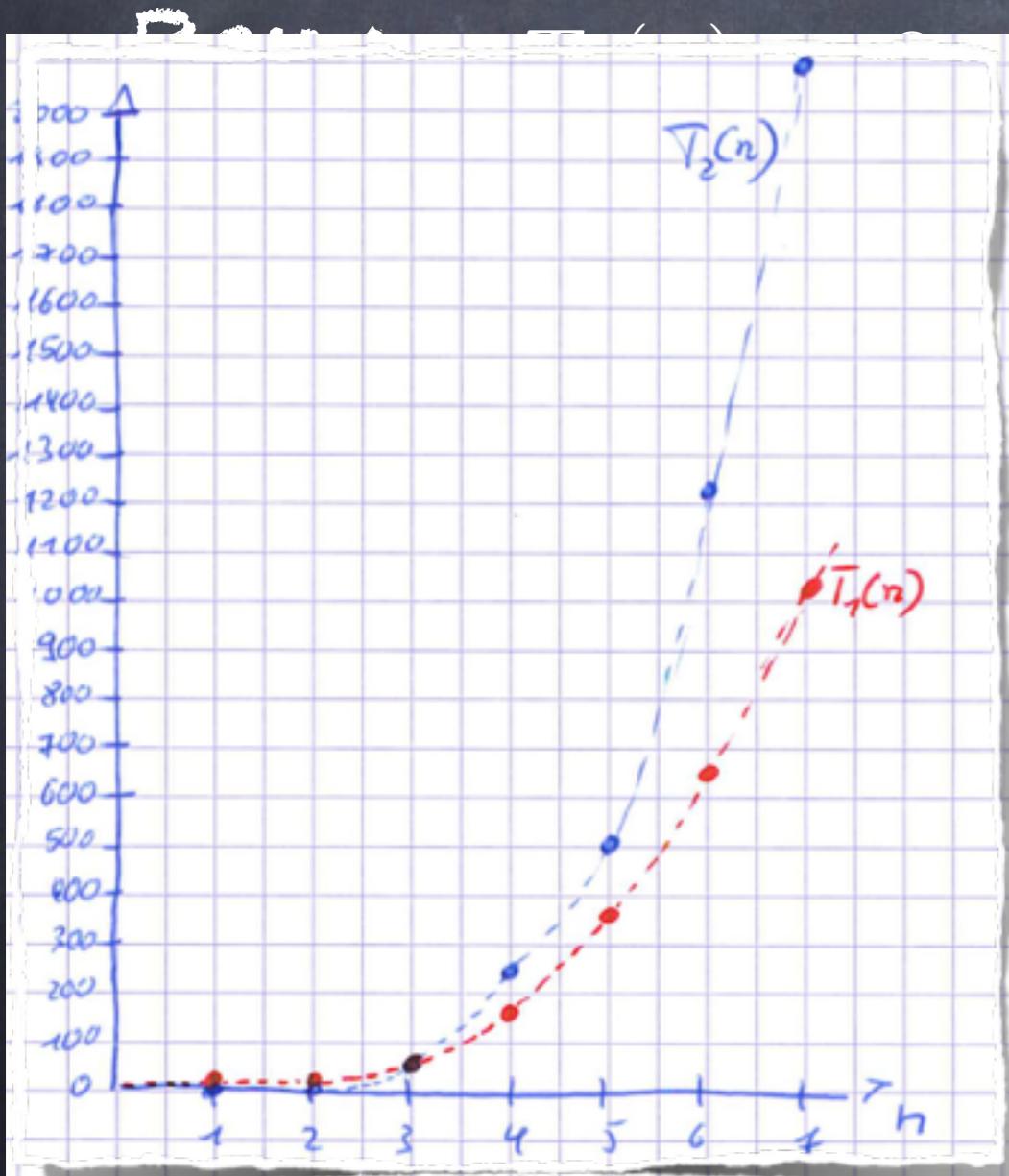
$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) :\Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

→ Menge von Funktionen



$$c = 1, n_0 = 4$$

$$n^3 + 5$$

$T_2(n)$ s sind "kleiner"

$T_2(1) := 1$	$T_1(1) = 8$
$T_2(2) := 16$	$T_1(2) = 29$
$T_2(3) := 81$	$T_1(3) = 86$
$T_2(4) := 256$	$T_1(4) = 197$
$T_2(5) := 526$	$T_1(5) = 380$
$T_2(6) := 1296$	$T_1(6) = 653$
$T_2(7) := 2401$	$T_1(7) = 1034$

...

$$T_2(n) \notin \mathcal{O}(T_1(n))$$

aber $T_1(n) \in \mathcal{O}(T_2(n))$

Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

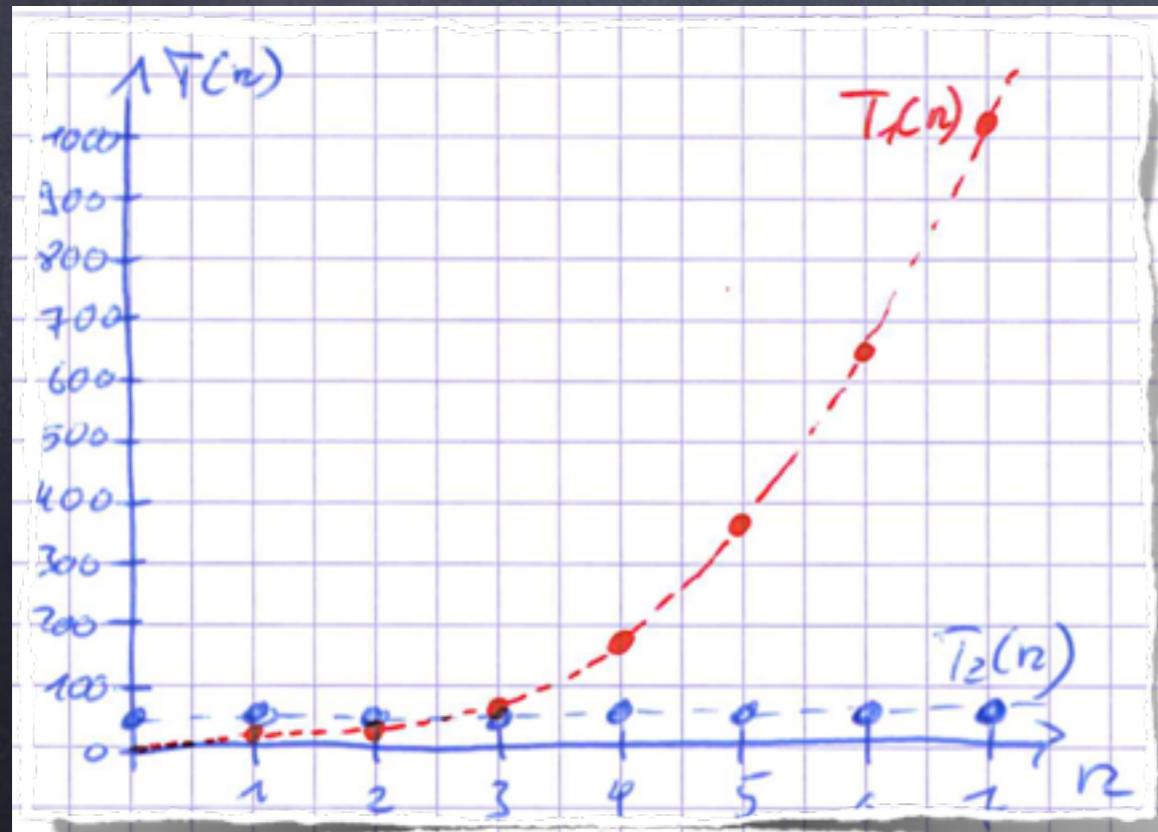
$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) : \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

Menge von Funktionen

Bsp.: $T_1(n) := 3 \cdot n^3 + 5$

welche $T_2(n)$ s sind "kleiner"

$$T_2(n) := \sqrt{n} + 41$$



$$c = 1, n_0 = 3$$

$T_2(1) = 41$	$T_1(1) = 8$
$T_2(2) \approx 42$	$T_1(2) = 29$
$T_2(3) \approx 43$	$T_1(3) = 86$
$T_2(4) = 43$	$T_1(4) = 197$
$T_2(5) \approx 43$	$T_1(5) = 380$
$T_2(6) \approx 43$	$T_1(6) = 653$
$T_2(7) \approx 43$	$T_1(7) = 1034$
...	...

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) :\Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

→ Menge von Funktionen

Bsp.: $T_1(n) := 3 \cdot n^3 + 5$

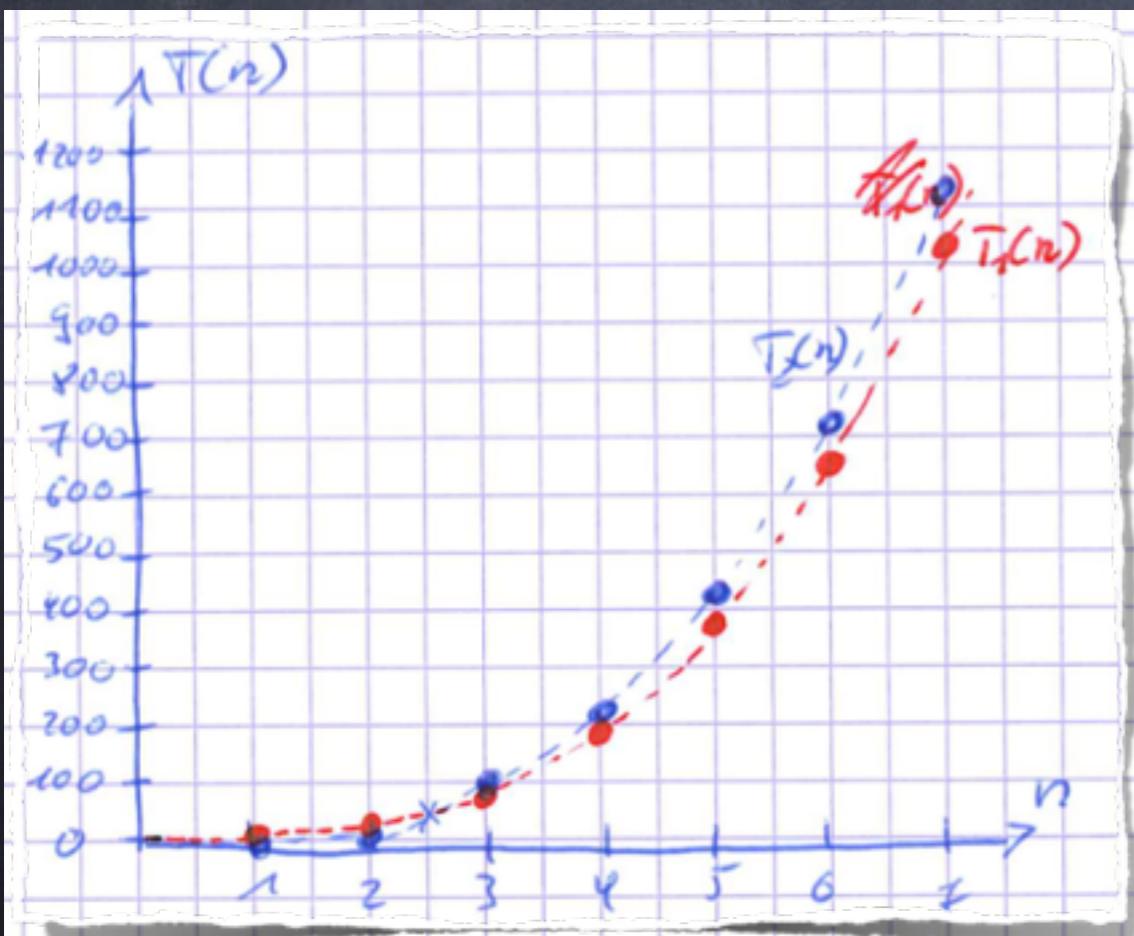
welche $T_2(n)$ s sind "kleiner"

$$T_2(n) := 3.3 \cdot n^3 + 1$$

$T_2(1) := 4.3$	$T_1(1) = 8$
$T_2(2) := 27,4$	$T_1(2) = 29$
$T_2(3) := 90,1$	$T_1(3) = 86$
$T_2(4) := 212,2$	$T_1(4) = 197$
$T_2(5) := 413,5$	$T_1(5) = 380$
$T_2(6) := 713,8$	$T_1(6) = 653$
$T_2(7) := 1132,9$	$T_1(7) = 1034$

...

...



Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

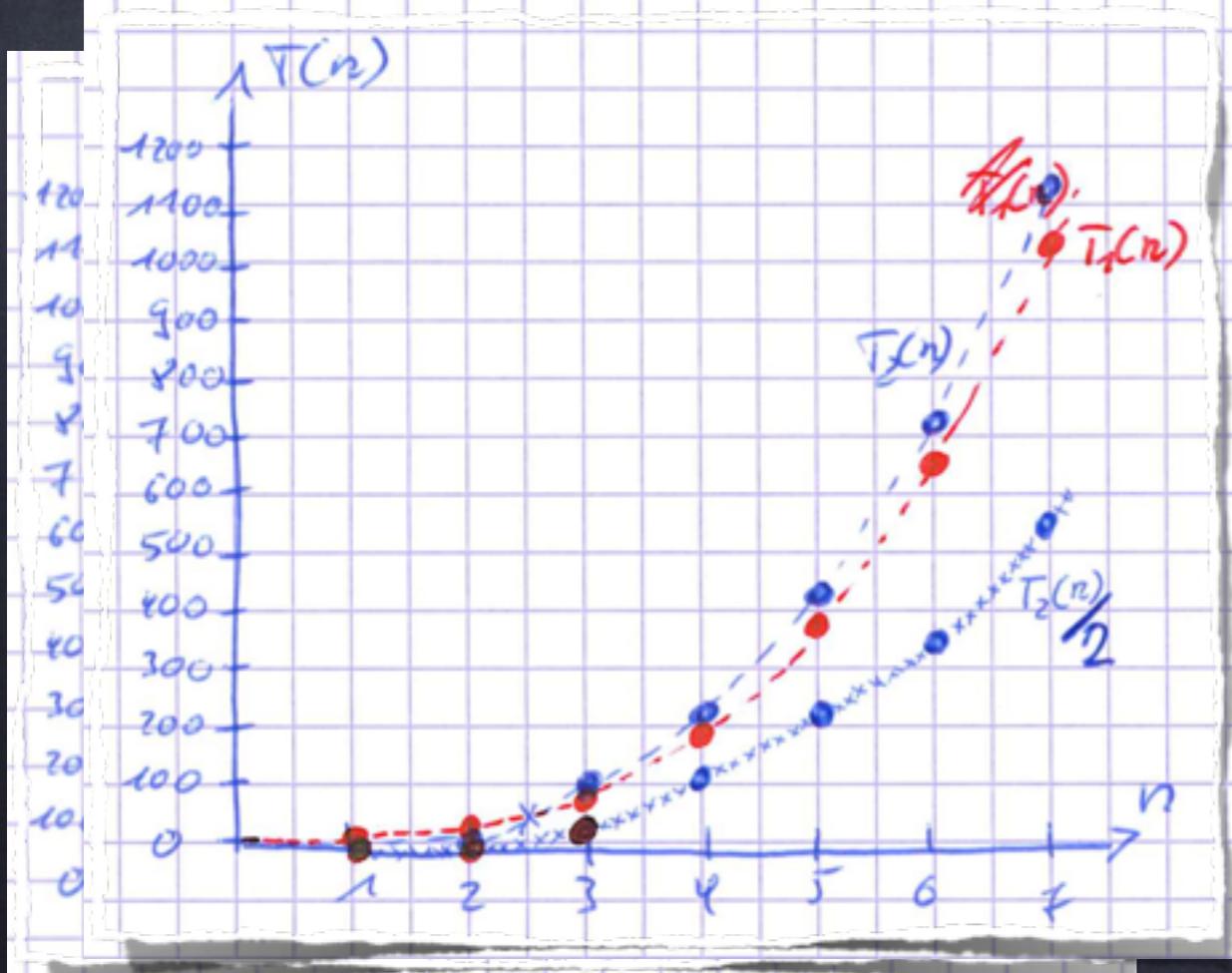
$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) :\Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

Menge von Funktionen

Bsp.: $T_1(n) := 3 \cdot n^3 + 5$

welche $T_2(n)$ s sind "kleiner"

$$T_2(n) := 0.5 \cdot (3.3 \cdot n^3 + 1)$$



$T_2(1) := 2.15$	$T_1(1) = 8$
$T_2(2) := 13.7$	$T_1(2) = 29$
$T_2(3) := 45.05$	$T_1(3) = 86$
$T_2(4) := 106.1$	$T_1(4) = 197$
$T_2(5) := 206.75$	$T_1(5) = 380$
$T_2(6) := 356.9$	$T_1(6) = 653$
$T_2(7) := 566.45$	$T_1(7) = 1034$

...

$$c = 2, n_0 = 1$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) :\Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

Menge von Funktionen

Bsp.: $T_1(n) := 3 \cdot n^3 + 5$

welche $T_2(n)$'s sind "kleiner"

$$T_2(n) := 10 = 10n^0$$

$$T_2(n) := n^2 + 150$$

$$T_2(n) := n^4$$

$$T_2(n) := \sqrt{n} + 41$$

$$= n^{0.5} + 41$$

$$T_2(n) := 3 \cdot 3 \cdot n^3 + 1$$

$$T_2(n) := n(n^{1.5} + 10) \cdot n^{0.1}$$

$$= n^1 \cdot n^{1.5} \cdot n^{0.1} + n \cdot 10 \cdot n^{0.1}$$

$$= n^{2.6} + 10 \cdot n^{1.1}$$

größter
Exponent
entscheidet

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$\Rightarrow T_2(n) \notin \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) :\Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

Menge von Funktionen

Bsp.: $T_1(n) := 3 \cdot n^3 + 5$

$$\begin{aligned} T_2(n) &:= n^{2.6} + 10 \cdot n^{1.1} \\ &\leq n^{2.6} + 10 \cdot n^{2.6} = 11 \cdot n^{2.6} \end{aligned}$$

$$T'_2(n) := 11 \cdot n^{2.6}$$

$$\Rightarrow T'_2(n) \in \mathcal{O}(T_2(n))$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$T_2(n) := 10n^{0.7} + 0.1n^{2.3} + 43n^{0.1} \Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$T_2(n) := 15 \cdot (n^{1.1} + n^{0.1}) \cdot n^{1.2} + \frac{n^{1.5}}{n^{0.3}}$$

$$= 15 \cdot n^{2.3} + 15 \cdot n^{1.3} + n^{1.2} \Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) :\Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

Menge von Funktionen

Bsp.: $T_1(n) := 3 \cdot n^{\boxed{3}} + 5$

$$T_2(n) = n^{\boxed{2.9}} + 1001$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$T_2(n) = n^{\boxed{1.2}} + 123$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$T_2(n) = n^{\boxed{4}}$$

$$\Rightarrow T_2(n) \notin \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$T_2(n) = n^1 + n^{\boxed{2.4}}$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$T_2(n) = n^1 \cdot n^{\boxed{2.4}} = n^{\boxed{3.4}}$$

$$\Rightarrow T_2(n) \notin \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$T_2(n) = \frac{n^1 \cdot n^{\boxed{2.4}}}{n^{1.2}} = n^{\boxed{2.2}}$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

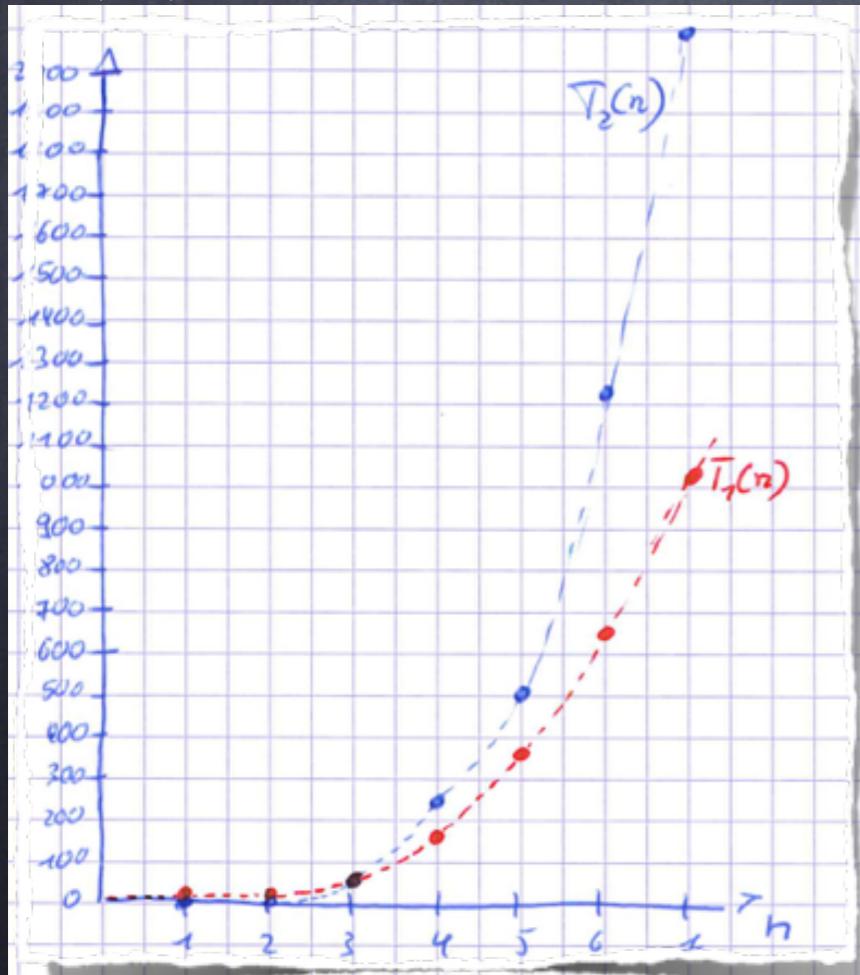
Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) :\Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

$$T_2(n) \in \Omega(T_1(n)) :\Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \geq c \cdot T_1(n)$$

Bsp.: $T_1(n) := 3 \cdot n^3 + 5$ **größer**
 $T_2(n) := n^4$ welche $T_2(n)$ s sind "~~kleiner~~"



$$c = 1, n_0 = 4$$

$T_2(1) := 1$	$T_1(1) = 8$
$T_2(2) := 16$	$T_1(2) = 29$
$T_2(3) := 81$	$T_1(3) = 86$
$T_2(4) := 256$	$T_1(4) = 197$
$T_2(5) := 526$	$T_1(5) = 380$
$T_2(6) := 1296$	$T_1(6) = 653$
$T_2(7) := 2401$	$T_1(7) = 1034$

...
 $T_2(n) \notin \mathcal{O}(T_1(n))$
aber $T_2(n) \in \Omega(T_1(n))$

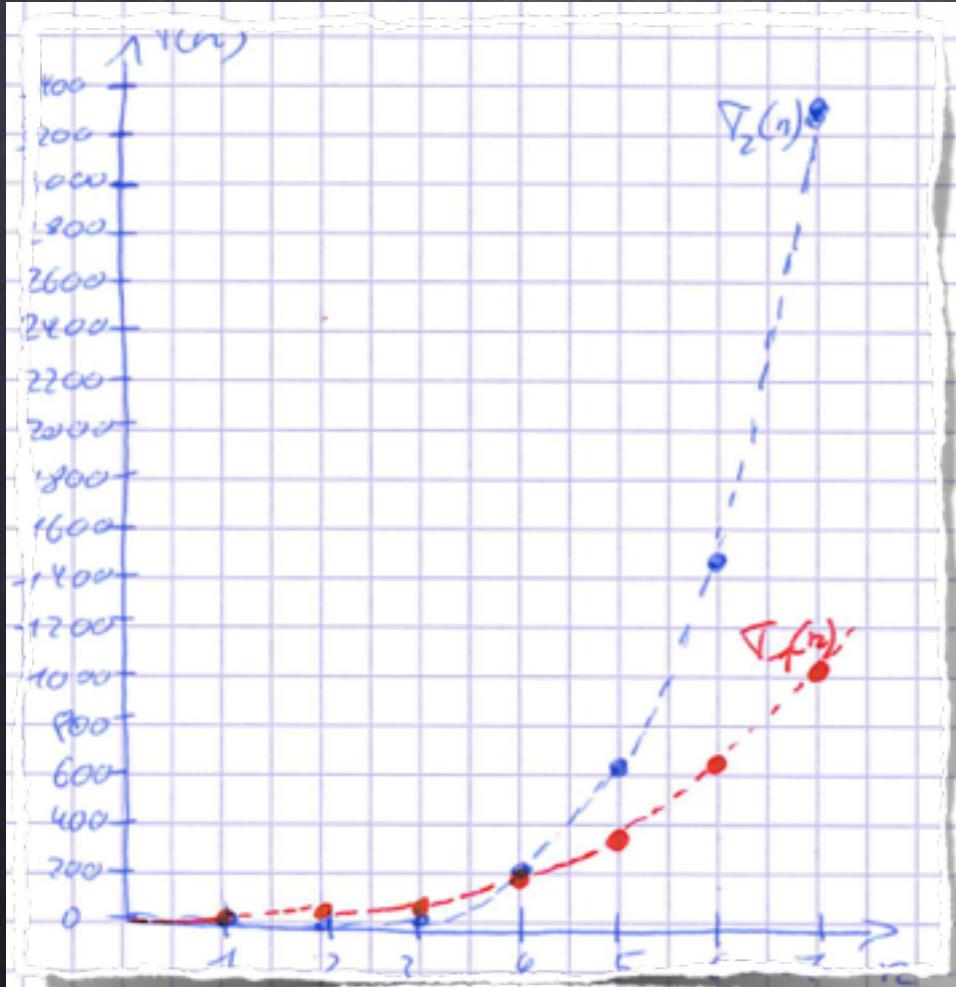
Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) : \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

$$T_2(n) \in \Omega(T_1(n)) : \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \geq c \cdot T_1(n)$$

Bsp.: $T_1(n) := 3 \cdot n^3 + 5$ **größer**
welche $T_2(n)$ s sind "kleiner"
 $T_2(n) := n^5/5$



$T_2(1) = 1/5$	$T_1(1) = 8$
$T_2(2) = 6.4$	$T_1(2) = 29$
$T_2(3) \approx 49$	$T_1(3) = 86$
$T_2(4) \approx 205$	$T_1(4) = 197$
$T_2(5) = 625$	$T_1(5) = 380$
$T_2(6) \approx 1555$	$T_1(6) = 653$
$T_2(7) \approx 3361$	$T_1(7) = 1034$
...	

$$T_2(n) \in \Omega(T_1(n))$$

$$c = 1, n_0 = 4$$

Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) : \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

$$T_2(n) \in \Omega(T_1(n)) : \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \geq c \cdot T_1(n)$$

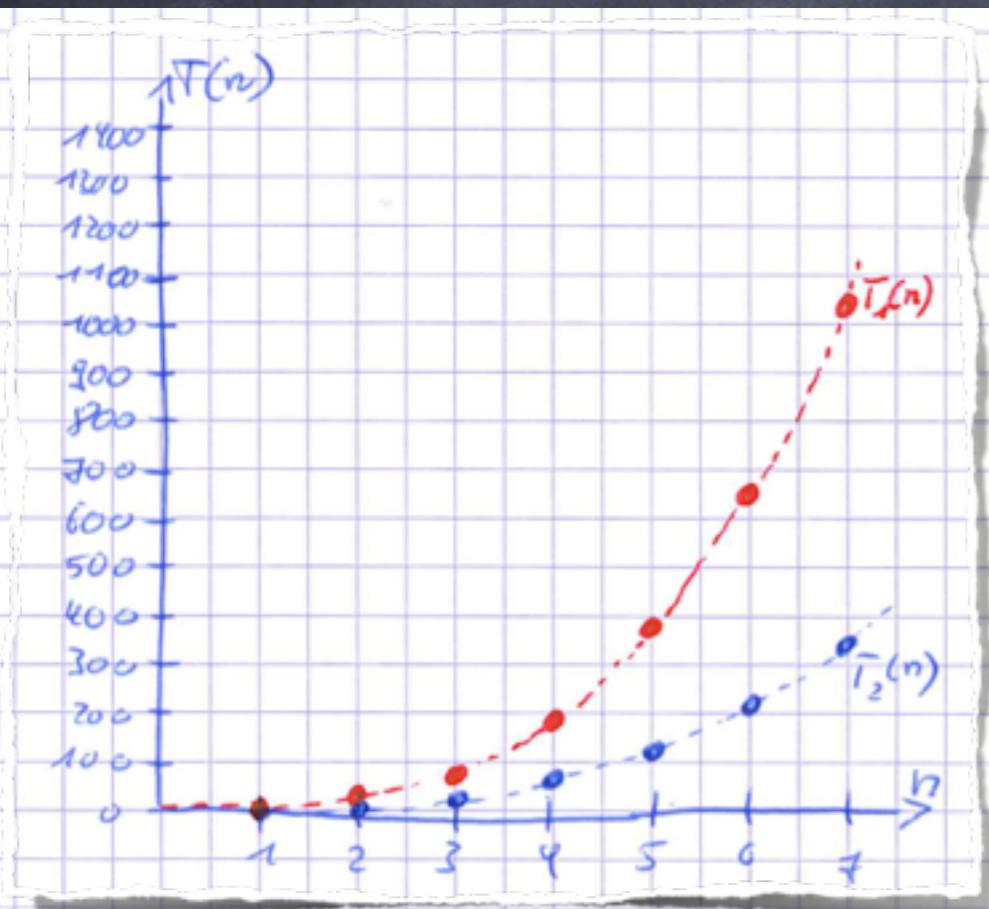
Bsp.: $T_1(n) := 3 \cdot n^3 + 5$ **größer**
welche $T_2(n)$ s sind "kleiner"

$$T_2(n) := n^3 + 6$$

$T_2(1) = 7$	$T_1(1) = 8$
$T_2(2) = 14$	$T_1(2) = 29$
$T_2(3) = 33$	$T_1(3) = 86$
$T_2(4) = 70$	$T_1(4) = 197$
$T_2(5) = 131$	$T_1(5) = 380$
$T_2(6) = 222$	$T_1(6) = 653$
$T_2(7) = 349$	$T_1(7) = 1034$
...	...

$$T_2(n) \notin \Omega(T_1(n))$$

$c = 1, n_0 = 1$ aber $T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$



Laufzeitanalyse

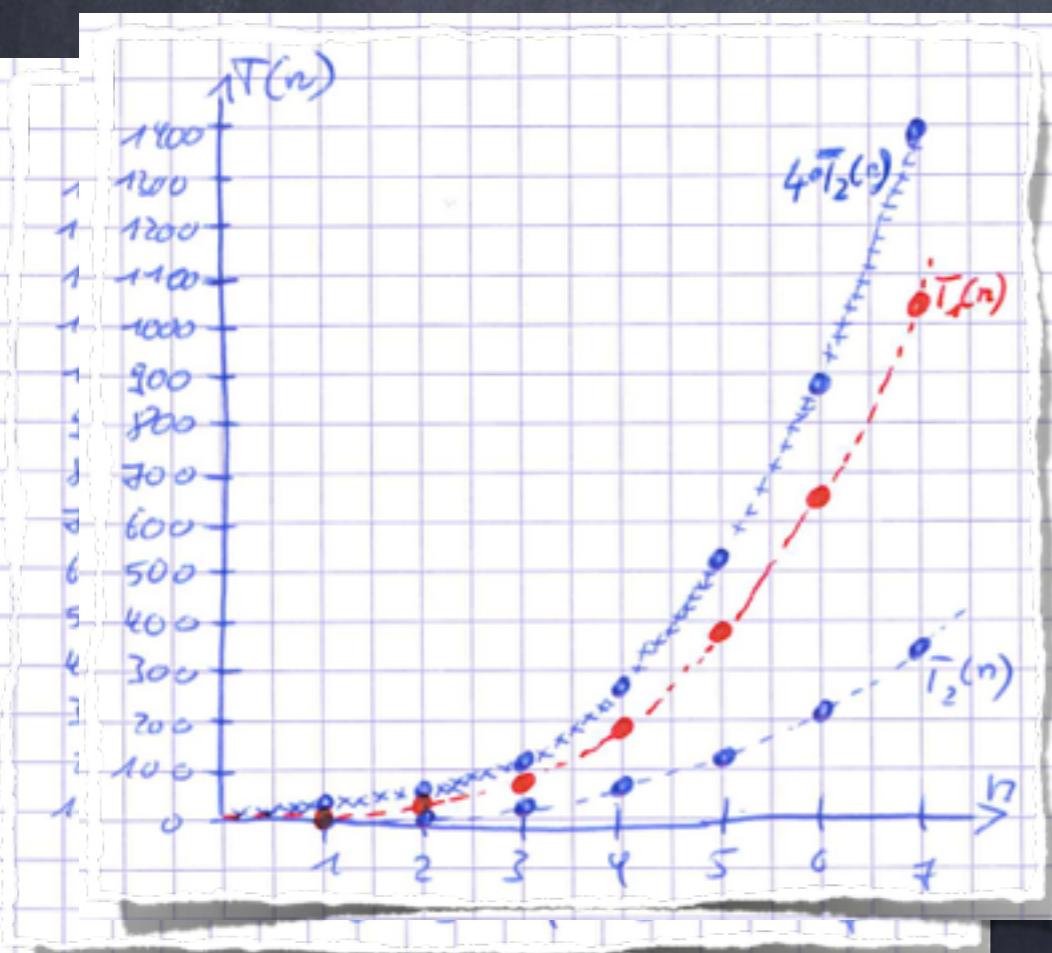
→ allg. Vergleich von Funktionen

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) : \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

$$T_2(n) \in \Omega(T_1(n)) : \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \geq c \cdot T_1(n)$$

Bsp.: $T_1(n) := 3 \cdot n^3 + 5$ **größer**
welche $T_2(n)$ s sind "kleiner"

$$T_2(n) := 4 \cdot (n^3 + 6)$$



$T_2(1) = 28$	$T_1(1) = 8$
$T_2(2) = 64$	$T_1(2) = 29$
$T_2(3) = 132$	$T_1(3) = 86$
$T_2(4) = 280$	$T_1(4) = 197$
$T_2(5) = 524$	$T_1(5) = 380$
$T_2(6) = 888$	$T_1(6) = 653$
$T_2(7) = 1396$	$T_1(7) = 1034$

...

...

$$c = 1/4$$

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$n_0 = 1$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \Omega(T_1(n))$$

Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) :\Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

$$T_2(n) \in \Omega(T_1(n)) :\Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \geq c \cdot T_1(n)$$

Bsp.: $T_1(n) := 3 \cdot n^{\underline{3}} + 5$

$$T_2(n) := 10 = 10n^{\underline{0}}$$

$$T_2(n) := n^{\underline{2}} + 150$$

$$T_2(n) := n^{\underline{4}}$$

$$T_2(n) := n^{\underline{5}}/5$$

$$T_2(n) := n^{\underline{3}} + 6$$

größter Exponent entscheidet

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \Omega(T_1(n))$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \Omega(T_1(n))$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \Omega(T_1(n))$$

und $\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$

$$T_2(n) \in \Theta(T_1(n)) :\Leftrightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)), \Omega(T_1(n))$$

Regel (fast immer anwendbar)

Vergleich der jeweiligen Exponenten

Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

Regel (fast immer anwendbar)

Vergleich der jeweiligen größten Exponenten

Falls $T_1(n)$ und $T_2(n)$ als Polynome darstellbar

Polynom: Funktion P der Form

$$P(n) = a_0 \cdot n^0 + a_1 \cdot n^1 + \dots + a_k \cdot n^{\boxed{k}}$$

$$\begin{aligned} T_1(n) &= 3 \cdot n^{\boxed{3}} + 5 \\ &= 5 \cdot n^0 + 0 \cdot n^1 + 0 \cdot n^2 + 3 \cdot n^{\boxed{3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_2(n) &= n^{\boxed{5}} / 5 \\ &= 0 \cdot n^0 + 0 \cdot n^1 + 0 \cdot n^2 + 0 \cdot n^3 + 0 \cdot n^4 + 1/5 \cdot n^{\boxed{5}} \end{aligned}$$

Seien k_1, k_2 die größten Exponenten von T_1, T_2

$$k_2 \leq k_1 \Leftrightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) \Leftrightarrow T_1(n) \in \Omega(T_2(n))$$

$$k_2 \geq k_1 \Leftrightarrow T_1(n) \in \mathcal{O}(T_2(n)) \Leftrightarrow T_2(n) \in \Omega(T_1(n))$$

$$k_2 = k_1 \Leftrightarrow T_1(n) \in \Theta(T_2(n)) \Leftrightarrow T_2(n) \in \Theta(T_1(n))$$

$T_1(n)$	$T_2(n)$	$T_1(n) \in \mathcal{O}(T_2(n))$	$T_1(n) \in \Omega(T_2(n))$	$T_1(n) \in \Theta(T_2(n))$
n^1	n^2			
n^2	n^2			
$n^2 + n^4$	n^1			
3	$2 + 3n$			
$5(n + n^2)$	$1 + 2n^4$			
$2 + 3n$	$1 + 2n^4$			
$5(n + n^2)$	n^2			
\sqrt{n}	n^1			
n^1	n^1			
$3n + 4n^5 + n^3$	$n(n + 3 + n^3)$			
$7n^4 + n^3$	$7n^4 + n^3 + 3$			
$n^{12323234} + 1$	$n^{1000} + 1$			
$2n(n + n)n(n^3)$	n^6			
13	3934556786			
1	3934556786			
$n^4 + n^3 n 7$	$4 + 4 + 4 + n^5$			
$3n^3$	$1000000n^3$			
$\sqrt{n}n$	\sqrt{n}			

$T_2(n)$ hat größeren Exp. $\Rightarrow T_1(n) \in \mathcal{O}(T_2(n))$
oder gleichen $T_2(n) \in \Omega(T_1(n))$

$T_1(n)$ hat größeren Exp. $\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$
oder gleichen $T_1(n) \in \Omega(T_2(n))$

$k_2 \leq k_1 \Leftrightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) \Leftrightarrow T_1(n) \in \Omega(T_2(n))$
 $k_2 \geq k_1 \Leftrightarrow T_1(n) \in \mathcal{O}(T_2(n)) \Leftrightarrow T_2(n) \in \Omega(T_1(n))$
 $k_2 = k_1 \Leftrightarrow T_1(n) \in \Theta(T_2(n)) \Leftrightarrow T_2(n) \in \Theta(T_1(n))$

exp. gleich $\Rightarrow T_1(n) \in \Theta(T_2(n))$
$T_2(n) \in \Theta(T_1(n))$

$T_1(n)$	$T_2(n)$	$T_1(n) \in \mathcal{O}(T_2(n))$	$T_1(n) \in \Omega(T_2(n))$	$T_1(n) \in \Theta(T_2(n))$
n^1	n^2	✓	✗	✗
n^2	n^2	✓	✓	✗
$n^2 + n^4$	n^1	✗	✓	✗
3	$2 + 3n$	✓	✗	✗
$5(n + n^2)$	$1 + 2n^4$	✓	✗	✗
$2 + 3n$	$1 + 2n^4$	✓	✗	✗
$5(n + n^2)$	n^2	✓	✓	✓
\sqrt{n}	n^1	✓	✗	✗
n^1	n^1	✓	✓	✓
$3n + 4n^5 + n^3$	$n(n + 3 + n^3)$	✗	✓	✗
$7n^4 + n^3$	$7n^4 + n^3 + 3$	✓	✓	✓
$n^{12323234} + 1$	$n^{1000} + 1$	✗	✓	✗
$2n(n + n)n(n^3)$	n^6	✓	✓	✓
13	3934556786	✓	✓	✓
1	3934556786	✓	✓	✓
$n^4 + n^3 n 7$	$4 + 4 + 4 + n^5$	✓	✗	✗
$3n^3$	$1000000n^3$	✓	✓	✓
\sqrt{nn}	\sqrt{n}	✗	✓	✗

$T_2(n)$ hat größeren Exp. oder gleichen $\Rightarrow T_1(n) \in \mathcal{O}(T_2(n))$
 $T_2(n) \in \Omega(T_1(n))$

$T_1(n)$ hat größeren Exp. oder gleichen $\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$
 $T_1(n) \in \Omega(T_2(n))$

exp. gleich $\Rightarrow T_1(n) \in \Theta(T_2(n))$
 $T_2(n) \in \Theta(T_1(n))$

$T_1(n)$	$T_2(n)$	$T_1(n) \in \mathcal{O}(T_2(n))$	$T_1(n) \in \Omega(T_2(n))$	$T_1(n) \in \Theta(T_2(n))$
----------	----------	----------------------------------	-----------------------------	-----------------------------

n^1	n^2	✓	✗	✗
n^2	n^3	✗	✗	✗
n^3	n^4	✗	✗	✗
n^4	n^5	✗	✗	✗
n^5	n^6	✓	✗	✗
n^6	n^7	✓	✗	✗
n^7	n^8	✓	✗	✗
n^8	n^9	✓	✗	✗
n^9	n^{10}	✓	✗	✗
n^{10}	n^{11}	✓	✗	✗
n^{11}	n^{12}	✓	✗	✗
n^{12}	n^{13}	✓	✗	✗
n^{13}	n^{14}	✓	✗	✗
n^{14}	n^{15}	✓	✗	✗
n^{15}	n^{16}	✓	✗	✗
n^{16}	n^{17}	✓	✗	✗
n^{17}	n^{18}	✓	✗	✗
n^{18}	n^{19}	✓	✗	✗
n^{19}	n^{20}	✓	✗	✗
n^{20}	n^{21}	✓	✗	✗
n^{21}	n^{22}	✓	✗	✗
n^{22}	n^{23}	✓	✗	✗
n^{23}	n^{24}	✓	✗	✗
n^{24}	n^{25}	✓	✗	✗
n^{25}	n^{26}	✓	✗	✗
n^{26}	n^{27}	✓	✗	✗
n^{27}	n^{28}	✓	✗	✗
n^{28}	n^{29}	✓	✗	✗
n^{29}	n^{30}	✓	✗	✗
n^{30}	n^{31}	✓	✗	✗
n^{31}	n^{32}	✓	✗	✗
n^{32}	n^{33}	✓	✗	✗
n^{33}	n^{34}	✓	✗	✗
n^{34}	n^{35}	✓	✗	✗
n^{35}	n^{36}	✓	✗	✗
n^{36}	n^{37}	✓	✗	✗
n^{37}	n^{38}	✓	✗	✗
n^{38}	n^{39}	✓	✗	✗
n^{39}	n^{40}	✓	✗	✗
n^{40}	n^{41}	✓	✗	✗
n^{41}	n^{42}	✓	✗	✗
n^{42}	n^{43}	✓	✗	✗
n^{43}	n^{44}	✓	✗	✗
n^{44}	n^{45}	✓	✗	✗
n^{45}	n^{46}	✓	✗	✗
n^{46}	n^{47}	✓	✗	✗
n^{47}	n^{48}	✓	✗	✗
n^{48}	n^{49}	✓	✗	✗
n^{49}	n^{50}	✓	✗	✗
n^{50}	n^{51}	✓	✗	✗
n^{51}	n^{52}	✓	✗	✗
n^{52}	n^{53}	✓	✗	✗
n^{53}	n^{54}	✓	✗	✗
n^{54}	n^{55}	✓	✗	✗
n^{55}	n^{56}	✓	✗	✗
n^{56}	n^{57}	✓	✗	✗
n^{57}	n^{58}	✓	✗	✗
n^{58}	n^{59}	✓	✗	✗
n^{59}	n^{60}	✓	✗	✗
n^{60}	n^{61}	✓	✗	✗
n^{61}	n^{62}	✓	✗	✗
n^{62}	n^{63}	✓	✗	✗
n^{63}	n^{64}	✓	✗	✗
n^{64}	n^{65}	✓	✗	✗
n^{65}	n^{66}	✓	✗	✗
n^{66}	n^{67}	✓	✗	✗
n^{67}	n^{68}	✓	✗	✗
n^{68}	n^{69}	✓	✗	✗
n^{69}	n^{70}	✓	✗	✗
n^{70}	n^{71}	✓	✗	✗
n^{71}	n^{72}	✓	✗	✗
n^{72}	n^{73}	✓	✗	✗
n^{73}	n^{74}	✓	✗	✗
n^{74}	n^{75}	✓	✗	✗
n^{75}	n^{76}	✓	✗	✗
n^{76}	n^{77}	✓	✗	✗
n^{77}	n^{78}	✓	✗	✗
n^{78}	n^{79}	✓	✗	✗
n^{79}	n^{80}	✓	✗	✗
n^{80}	n^{81}	✓	✗	✗
n^{81}	n^{82}	✓	✗	✗
n^{82}	n^{83}	✓	✗	✗
n^{83}	n^{84}	✓	✗	✗
n^{84}	n^{85}	✓	✗	✗
n^{85}	n^{86}	✓	✗	✗
n^{86}	n^{87}	✓	✗	✗
n^{87}	n^{88}	✓	✗	✗
n^{88}	n^{89}	✓	✗	✗
n^{89}	n^{90}	✓	✗	✗
n^{90}	n^{91}	✓	✗	✗
n^{91}	n^{92}	✓	✗	✗
n^{92}	n^{93}	✓	✗	✗
n^{93}	n^{94}	✓	✗	✗
n^{94}	n^{95}	✓	✗	✗
n^{95}	n^{96}	✓	✗	✗
n^{96}	n^{97}	✓	✗	✗
n^{97}	n^{98}	✓	✗	✗
n^{98}	n^{99}	✓	✗	✗
n^{99}	n^{100}	✓	✗	✗

$2n(n+n)n(n^3)$	n^6	✓
13	3934556786	✓
1	3934556786	✓
$n^4 + n^3 n 7$	$4 + 4 + 4 + n^5$	✓
$3n^3$	$1000000n^3$	✓
$\sqrt{n}n$	\sqrt{n}	✗

$T_2(n)$ hat größere Exponenten oder gleiche Exponenten $\Rightarrow T_1(n) \in \mathcal{O}(T_2(n))$
 $T_2(n) \in \Omega(T_1(n))$

$T_1(n)$ hat größere Exponenten oder gleiche Exponenten $\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$
 $T_1(n) \in \Omega(T_2(n))$

That's all Folks!

($T_2(n) \in \Theta(T_1(n))$)