

Klausur
Algorithmen und Datenstrukturen
30.08.2010

Name:

Vorname:

Matr.-Nr.:

Studiengang:

Bachelor Master Diplom Andere

Mit der Veröffentlichung des Klausurergebnisses nur mit der Matrikelnummer über die Mailingliste und auf der Homepage bin ich einverstanden.

.....
Unterschrift

Hinweise:

- Bitte das Deckblatt ausfüllen. Die Heftung der Blätter darf nicht entfernt werden. Eigenes Papier ist nicht erlaubt. Die Rückseiten dieser Blätter dürfen beschrieben werden.
- Die Klausur besteht aus 12 Blättern.
- Hilfsmittel: keine.
- Die Klausur ist mit 50 von 100 Punkten bestanden.
- Alle Graphen in dieser Klausur sind einfache Graphen, d. h. sie haben keine Multikanten und keine parallelen Kanten; das gilt auch für die von Dir zu konstruierenden Graphen.
- Mit *Bleistift* oder *in rot* geschriebene Klausurteile können nicht gewertet werden.
- Die Bearbeitungszeit für die Klausur ist 120 Minuten.
- **Bearbeitete Aufgaben bitte unten ankreuzen.**

Punktzahlen für die Korrektur freilassen!

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
Bearbeitet (×)									
Punkte	17	12	9	16	11	14	11	10	100
Erzielte Punkte									

1.Aufgabe: Graphen

8+4+5 Punkte

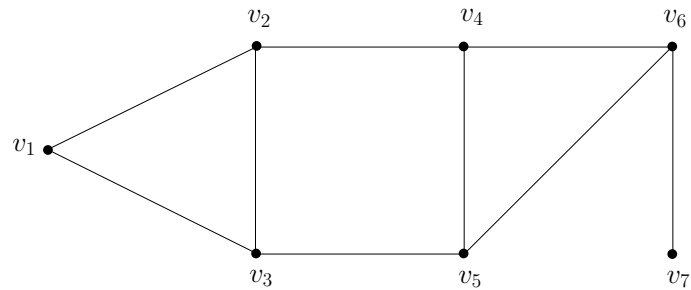


Abbildung 1: Der Graph H .

- Wende Breitensuche auf den Graphen H aus Abbildung 1 an; starte dabei mit dem Knoten v_1 . Falls zu einem Zeitpunkt mehrere Knoten für den nächsten Schritt in Frage kommen, wähle denjenigen mit dem kleinsten Index. Gib die Menge Q jedesmal an, wenn sie sich ändert und zeichne den gefundenen Baum T .
- Zeichnen einen Graphen mit 7 Knoten, der eine Eulertour, aber keinen Hamiltonpfad hat. Kennzeichne die Eulertour.
- Zeige: In einem Baum G gibt es einen eindeutigen Pfad zwischen zwei beliebigen Knoten.

2.Aufgabe: Binäre Suchbäume (kein AVL-Baum!)

7+5 Punkte

- a) Füge nacheinander die folgenden Elemente in einen zu Beginn leeren binären Suchbaum ein. Gib den Baum nach jeder Einfügeoperation an:

15, 7, 2, 11, 18, 12, 9

- b) Lösche die 7 aus dem konstruierten Baum. Beschreibe kurz, wie du dabei vorgehst und gib den Baum nach dem Löschen an.

3.Aufgabe: Komplexität

3+3+3 Punkte

Seien $f, g : \mathbb{N} \mapsto \mathbb{R}$ zwei Funktionen. Zeige oder widerlege:

- a) $f \in O(g) \Rightarrow g \in \Omega(f)$.
b) $f \in O(g) \Rightarrow f \in \Theta(g)$.
c) Zeige: $6n^6 + 3n^3 - 14 \in O(n^7)$. Gib dazu explizit geeignete Konstanten c und n_0 aus der Definition an und zeige, dass sie die Definition erfüllen.

4.Aufgabe: Rekursionen

3+4+5+4 Punkte

- a) Wie lautet das Mastertheorem aus der Vorlesung?
b) Bestimme mit Hilfe des Mastertheorems das asymptotische Wachstum der Rekursion
 $U(n) = U(\frac{n}{2}) + 3 \cdot U(\frac{n}{6}) + 4n$.
c) Bestimme mit Hilfe des Mastertheorems das asymptotische Wachstum der Rekursion
 $V(n) = 8 \cdot V(\frac{n}{2}) + 13n^2$.
d) Bestimme mit Hilfe des Mastertheorems das asymptotische Wachstum der Rekursion
 $T(n) = T(\frac{n}{2}) + 7n^2 + 8 \cdot T(\frac{n}{4})$.

5.Aufgabe: Hashing

11 Punkte

Wir betrachten ein leeres Array A der Größe 9, d.h. es gibt die Speicherzellen $A[0], A[1], \dots, A[8]$; in diesem führen wir offenes Hashing mit der folgenden Hashfunktion durch:

$$t(i, x) = (2x + i^2) \bmod 9$$

Dabei ist x ein einzusetzender Schlüssel und i die Nummer des Versuches, x in eine unbesetzte Speicherzelle des Arrays zu schreiben (beginnend bei $i = 0$).

Berechne zu jedem der folgenden Schlüssel die Position, die er in A bekommt:

5, 23, 20, 18, 7

(Hinweis: Die Schlüssel sollen in der gegebenen Reihenfolge eingefügt werden und der Rechenweg sollte klar erkennbar sein.)

Trage die Elemente in folgendes Array ein:

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

6.Aufgabe: Sortieren

9+5 Punkte

- a) Sortiere die folgenden Zahlen mit dem in der Vorlesung vorgestellten Mergesort. Kennzeichne in jedem Schritt, welche Teilfolgen gemischt werden.

[11] [3] [9] [4] [5] [1] [7]

- b) Wende die Funktion PARTITION($A,1,7$) (aus Quicksort) auf folgendes Array an:

$A[1] = 11$ $A[2] = 3$ $A[3] = 9$ $A[4] = 4$ $A[5] = 5$ $A[6] = 1$ $A[7] = 7$

Das Referenzelement soll dabei wie in der Vorlesung gewählt werden (also $A[7]$). Gib das Array nach **jeder** Tauschoperation an.

7.Aufgabe: Datenstrukturen

4+4+3 Punkte

- a) Stelle die Adjazenzliste und die Inzidenzmatrix zum Graphen G aus Abbildung 2 auf.

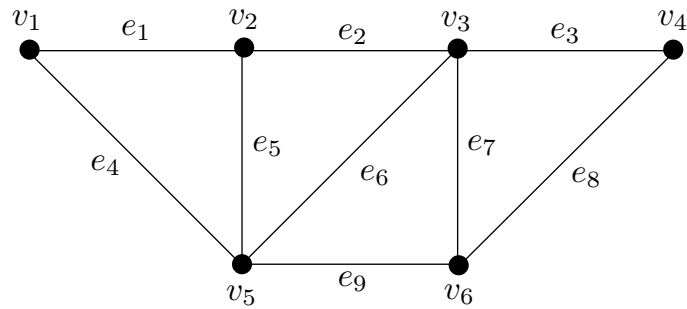


Abbildung 2: Der Graph G .

- b) Sei G ein vollständiger Graph mit n Knoten. Wie groß sind die Adjazenzmatrix und die Inzidenzmatrix von G . Welche Matrix benötigt mehr Speicherplatz?
- b) Wie lange dauert das Löschen eines Elements x in den folgenden Datenstrukturen mit jeweils n Elementen: Warteschlange, verkettete Liste, AVL-Baum? Gib die Laufzeit in O -Notation und in Abhängigkeit von n an.

8.Aufgabe: Kurzfragen

2+2+2+2+2 Punkte

- a) Eulerwege kehren zum Startknoten zurück. wahr
 falsch
- b) Die Breitensuche verwendet die FIFO-Regel. wahr
 falsch
- c) Die Breitensuche liefert kürzeste Wege in Graphen. wahr
 falsch
- d) Die Höhe eines AVL Baums mit n Knoten ist $O(n \log n + n)$. wahr
 falsch
- e) Im Average-Case ist die Laufzeit von Quick- und Insertionsort $O(n^2)$. wahr
 falsch

Viel Erfolg!!!