

Prof. Dr. Sándor P. Fekete  
Dr. Christian Scheffer  
Jan-Marc Reinhardt

## Algorithmen und Datenstrukturen Übung 2 vom 25. 11. 2015

Abgabe der Lösungen bis zum Mittwoch,  
den 09.12.2015 um 11:15 im Hausaufga-  
benrückgabeschrank.

Bitte die Blätter zusammenheften  
und vorne deutlich mit eigenem Na-  
men, Matrikel- und Gruppennummer,  
sowie Studiengang versehen!

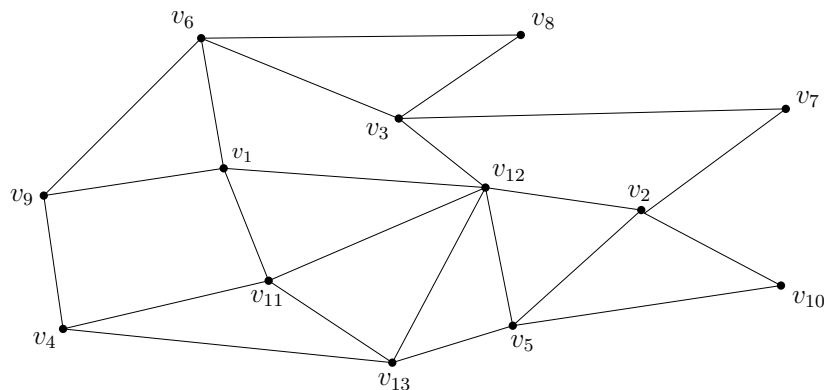
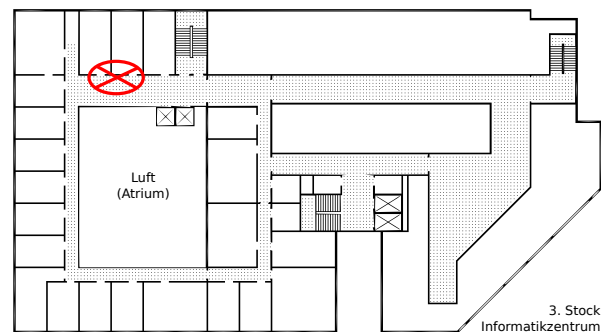


Abbildung 1: Der Graph  $G$  für Aufgabe 1.

### Aufgabe 1 (Breiten- und Tiefensuche):

- Beschreibe in Deinen eigenen Worten, welche Gemeinsamkeiten und Unterschiede Tiefensuche und Breitensuche im Allgemeinen haben. Gib die Adjazenzliste für  $G$  an.
- Welche Datenstruktur verwendet Breitensuche? Wende Breitensuche mit Startknoten  $v_1$  auf den Graphen  $G$  aus Abbildung 1 an. Gib den aktuellen Zustand der verwendeten Datenstruktur<sup>1</sup> nach jeder Veränderung an.
- Welche Datenstruktur verwendet Tiefensuche? Wende Tiefensuche mit Startknoten  $v_1$  auf den Graphen  $G$  aus Abbildung 1 an. Gib den aktuellen Zustand der verwendeten Datenstruktur<sup>1</sup> nach jeder Veränderung an.

<sup>1</sup>Das  $R$  aus der Vorlesung

Kommt bei b) oder c) zu einem Zeitpunkt mehr als ein Knoten für den nächsten Schritt in Frage, wähle denjenigen mit dem kleinsten Index. Gib nach jeder Veränderung (d.h. nach jedem Schritt der etwas hinzufügt oder löscht) den Zustand der verwendeten Datenstruktur an und zeichne am Ende den gefundenen Baum. (4+8+8 Punkte)

**Aufgabe 2 (Das Orakel von Kevin Bacon):** Dem *Orakel von Kevin Bacon* liegt der Schauspielergraph  $S$  zugrunde: Schauspieler sind durch Knoten repräsentiert. Zwei Schauspielerknoten sind durch eine Kante verbunden, wenn sie gemeinsam in einem Film gespielt haben. Der Knoten von Kevin Bacon hat die *Kevin-Bacon-Zahl* (KBZ) 0; die KBZ eines anderen Schauspielers ist die Länge eines kürzesten Weges im Schauspielergraphen  $S$  zu Kevin Bacon. Beispielsweise hat Tom Hanks die KBZ 1, da er mit Kevin Bacon in *Apollo 13* gespielt hat. Falls kein verbindender Weg existiert, ist die KBZ des betrachteten Schauspielers als unendlich definiert.

Das Orakel ist im Web verfügbar: <http://oracleofbacon.org/>. Die zugrundeliegenden Filmdata sind der *Internet Movie Database* entnommen: <http://www.imdb.com/>.

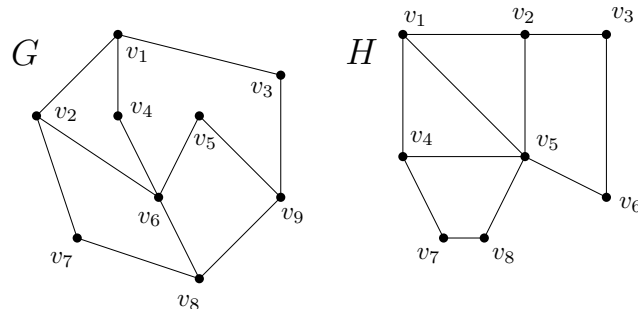
- a) Wir betrachten einen Pfad für die KBZ  $z$  eines Schauspielers  $A$  als einen Pfad in  $S$ , der Kevin Bacon und  $A$  verbindet und der aus  $z + 1$  Knoten besteht. Gib einen Schauspieler mit mindestens KBZ 4 und einem entsprechenden Pfad an.
- b) Bei der Suche nach einer möglichst hohen KBZ hat man als Nutzer keinen direkten Zugriff auf die gesamten Daten der IMDb, sondern kann sich nur mit Links durch IMDb-Webseiten klicken. Zusätzlich kann man ein weiteres Fenster einsetzen, in dem man per Kevin-Bacon-Orakel für konkrete Schauspieler die KBZ abfragt. Beschreibe eine systematische Strategie, die Schauspieler mit größtmöglicher (endlicher) KBZ findet. Wie verhält sie sich zu Tiefensuche? Welche Rolle spielt die Breitensuche?
- c) Wenn man einen Server wie das Kevin-Bacon-Orakel betreibt, muss man damit rechnen, dass in kurzer Zeit sehr viele Anfragen hereinkommen, die jeweils schnell beantwortet werden müssen. Deshalb lohnt es sich, zwischen Verfahren zu unterscheiden, die eine Aufgabenstellung nur einmal lösen, und solchen, die (nach einem gewissen Aufwand für "Preprocessing" zur Erstellung einer geeigneten Datenstruktur) dieselbe Frage immer wieder neu für unterschiedliche Anfragen ("Queries") beantworten können. Bei einer Anfrage soll nun nicht nur die KBZ des betrachteten Schauspielers sondern auch ein entsprechender Pfad ausgegeben werden, siehe Aufgabenteil a). Wie kann man es als Betreiber eines Orakels vermeiden, dass man für jede Anfrage eine neue Breitensuche ausführen muss, ohne dass man gigantische Datenmengen vorhalten muss?<sup>2</sup>

(4+10+6 Punkte)

**Aufgabe 3 (Färbung von Graphen):** Eine Telefongesellschaft betreibt in einem Gebiet mehrere Sendemasten. Einige von ihnen sind so dicht beieinander, dass sie auf unterschiedlichen Frequenzen senden müssen, damit die Signale sich nicht gegenseitig stören. Da nicht unbegrenzt viele Frequenzen zur Verfügung stehen, sucht die Telefongesellschaft eine Zuordnung, die möglichst wenige Frequenzen benötigt.

---

<sup>2</sup>Hier geht es nicht um rein technische Lösungen wie Caching, sondern um das Ausnutzen von Struktur.



**Abbildung 2:** Die Graphen  $G$  und  $H$  für Aufgabe 2.

Dieses Problem lässt sich mittels Graphen modellieren. Jeder Knoten entspricht einem Sendemast und zwei Knoten sind genau dann über eine Kante verbunden, wenn die zugehörigen Sendemasten so dicht beieinander sind, dass mit erheblichen Interferenzen zu rechnen ist. Gesucht ist nun eine *Knotenfärbung*, eine Zuordnung von Farben zu Knoten, die keinen zwei adjazenten Knoten dieselbe Farbe gibt. Formal suchen wir für einen Graphen  $G = (V, E)$  eine kardinalitätsminimale Menge  $C$  und eine Funktion  $c : V \rightarrow C$  mit der Eigenschaft  $c(v) \neq c(w)$  für alle  $\{v, w\} \in E$ . Wir betrachten den Spezialfall für zwei Farben, d.h. wir wollen wissen, ob es für  $G$  eine Farbenmenge  $C$  der Kardinalität 2 gibt.

- Zeige oder widerlege: Der Graph  $G$  aus Abbildung 2 lässt sich 2-färben.
- Zeige oder widerlege: Der Graph  $H$  aus Abbildung 2 lässt sich 2-färben.
- Formuliere einen auf Breitensuche basierenden Algorithmus, der für einen gegebenen Graphen  $G$  entscheidet, ob dieser 2-färbbar ist. (Das heißt: Falls der gegebene Graph 2-färbbar ist, soll der Algorithmus `true` liefern, sonst `false`.)

**(5+5+10 Punkte)**