Abteilung Algorithmik **Winter 2014/15**
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor P. Fekete

Mathematische Methoden der Algorithmik
Übung 2 vom 19. 11. 2014

Abgabe der Lösungen bis zum Mittwoch, den 03.12.14 um 13:00.

Einwurf im entsprechenden Fach des Holzkastens vor der Algorithmik. Bitte die Blätter zusammenheften und vorne deutlich mit eigenem Namen versehen.

Aufgabe 1 (Dualität):

a) Das Problem $\min c^T x$ unter $Ax = b, x \geq 0$ habe einen endlichen Optimalwerte. Zeige: Für jedes beliebige b' ist das Problem $\min c^T x$ unter $Ax = b', x \geq 0$ für alle b' nicht unbeschränkt.

b) Sei $A = A^T$. Zeige, dass jede zulässige Lösung von $\min c^T x$ unter $Ax = c$ optimal ist.

(10+10 Punkte)

Aufgabe 2 (LP-Formulierung eines Optimierungsproblems):
Formuliere das folgende Optimierungsproblem als LP: Gegeben n Punkte (x_i, y_i) in der Ebene. Gesucht ist eine Gerade, die das Maximum der vertikalen Abstände zu den Punkten minimiert. Dualisiere das Problem. **(20 Punkte)**

Aufgabe 3 (LP graphisch):
Betrachte folgendes lineares Optimierungsproblem:

$$\begin{array}{rrcrcr} \max & x_1 & - & x_2 & & \\ & x_1 & - & x_2 & \leq & 8 \\ & x_1 & + & x_2 & \leq & 12 \\ & & & x_2 & \leq & 5 \\ & x_1 & , & x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

a) Zeichne die Menge aller zulässigen Lösungen.

b) Schreibe das Problem in Standardform. (Minimiere, Gleichheitsrestriktionen, vorzeichenbeschränkte Variablen).

c) Bestimme (algebraisch) alle Basislösungen des Problems in Standardform

d) Zeichne die Projektionen der Basislösungen des Problems aus b) in das zweidimensionale Bild der zulässigen Lösungen. Markiere die zulässigen Basislösungen.

e) Gibt es degenerierte Basislösungen?

(5+3+4+5+3 Punkte)