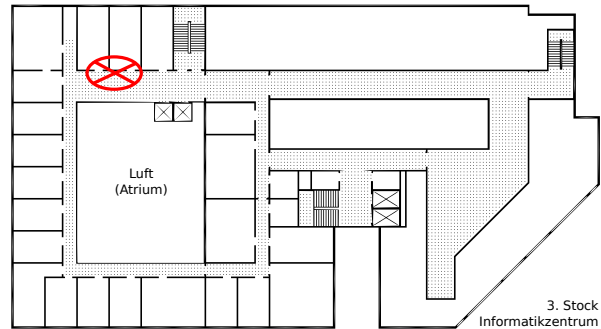


Prof. Dr. Sándor P. Fekete
Stephan Friedrichs

Algorithmen und Datenstrukturen Übung 1 vom 06. 11. 2013

Abgabe der Lösungen bis zum Mittwoch,
den 20.11.2013 um 13:00 im Hausaufga-
benrückgabeschrank.

Bitte die Blätter zusammenheften
und vorne deutlich mit eigenem Na-
men, Matrikel- und Gruppennummer,
sowie Studiengang versehen!



Aufgabe 1 (Algorithmen): Gegeben sei folgender Algorithmus, der aus einer gege-
benen nichtleeren Menge paarweise verschiedener¹ ganzer Zahlen $a_1, \dots, a_n \in \mathbb{Z}, n \geq 1$,
das zweitkleinste Element bestimmt:

```
1: function MINIMUM2( $a_1, \dots, a_n$ )
2:    $m \leftarrow \infty$ 
3:    $m_2 \leftarrow \infty$ 
4:   for  $i \leftarrow 1, \dots, n$  do
5:     if  $a_i < m$  then
6:        $m_2 \leftarrow m$ 
7:        $m \leftarrow a_i$ 
8:     else if  $a_i < m_2$  then
9:        $m_2 \leftarrow a_i$ 
10:    end if
11:  end for
12:  return  $m_2$ 
13: end function
```

Algorithmus 1: Berechnung des zweitkleinsten Elements einer Menge

- a) Analysiere den Funktionsaufruf $\text{MINIMUM2}(5, 7, 9, 6, -1, 2, 10, -10, -3, 8)$. Gib dazu
in jeder Iteration die Werte von i, m, m_2 und a_i nach Zeile 10, sowie den Rückga-
bewert der Funktion an.

¹D. h. $a_i \neq a_j$ für alle $i \neq j$

- b) Zeige: Falls $n = 1$, gilt nach Ausführung des Algorithmus $m \neq \infty$ und $m_2 = \infty$, sonst ($n \geq 2$), gilt nach Ausführung des Algorithmus $m \neq \infty$ und $m_2 \neq \infty$.
- c) Zeige: Für $n \geq 2$ gilt im i -ten Schleifendurchlauf nach Zeile 10: $m < m_2$. (Hinweis: Vollständige Induktion!)
- d) Zeige: Für $n \geq 2$ gilt im i -ten Schleifendurchlauf nach Zeile 10: $m = \min\{a_1, \dots, a_i\}$.

(7+5+4+4 Punkte)

Aufgabe 2 (Eulerweg): Betrachte den Graphen G aus Abbildung 1.

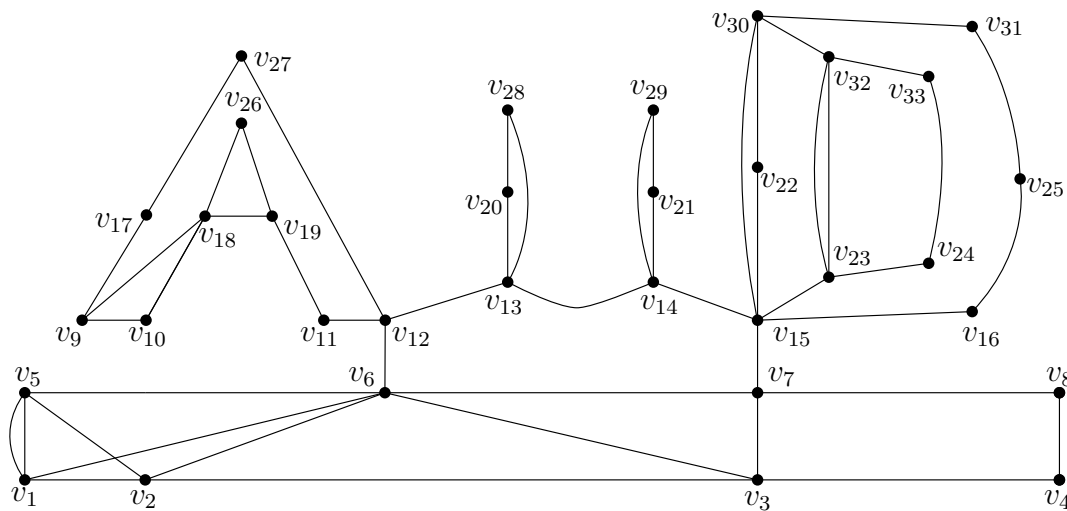


Abbildung 1: Der Graph G

- a) Finde eine Eulertour in G oder zeige, dass keine existiert.
- b) Finde einen Eulerweg in G oder zeige, dass keiner existiert.

Gib dabei Touren bzw. Wege als Knotenfolge an.

(5+15 Punkte)

Aufgabe 3 (Graphen): Wie in der Vorlesung beschrieben, ist jede Kante eines einfachen Graphen zu genau zwei Knoten *inzident*. Die Anzahl der Kanten, zu denen ein Knoten v inzident ist, bezeichnet man als *Grad von v* , abgekürzt durch $\delta(v)$.

- a) Zeichne einen beliebigen Graphen mit $n \geq 6$ Knoten v_1, \dots, v_n und $m \geq 12$ Kanten e_1, \dots, e_m . Überprüfe, ob in diesem Graphen $\sum_{i=1}^n \delta(v_i) = 2m$ ist.
- b) Zeige oder widerlege: In *jedem* einfachen Graphen mit n Knoten v_1, \dots, v_n und Kanten e_1, \dots, e_m ist $\sum_{i=1}^n \delta(v_i) = 2m$.
- c) Zeige: *Jeder* einfache Graph mit n Knoten und n Kanten enthält einen Kreis. (Hinweis: Wie viele verschiedene Knoten können i Kanten verbinden, ohne einen Kreis zu erzeugen?)
- d) Zeige oder widerlege: *Jeder* einfache Graph mit n Knoten hat höchstens $2n + 1$ Kanten.

(4+6+6+4 Punkte)