

Algorithmen und Datenstrukturen Übung 3 vom 05.12.2012

Abgabe der Lösungen am Mittwoch, den 19.12.12, bis 11:20 Uhr vor der Abteilung
Algorithmik.

Bitte die Blätter vorne deutlich mit eigenem Namen und Gruppennummer versehen!

Aufgabe 1 (O-Notation):

In der Vorlesung wurde die O -Notation zur Abschätzung der Laufzeit eingeführt.

- a) Suche für die folgenden Funktionen jeweils geeignete Konstanten c (bzw. c_1 und c_2) und n_0 und zeige mit Hilfe dieser Konstanten, dass die jeweilige Funktion in der angegebenen Klasse liegt.

$$f_1(n) = \frac{n^{14}}{4^n} \in O(1)$$

$$f_2(n) = 23n^4 + 17n^2 - 20n \in O(n^4)$$

$$f_3(n) = \sum_{i=1}^n i^2 \in \Theta(n^3)$$

$$f_4(n) = \frac{1}{32}n^8 + 29n^7 \in \Omega(n^8)$$

- b) Kreuze an, in welchen Klassen die jeweilige Funktion liegt.

$f(n)$	$O(1)$	$O(n)$	$O(2^n)$	$\Omega(1)$	$\Omega(n)$	$\Omega(2^n)$	$\Theta(1)$	$\Theta(n)$	$\Theta(2^n)$
1735									
$23n - 75$									
$51n^2$									
$n \log n$									
n^{2n}									
$\sum_{i=0}^n q^i, q < 1$									

(10+6 Punkte)

Aufgabe 2 (O-Notation die II.):

Seien $f, g, h : \mathbb{N} \mapsto \mathbb{R}$ drei Funktionen. Zeige oder widerlege:

- (i) $f \in \Theta(g) \Leftrightarrow g \in \Theta(f)$
- (ii) $f \in O(g), g \in \Omega(h) \Rightarrow f \in \Theta(h)$

(6+6 Punkte)

Aufgabe 3 (O-Notation die III.): Gegeben seien folgende zwei Algorithmen:

- Algorithmus 1 mit einer Laufzeit von $O(f(n))$
- Algorithmus 2 mit einer Laufzeit von $O(g(n))$

a) Sei der Algorithmus 3 wie folgt definiert:

```
BEGIN  
  Führe Algorithmus 1 aus  
  Führe Algorithmus 2 aus  
END
```

Zusätzlich gelte $f(n) \in \Omega(g(n))$.

Welche Laufzeit hat der Algorithmus 3? Nutze dabei aus, dass $f(n) \in \Omega(g(n))$ gilt.
Beweise Deine Aussage!

b) Sei der Algorithmus 4 wie folgt definiert:

```
BEGIN  
  IF  $n \geq 50$   
    Führe Algorithmus 2 aus  
  ELSE  
    Führe Algorithmus 1 aus  
  END IF  
END
```

Welche Laufzeit hat der Algorithmus 4? Beweise Deine Aussage!

(8+5 Punkte)

Aufgabe 4 (O-Notation die III.): Sortiere die folgenden Funktionsklassen nach Inklusion (Du musst die Antwort nicht begründen). Kennzeichne identische Klassen und beweise deren Identität.

$O(3^n)$ $O(\ln n)$ $O(3)$ $O(n^n)$ $O(n^{\ln 3})$ $O(n^3)$ $O(n!)$ $O(3^{\ln n})$ $O(3n)$

(Inklusion: gegeben zwei Mengen $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$, nach Inklusion sortiert: $B \subseteq A$.)
(10 Punkte)

Aufgabe 5 (Warteschlangen):

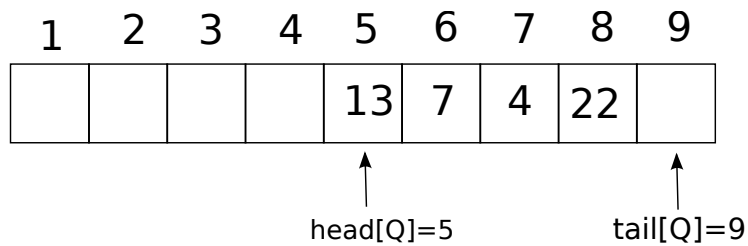


Abbildung 1: Die Warteschlange Q.

Führe nacheinander die folgenden Operationen aus:

- a) ENQUEUE(Q, 2);
- b) ENQUEUE(Q, 11);
- c) DEQUEUE(Q);

(3+3+3 Punkte)