

5.8 Paralleles Sortieren

Idee: Nicht nur einzelne Paare können verglichen werden, sondern viele (disjunkte) Paare zugleich!

Dazu zunächst sequentiell:

ALGORITHMUS 5.22 (Bubblesort)

INPUT: Array $A[1], \dots, A[n]$
OUTPUT: Sortierter Array

```

1 FOR (i=1) TO n
  1.1 DO FOR (j=n) DOWNTO i+1
    1.1.1 DO IF ( $A[j] < A[j-1]$ )
      1.1.1.1 Vertausche  $A[j]$  und  $A[j-1]$ 

```

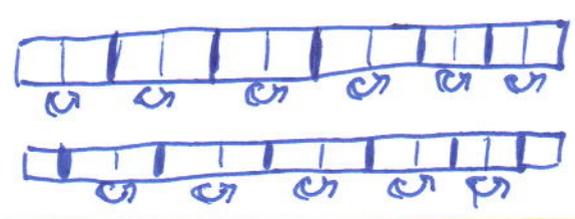
SATZ 5.23

Bubblesort ist ein korrektes, stabiles Sortierverfahren.
Die Laufzeit ist $\Theta(n^2)$.

Beweis: Einfach!

Also nicht so toll...

Aber: Lässt sich gut parallelisieren!



ALGORITHMUS 5.24 (Paralleles Bubblesort / odd-even-sort)

INPUT: n Zahlen $A[1], \dots, A[n]$
OUTPUT: Sortierter Array

- 1 FOR (i=1) TO n
 - 1.1 vergleiche und ggf. tausche gerade Paare parallel
 - 1.2 vergleiche und ggf. tausche ungerade Paare parallel

SATZ 5.25

Paralleles Bubblesort sortiert die Zahlen in n parallelen Runden.
Die Gesamtzahl der Vergleiche ist $\Theta(n^2)$.

Beweis: Selbst!

Das funktioniert auch zwei- und mehrdimensional!

5.9 Unruste Sortierverfahren

ALGORITHMUS 5.26 (Bogosort)

INPUT: Array $A[1], \dots, A[n]$
OUTPUT: Sortierter Array

- 1 WHILE (Array unsortiert)
 - 1.1 Permutiere zufällig
 - 1.2 Überprüfe Sortiertheit

SATZ 5.27

Bogosort hat erwartete Laufzeit $O(n \cdot n!)$.

Beweis: Überprüfen dauert $O(n)$, die erwartete Zahl der Runden ist $O(n!)$, weil die Wahrscheinlichkeit in jeder Runde $\frac{1}{n!}$ ist, die sortierte Reihenfolge zu erhalten.

Noch schlimmer:

ALGORITHMUS 5.28 (Bogobogosort)

INPUT: n Zahlen $A[1], \dots, A[n]$

OUTPUT: Sortierter Array

- 1. $i := 2$
- 2. WHILE ($i \leq n$) DO
 - 2.1 wähle Zufallspermutation der Elemente $A[i], \dots, A[n]$
 - 2.2 IF (Permutation ist sortiert)
 - 2.2.1 $i := i + 1$
 - 2.3 ELSE
 - 2.3.1 $i := 2$

SATZ 5.29

Bogobogosort hat erwartete Laufzeit $O\left(n \cdot \prod_{i=2}^n i!\right)$.

Beweis:

Jede Permutation hat Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{i!}$, sortiert zu sein. Man braucht eine Glückssträhne für alle $i = 2, \dots, n$

In einem geeigneten Berechnungsmodell lässt sich das aber trotzdem parallel in Linearzeit implementieren! (56)

ALGORITHMUS 5.30 (Quantum Bogosort)

INPUT : n Zahlen $A[1], \dots, A[n]$
OUTPUT : Sortierter Array in geeignetem Universum

1. Permutiere zufällig \leftarrow Quantenbits
2. ~~IF~~ IF (Permutation unsortiert)
 - 2.1 zerstöre Universum

SATZ 5.31

Quantum Bogosort liefert ein Universum, in dem nach $O(n)$ alle Zahlen als sortiert verifiziert sind.

Beweis:

- Erfordert :
- Quantenphysikalisches Weltmodell
(\rightarrow Zufallsereignisse ergeben Parallelwelten)
 - Mechanismus zur Zerstörung des Universums in $O(1)$

Rest selbst! (Bitte nicht experimentell...)

□

KOROLLAR 5.32

Quantum Bogobogosort liefert ein Universum, in dem nach $O(n^2)$ alle Zahlen als sortiert verifiziert sind.